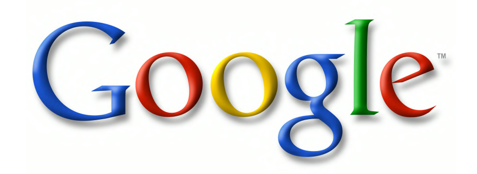
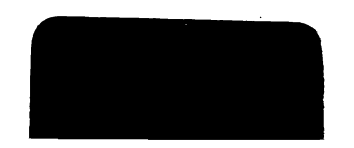


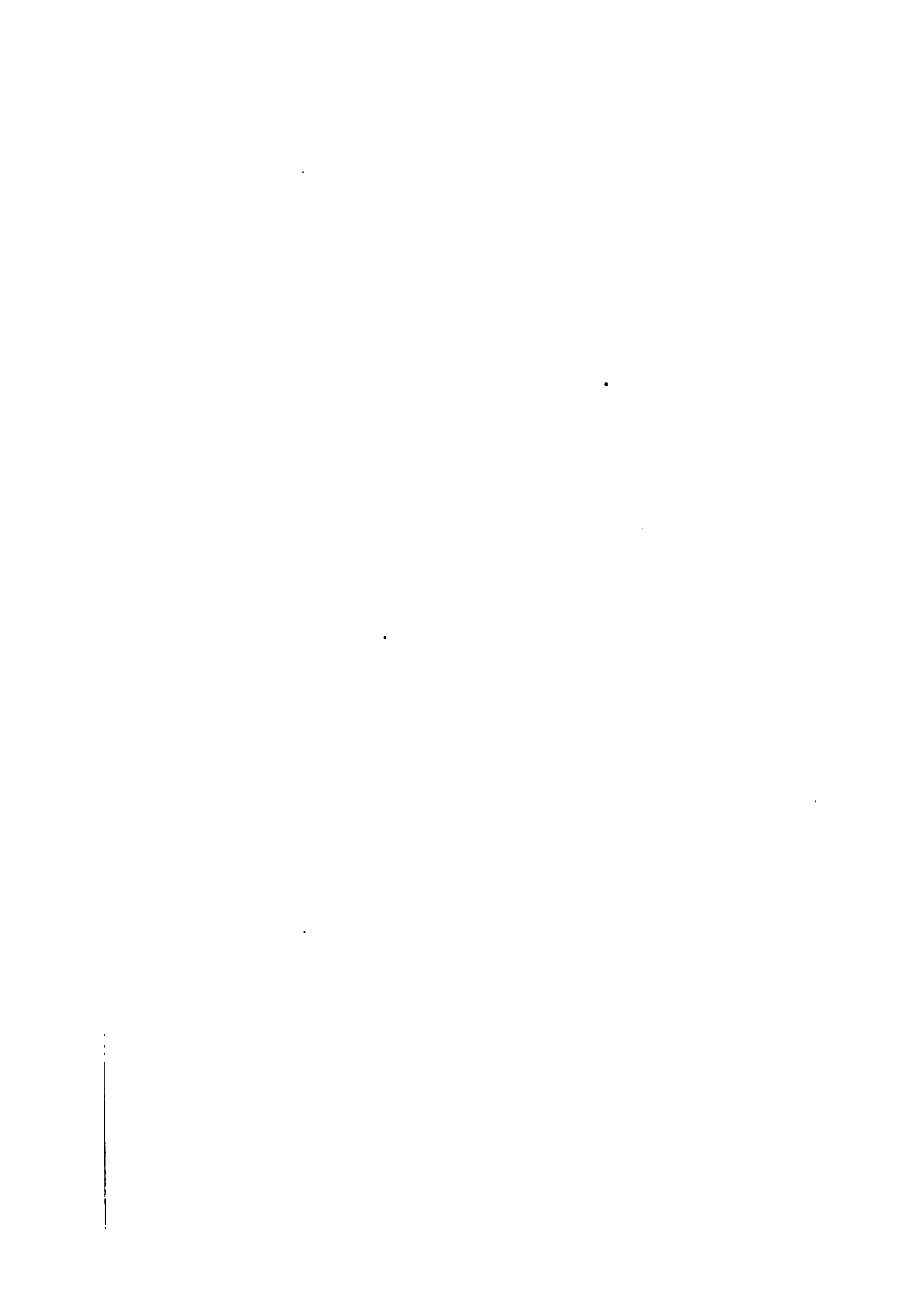



VE
RI
TAS









Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Klasse

der

K. B. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XXXV. Jahrgang 1905.

München
Verlag der K. B. Akademie der Wissenschaften
1906.

In Kommission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).

Akademische Buchdruckerei von F. Straub in München.

Übersicht

des Inhaltes der Sitzungsberichte Bd. XXXV Jahrgang 1905.

Die mit * bezeichneten Abhandlungen sind in den Sitzungsberichten nicht abgedruckt.

Sitzung vom 7. Januar 1905. Seite

*K. v. Linde: Über die Feststellung der Dichte von gesättigten Wasserdämpfen und des thermischen Verhaltens von überhitzten Wasserdämpfen 1

S. Finsterwalder: Der „gefährliche Ort“ beim Rückwärtseinschneiden auf der Kugel 3

A. Korn und E. Strauß: Über eine Beziehung zwischen Wanderungsgeschwindigkeit und Form der Ionen 13

O. Stolz: Beweis eines Satzes über das Vorhandensein des komplexen Integrals 21

Sitzung vom 4. Februar 1905.

J. Reindl: Ergänzungen und Nachträge zu v. Gümbels Erdbebenkatalog (mit Tafel I) 31

J. B. Messerschmitt: Magnetische Ortsbestimmungen in Bayern 69

J. Felix: Über einige fossile Korallen aus Columbien . . . 85

*A. Rothpletz: Bericht über die unter Aufsicht des Kustos Dr. Broili mit Unterstützung der Akademie veranstalteten Aufsammlungen permischer Fossilien aus Texas . . . 30

Sitzung vom 4. März 1905.

G. Bauer: Von der Kurve 6. Ordnung, welche der Ort der Brennpunkte der Kegelschnitte ist, welche durch vier Kegelschnitte gehen 97

Seite

A. Blümcke und S. Finsterwalder: Zeitliche Anderungen in der Geschwindigkeit der Gletscherbewegung . . . 109

*R. Hertwig: Bericht über eine von dem Ornithologen K. E. Hellmayr ausgeführte Revision der Spix'schen Typen brasilianischer Vögel 96

*A. v. Baeyer: Über den Zusammenhang zwischen Färbung und chemischer Konstitution 96

Sitzung vom 13. Mai 1905.

J. B. Messerschmitt: Beeinflussung der Magnetographen-Aufzeichnungen durch Erdbeben und einige andere terrestrische Erscheinungen 135

G. Glungler: Das Eruptivgebiet zwischen Weiden und Tirschenreuth und seine kristalline Umgebung 169

*H. Alt: Über die Verdampfungswärme des flüssigen Sauerstoffs und Stickstoffs 134

Sitzung vom 3. Juni 1905.

A. Föppl: Über die Torsion von runden Stäben mit veränderlichem Durchmesser 249

*E. v. Fedorow: Über Syngonielehre 247

Sitzung vom 1. Juli 1905.

*E. Voit: Über Glykogenbildung aus Eiweiß 263

S. Guggenheimer: Über die universellen Schwingungen von Systemen von Rotationskörpern 265

O. Perron: Note über die Konvergenz von Kettenbrüchen mit positiven Gliedern 315

Öffentliche Sitzung zur Feier des 146. Stiftungstages am 15. März 1905.

*K. Th. v. Heigel: Rede zu Schillers Gedächtnis und Mitteilungen 323

C. v. Voit: Nekrologe 327

*A. Rothpletz: Denkrede auf Karl Alfred v. Zittel . . . 328

Sitzung vom 4. November 1905.

Seite

A. Pringsheim: Über einige Konvergenz-Kriterien für Kettenbrüche mit komplexen Gliedern 359

S. Günther und S. Dannbeck: Die Vorgeschichte des barischen Windgesetzes 381

Öffentliche Sitzung zu Ehren Seiner Königlichen Hoheit des Prinzregenten am 18. November 1905.

K. Th. v. Heigel: Ansprache 427

Wahlen 437

Sitzung vom 2. Dezember 1905.

O. Knoblauch und M. Jakob: Über die spezifische Wärme C_p des überhitzten Wasserdampfes für Drucke bis 8 Atmosphären und Temperaturen bis 350° C. (mit Tafel II) . . 441

A. Endrös: Die Seiches des Waginger-Tachingersees (mit Tafel III) 447

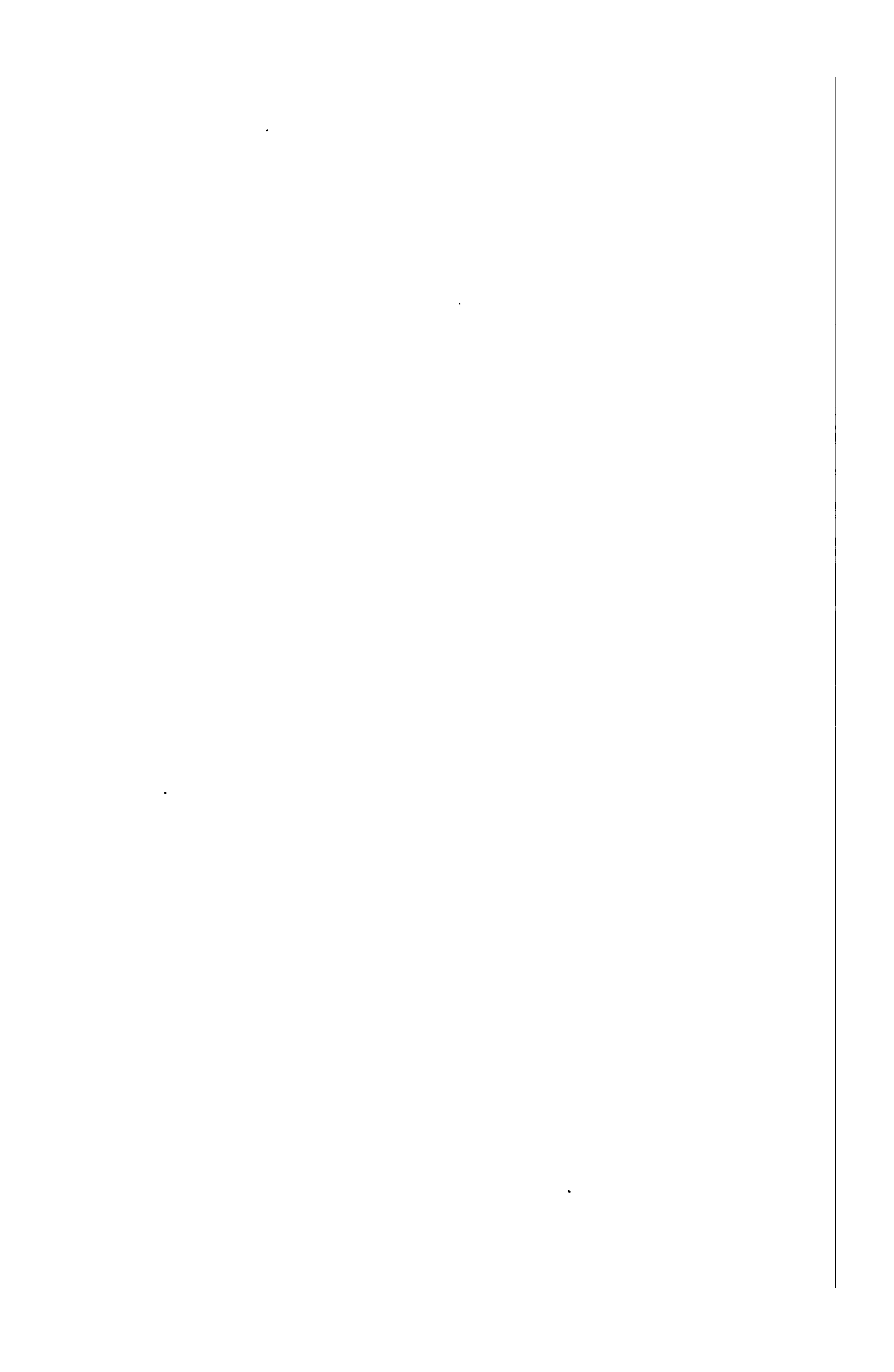
S. Günther: Neue Beiträge zur Theorie der Erosionsfiguren . 477

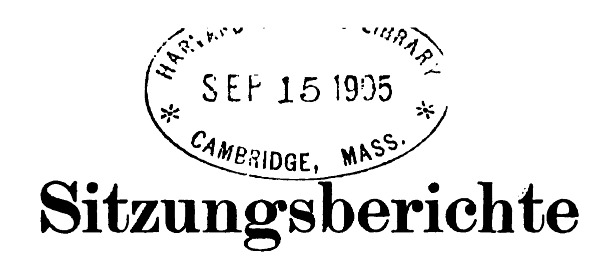
O. Perron: Über die Konvergenz periodischer Kettenbrüche . 495

*W. Koenigs: Über die Konstitution der China-Alkaloide . . 440

*H. Keidel und *P.* St. Richards: Ein Profil durch den nördlichen Teil des zentralen Tian-Schan 440

Einsendungen von Druckschriften (Jan.—Juni und Juli—Dez.) je 1*—26*





Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Klasse

der

K. B. Akademie der Wissenschaften

zu München.

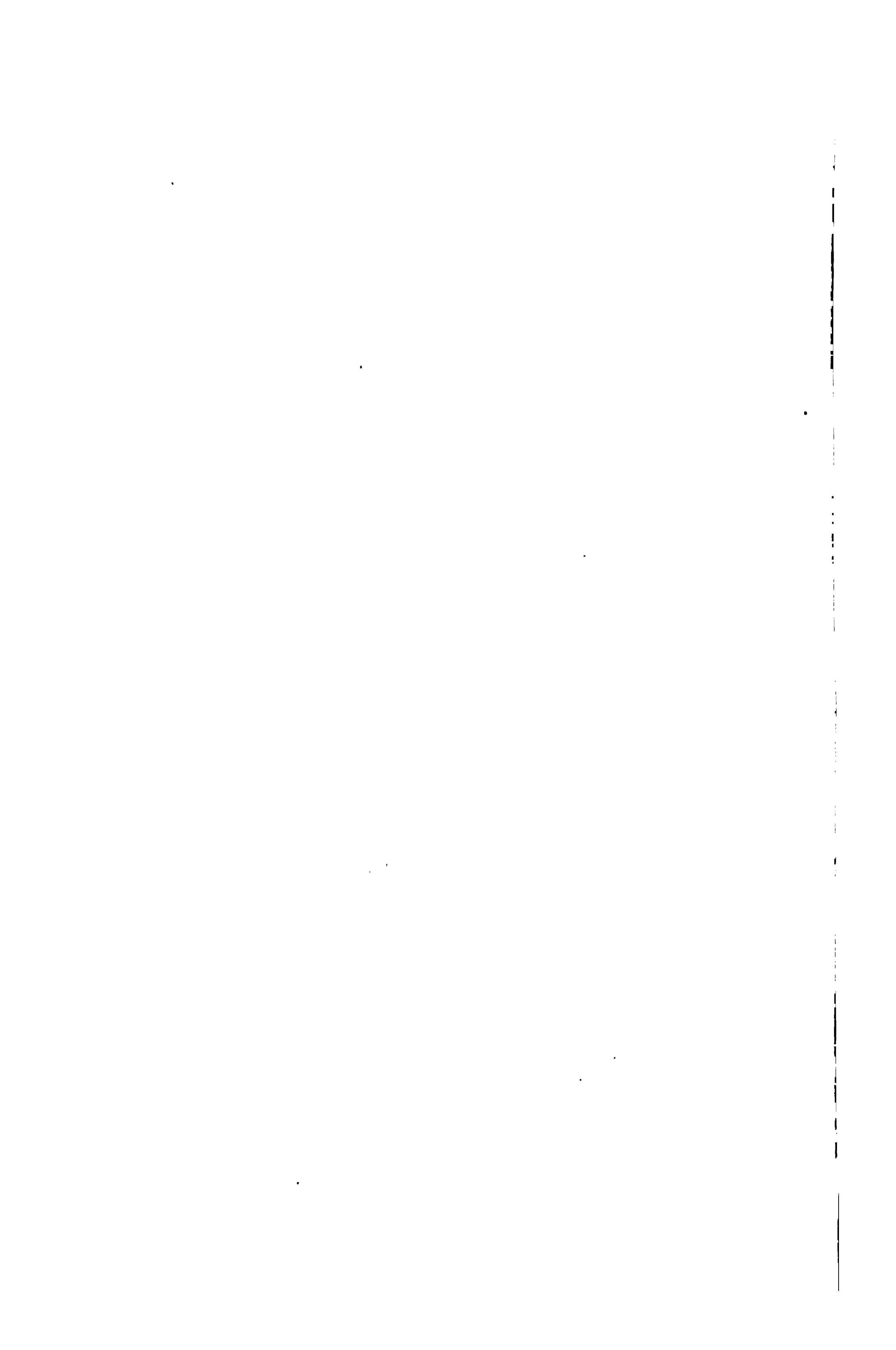
1905. Heft I.

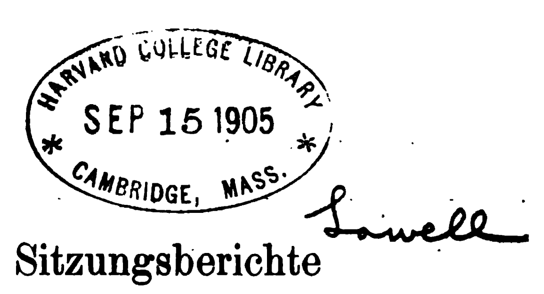
München

Verlag der K. B. Akademie der Wissenschaften

1905.

In Kommission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).





Sitzungsberichte

der

Königl. Bayer. Akademie der Wissenschaften.

Mathematisch-physikalische Klasse.

Sitzung vom 7. Januar 1905.

1. Herr Karl v. Linde hält einen Vortrag: „Über die Feststellung der Dichte von gesättigten Wasserdämpfen und des thermischen Verhaltens von überhitzten Wasserdämpfen.“ Die Resultate der Untersuchung werden anderweit zur Veröffentlichung gelangen.

Derselbe spricht über die Durchführung und die Ergebnisse von Versuchen, welche im Laboratorium der Technischen Hochschule für technische Physik die Feststellung der Dichte von gesättigten Wasserdämpfen und des thermischen Verhaltens von überhitzten Wasserdämpfen zum Gegenstande hatten. Von Interesse ist insbesondere die Bestätigung, daß bei konstantem Volumen die überhitzten Dämpfe bis dicht an die Sättigungsgrenze hin — in Übereinstimmung mit den Gesetzen für vollkommene Gase — Proportionalität zwischen Druck und Temperatur zeigen, daß dagegen mit abnehmendem spezifischen Volumen der Ausdehnungskoeffizient wächst und zwar so, daß sein reziproker Wert bei dem Sättigungsdrucke von zehn Atmosphären 173 ist (gegenüber 273 im Zustande eines vollkommenen Gases).

2. Herr Sebastian Finsterwalder macht eine Mitteilung über: „Der „gefährliche Ort“ beim Rückwärtseinschneiden auf der Kugel.“

Es ist dies eine Raumkurve 6. Ordnung, die durch die Ecken des Dreieckes der Festpunkte und dessen Polardreiecks

hindurchgeht, deren Zusammenhang mit der J. Steiner'schen Kurve 3. Klasse er bespricht.

3. Herr Ferdinand Lindemann legt eine Arbeit der Herren Arthur Korn und Eduard Strauss: „Über eine Beziehung zwischen Wanderungsgeschwindigkeit und Form der Ionen“ vor.

Durch seine Untersuchungen über die Theorie der Linienspektren war Prof. Lindemann zu der Hypothese geführt, daß sich die Atome der verschiedenen chemischen Elemente gleichmäßig aus einer Einheitsmaterie zusammensetzen und sich nur durch Form und Gestalt unterscheiden; insbesondere sind hiernach die Atome der Alkalien als verlängerte, die der Metalle als abgeplattete Rotationsellipsoide zu betrachten, während andere (z. B. Zink und Quecksilber) sich nahezu wie Kugeln verhalten, dem Wasserstoffatome aber nahezu die Gestalt einer kreisförmigen Platte zukommt.

Die Verfasser der vorliegenden Arbeit versuchen nun, die Achsenverhältniße der auftretenden Ellipsoide in einigen Fällen zu berechnen, und zwar auf Grund der Hypothese, daß die Verschiedenheit der elektrolytischen Wanderungs-Geschwindigkeit der Ionen ebenfalls auf Verschiedenheiten in der Form dieser Ionen (bezw. Atome) beruhen. Unter der Annahme, daß das Zink-Ion kugelförmig sei, ergibt sich das Verhältnis der Hauptachsen des Natrium-Ions gleich 0,92, dasjenige der Hauptachsen des Kalium-Ions gleich 0,60. Wollte man dagegen das Wasserstoff-Ion als kugelförmig voraussetzen, so würden sich die Zahlen 0,96 und 0,62 ergeben. Es ist zu hoffen, daß man auf Grund solcher Zahlen die Lindemann'sche Theorie auch numerisch genauer wird prüfen können.

4. Der Klassensekretär überreicht eine Abhandlung des korrespondierenden Mitgliedes der Akademie, Herrn Professor Dr. Otto Stolz in Innsbruck: „Beweis eines Satzes über das Vorhandensein des komplexen Integrals.“

Der „gefährliche Ort" beim Rückwärtseinschneiden auf der Kugel.

Von **S. Finsterwalder.**

(*Eingelaufen 7. Januar.*)

Wenn bei der Punktbestimmung durch Rückwärtseinschneiden in der Ebene nach dem sogenannten Pothenot'schen Problem der Fall eintritt, daß der zu bestimmende Punkt mit den drei Festpunkten auf einem Kreise liegt, so wird das Ergebnis der Punktbestimmung insofern ungenügend, als jeder Punkt des Kreises den Bedingungen der Aufgabe entspricht. Man spricht deshalb von dem „gefährlichen Kreis" durch die drei Festpunkte, den man bei der pothenotischen Bestimmung zu vermeiden hat. Bei der Erweiterung des pothenotischen Problems auf die Kugel[1]) ist die Frage naheliegend, ob dabei auch noch ein Gegenstück zum „gefährlichen Kreis" — wir wollen es „gefährlichen Ort" nennen — zu beachten ist. Ein „gefährlicher Ort" in dem Sinne, daß alle Punkte desselben den Bedingungen der Aufgabe genügen, ist nun von vornherein nicht zu erwarten; ein solcher pflegt in der Regel nur aufzutreten, wenn die Punktbestimmung wie beim Pothenot'schen Problem in der Ebene im allgemeinen eindeutig ist und im besonderen Falle dann unbestimmt wird. Wohl aber kann die Punktbestimmung durch Rückwärtseinschneiden auf der Kugel, die im allgemeinen vierdeutig ist, dadurch unsicher

[1]) Vergl. S. Günther: Das Pothenot'sche Problem auf der Kugelfläche. Diese Berichte, Bd. 24, 1904, S. 115, wo auch die Geschichte des Problems berücksichtigt ist.

werden, daß für besondere Lagen des zu bestimmenden Punktes zwei von den vier Lösungen zusammenfallen, was dann die Wirkung hat, daß Abweichungen von den gegebenen Winkeln, die unendlichklein von der zweiten Ordnung sind, bereits eine Verschiebung des rückwärts eingeschnittenen Punktes um eine unendlichkleine Grösse erster Ordnung zur Folge haben. Der Ort der Punkte, für welche der genannte Fall eintritt, ist für die Praxis nicht weniger „gefährlich" als der Umkreis der drei Festpunkte in der Ebene und er möge deshalb im folgenden gekennzeichnet werden.

Der nächstliegende Weg, die Diskriminante der Gleichung vierten Grades,[1]) von der die Lösung des Problems abhängt, zu bilden, führt zu ganz unübersichtlichen Formeln, mit denen kaum etwas anzufangen ist; dagegen kommt man mit einer kinematischen Betrachtung — ähnlich wie beim Problem des Rückwärtseinschneidens im Raum[2]) — auf verhältnismäßig einfache Weise zum Ziel.

Es seien $A\,B\,C$ (Fig. 1) die drei Festpunkte auf der Kugel, P der zu bestimmende Punkt. Wenn P auf dem „gefährlichen Ort" liegt, so muß das als starr vorausgesetzte Büschel (aus den drei Großkreisen PA, PB, PC bestehend) noch eine unendlichkleine Bewegung um die Punkte ABC zulassen. Das Momentanzentrum dieser Bewegung erhält man, indem man auf den Strahlen des Büschels in den Punkten A, B und C senkrechte Großkreise errichtet, die sich dann in einem Punkte Q (dem Momentanzentrum) schneiden müssen.

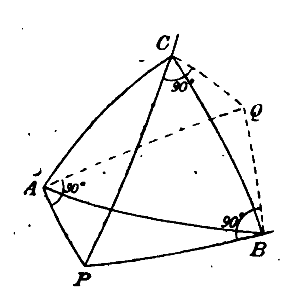


Fig. 1.

Ist umgekehrt ein solcher Schnittpunkt der drei Großkreise vorhanden, so ist eine unendlichkleine Drehung des Büschels der drei Großkreise durch P möglich, wobei sich diese nur um ein

[1]) Ebenda S. 122.

[2]) Vergl. S. Finsterwalder und W. Scheufele: Das Rückwärtseinschneiden im Raum. Diese Berichte, Bd. 23, 1903, S. 597.

Unendlichkleines zweiter Ordnung von den Festpunkten A, B, C entfernen, während der Punkt P um ein Unendlichkleines erster Ordnung fortrückt. Offenbar ist dann aber auch der Punkt Q ein Punkt des gefährlichen Ortes, zu dem nun P als Momentanzentrum gehört.

Gestützt auf diese Eigenschaft läßt sich die Gleichung des geometrischen Ortes der Punkte P und Q leicht ableiten. Die Richtungkosinus der Kugelradien nach den Festpunkten ABC seien mit $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$, $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2$, $\alpha_3 \beta_3 \gamma_3$, jene nach P und Q mit $\alpha \beta \gamma$, $\alpha' \beta' \gamma'$ bezeichnet. Die Richtungskosinus der Ebene durch den Kugelmittelpunkt und AP verhalten sich wie die Determinanten der Matrix $\begin{Vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \end{Vmatrix}$, jene der Ebene durch den Kugelmittelpunkt und AQ verhalten sich wie die Determinanten der Matrix $\begin{Vmatrix} \alpha' & \beta' & \gamma' \\ \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \end{Vmatrix}$. Die Bedingung des Senkrechtstehens beider Ebenen, welche jene für das Senkrechtstehen der Großkreise durch AP und AQ nach sich zieht, lautet nach $\alpha' \beta' \gamma'$ geordnet:

$$\alpha' [\alpha(\beta_1^2 + \gamma_1^2) - \alpha_1(\beta\beta_1 + \gamma\gamma_1)] + \beta' [\beta(\gamma_1^2 + \alpha_1^2) - \beta_1(\gamma\gamma_1 + \alpha\alpha_1)] \\ + \gamma' [\gamma(\alpha_1^2 + \beta_1^2) - \gamma_1(\alpha\alpha_1 + \beta\beta_1)] = 0$$

Dieser Gleichung schließen sich zwei weitere an, bei welchen an Stelle des Zeigers 1 der Zeiger 2 bezw. 3 tritt.

Aus diesen drei Gleichungen eliminiert man $\alpha' \beta' \gamma'$ und erhält die gewünschte Gleichung des geometrischen Ortes in Determinantenform, wie folgt:

$$\begin{vmatrix} \alpha(\beta_1^2+\gamma_1^2)-\alpha_1(\beta\beta_1+\gamma\gamma_1), & \beta(\gamma_1^2+\alpha_1^2)-\beta_1(\gamma\gamma_1+\alpha\alpha_1), & \gamma(\alpha_1^2+\beta_1^2)-\gamma_1(\beta\beta_1+\gamma\gamma_1) \\ \alpha(\beta_2^2+\gamma_2^2)-\alpha_2(\beta\beta_2+\gamma\gamma_2), & \beta(\gamma_2^2+\alpha_2^2)-\beta_2(\gamma\gamma_2+\alpha\alpha_2), & \gamma(\alpha_2^2+\beta_2^2)-\gamma_2(\beta\beta_2+\gamma\gamma_2) \\ \alpha(\beta_3^2+\gamma_3^2)-\alpha_3(\beta\beta_3+\gamma\gamma_3), & \beta(\gamma_3^2+\alpha_3^2)-\beta_3(\gamma\gamma_3+\alpha\alpha_3), & \gamma(\alpha_3^2+\beta_3^2)-\gamma_3(\beta\beta_3+\gamma\gamma_3) \end{vmatrix} = 0 \qquad 1)$$

Aus dieser homogenen Gleichung dritten Grades in $\alpha \beta \gamma$ geht hervor, daß der gesuchte „gefährliche Ort" durch einen Kegel dritter Ordnung, dessen Spitze im Mittelpunkt der Kugel liegt, ausgeschnitten wird, selber also eine Linie sechster Ordnung ist.

Ehe die Gleichung des Ortes auf eine einfachere Form gebracht wird, sollen auf kinematischem Wege noch einzelne Punkte desselben bestimmt werden. Fällt der Punkt P mit einem der Festpunkte, z. B. A zusammen, so besteht unendlichkleine Beweglichkeit des Strahlenbüschels und das zugehörige Momentanzentrum A' ist der Schnitt der auf den Seiten AB und AC in B und C errichteten senkrechten Großkreise. Auch dieser Punkt liegt auf der Kurve. Bezeichnen wir den Pol der Seite AB des Dreiecks ABC mit C_1, jenen von BC mit A_1 und jenen von CA mit B_1, so ist A' der Schnitt der Großkreise durch BC_1 und CB_1. Ähnlich liegen B' als Schnitt von AC_1 und CA_1, sowie C' als Schnitt von BA_1 und AB_1 auf der Kurve. Aber auch die Punkte $A_1 B_1 C_1$ liegen auf dem gefährlichen Ort. Fällt P mit A_1 zusammen, so decken sich die zu PB und PC in B und C errichteten senkrechten Großkreise längs der Seite BC und als Momentanzentrum A_1' tritt dann der Schnitt des in A zu $A_1 A$ errichteten senkrechten Großkreises mit AB auf. $A_1 A$ ist die von A auf BC gefällte Höhe im sphärischen Dreieck und A_1' deren Pol. Der Umstand, daß sich die drei Höhen des sphärischen Dreiecks in einem Punkt schneiden, hat zur Folge, daß die ihnen entsprechenden Pole A_1', B_1', C_1', die als Punkte des gefährlichen Ortes erkannt wurden, auf einem Großkreise liegen. Wir wissen also von folgenden 12 Punkten, daß sie auf dem gefährlichen Ort liegen:

1. die Ecken des Dreiecks der drei Festpunkte A, B, C;

2. die Ecken des Polardreiecks hiezu A_1, B_1, C_1;

3. die Pole A_1', B_1', C_1' der Höhen des Dreiecks ABC, die gleichzeitig Höhen des Polardreiecks sind;

4. die Schnittpunkte A', B', C' der kreuzweisen Verbindungslinien der Ecken beider Dreiecke.

Die Punkte liegen ganz gleichartig zu beiden Dreiecken ABC und $A_1 B_1 C_1$.

Durch diese 12 Punkte ist der Kegel dritter Ordnung, welcher den gefährlichen Ort ausschneidet, mehr als bestimmt.

Er bleibt demnach ungeändert, wenn an Stelle des Dreiecks ABC das Polardreieck $A_1 B_1 C_1$ tritt. Es soll nun der Kegel mit einer passenden Ebene geschnitten und die Gleichung der Schnittkurve in Dreieckskoordinaten bestimmt werden. Als Schnittebene empfiehlt sich eine Parallele zur Polarebene des Höhenschnittpunktes im Dreieck der Festpunkte. Diese Schnittebene schneidet das Dreikant ABC und dessen Polardreikant $A_1 B_1 C_1$ nach ähnlichen Dreiecken, für welche der Höhenschnitt Ähnlichkeitszentrum ist. In Fig. 2 ist die Durchschnittsfigur mit der genannten Ebene dargestellt und zwar tragen die Punkte dieselbe Bezeichnung, wie jene auf der Kugel. Das ebene Dreieck ABC soll als Koordinatendreieck und der Höhenschnittpunkt H als Einheitspunkt gelten. Die Winkel dieses Dreiecks sind ebensogroß wie jene, welche die Höhen des sphärischen Dreiecks der Festpunkte im Höhenschnitt miteinander einschließen und können aus den sphärischen Dreieckswinkeln leicht berechnet werden; ihre Tangenten werden mit u, v, w bezeichnet. Die Gleichung der unendlichfernen Geraden, auf welcher die Punkte A_1' B_1' C_1' der Kurve liegen, ist dann $u x_1 + v x_2 + w x_3 = 0$. Da die Kurve außerdem durch die Ecken des Koordinatendreiecks geht, wird ihre Gleichung von der Form

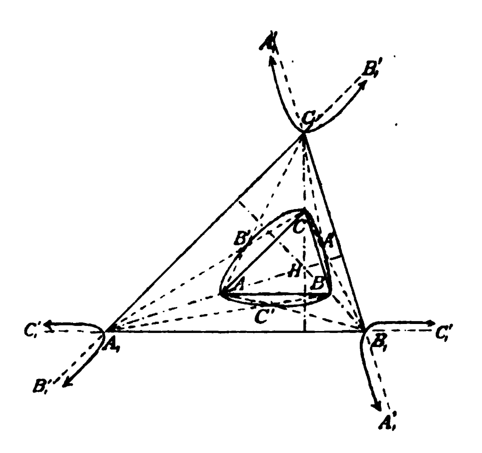


Fig. 2.

$$x_1 x_2 x_3 + (u x_1 + v x_2 + w x_3)(\varkappa_1 x_2 x_3 + \varkappa_2 x_3 x_1 + \varkappa_3 x_1 x_2) = 0.$$

Wählt man die Gleichung der Linie $A_1 B_1$, die durch den Schnitt von $u x_1 + v x_2 + w x_3 = 0$ und $x_3 = 0$ geht, zu

$u x_1 + v x_2 + (w + \lambda) x_3 = 0$, so werden jene der Linien $B_1 C_1$ und $C_1 A_1$:

$(u + \lambda) x_1 + v x_2 + w x_3 = 0$ und $u x_1 + (v + \lambda) x_2 + w x_3 = 0$.

Da nun die Kurve durch die Punkte A_1, B_1, C_1 gehen soll, müssen die Werte $\varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3$ entsprechend gewählt werden und die Gleichung erhält schließlich die folgende Form:

$$\lambda(u + v + w + 2\lambda) x_1 x_2 x_3 + (u x_1 + v x_2 + w x_3)[(u + v + \lambda) x_1 x_2 + (v + w + \lambda) x_2 x_3 + (w + u + \lambda) x_3 x_1] = 0. \quad 2)$$

Man überzeugt sich nun leicht, daß auch die Punkte A', B', C' auf der Kurve liegen.

A' hat z. B. die Koordinaten:

$$x_1 : x_2 : x_3 = -1 : \frac{u + w + \lambda}{v} : \frac{u + v + \lambda}{w} \quad \text{u. s. w.}$$

Die Gleichung des imaginären Kegelschnitts, in welchem die mit der gegebenen Kugel konzentrische vom Radius Null die Schnittebene trifft, lautet:

$$(u x_1 + v x_2 + w x_3)^2 + \lambda (u x_1^2 + v x_2^2 + w x_3^2) = 0 \quad 3)$$

Mit Zugrundelegung dieses Kegelschnitts als Absolutem einer Maßbestimmung hätte sich die Gleichung der Kurve dritter Ordnung auch unmittelbar aus der Definition des gefährlichen Ortes ableiten lassen.

Von bemerkenswerten Einzelfällen sei zunächst jener erwähnt, bei welchem das sphärische Dreieck unendlichklein wird oder die Kugel in eine Ebene übergeht. Er entspricht dem Fall $\lambda = 0$, für den die Gleichung des geometrischen Ortes in die unendlichferne Gerade: $u x_1 + v x_2 + w x_3 = 0$ und in den Kegelschnitt: $(u + v) x_1 x_2 + (v + w) x_2 x_3 + (w + u) x_3 x_1 = 0$ zerfällt. Letzterer ist aber der Umkreis des Koordinatendreiecks, denn seine Gleichung kann auf die Form

$$(u x_1^2 + v x_2^2 + w x_3^2) - (u x_1 + v x_2 + w x_3)(x_1 + x_2 + x_3) = 0$$

gebracht werden. Hieraus geht hervor, daß der Kegelschnitt die unendlichferne Gerade $(u x_1 + v x_2 + w x_3) = 0$ in denselben

Punkten (den imaginären Kreispunkten) schneidet, wie der durch Gleichung 3 dargestellte Kreis. Man erhält also hier den „gefährlichen Kreis" des Pothenot'schen Problems der Ebene. Bei dieser Gelegenheit sei noch auf den eigentümlichen Unterschied hingewiesen, der zwischen den verwandten Örtern auf der Kugel und der Ebene besteht. Bei dem gefährlichen Ort auf der Kugel sind die Richtungen, in welchen eine Beweglichkeit des rückwärtsbestimmten Punktes besteht, verschieden von den Tangentenrichtungen an den gefährlichen Ort; bei dem gefährlichen Kreise der Ebene fallen sie zusammen.

Fällt im Dreieck der Festpunkte auf der Kugel eine Ecke auf den Pol der gegenüberliegenden Seite, was zur Folge hat, daß die anliegenden Seiten einem Rechten gleich werden, so spaltet sich von der Kurve dritter Ordnung jene Seite ab und der Rest wird ein Kegelschnitt.

In einem sphärischen Dreieck mit drei rechten Winkeln als Seiten zerfällt der gefährliche Ort in die drei Seiten des Dreiecks.

Liegen die Ecken des sphärischen Dreiecks auf einem Großkreise, so zerfällt der gefährliche Ort in jenen Großkreis und in einen Kreis vom Radius Null durch den Pol des Großkreises.

Die drei letztgenannten Einzelfälle werden am leichtesten aus Gleichung 1 entnommen; ebenso der Fall eines rechtwinkligen Festpunktdreiecks, der übrigens keine Besonderheit in Bezug auf den Verlauf des gefährlichen Ortes aufweist.

Zum Schlusse sei noch einer eigentümlichen Beziehung der untersuchten Kurve zur J. Steiner'schen ebenen Kurve dritter Klasse[1]) Erwähnung getan. Mit der Aufgabe des Rückwärtseinschneidens auf der Kugel ist aufs engste die dualistische Aufgabe verwandt, welche verlangt, die Seiten eines

---

[1]) Jakob Steiner: Über eine besondere Kurve dritter Klasse (und vierten Grades). Journal für reine und angew. Math., Bd. 53, S. 231; auch: Gesammelte Werke, 2. Bd., S. 641.

Dreiecks durch einen Großkreis so zu schneiden, daß die sphärischen Abstände der Schnittpunkte vorgegebene seien. Auch die Lösung dieser Aufgabe kann unsicher werden. Es ist unter Umständen eine unendlichkleine Verschiebung des schneidenden Großkreises möglich, welche keine vergleichbare Veränderung der Abstände der Schnittpunkte nach sich zieht. Die Lagen der Großkreise, die eine solche Verschiebung zulassen, umhüllen den gefährlichen Ort. Diese Lagen lassen sich ebenfalls durch kinematische Betrachtungen auffinden. (Fig. 3.) Sind A_1, B_1, C_1 die Ecken des Dreiecks, A, B, C die Pole seiner Seiten und schneide ein Großkreis die Seite $A_1 B_1$ in N, $B_1 C_1$ in L, $C_1 A_1$ in M, so erhält man das Momentanzentrum Q für die mögliche Bewegung des Großkreises im Schnitt der Lote in L, M, N auf die Seiten $B_1 C_1$, $C_1 A_1$, $A_1 B_1$. Schneiden sich die drei Lote in einem Punkt Q, so ist Großkreis in der gefährlichen Lage. Der Ort der Momentanzentra Q hat die Eigenschaft, daß die von ihm auf die Seiten des Dreiecks gefüllten Lote Fußpunkte haben, die auf einem Großkreise liegen. So haben wir im Umhüllungsgebilde der ausgezeichneten Großkreise das sphärische Gegenstück zur J. Steiner'schen Kurve dritter Klasse und im Ort der Momentanzentra P das Gegenstück zum Umkreise des Dreiecks bei der Steiner'schen Konstruktion derselben, die bekanntermassen lautet: Von den Punkten des Umkreises eines ebenen Dreiecks werden Lote auf die Seiten desselben gefällt. Ihre Fußpunkte liegen auf Geraden, die eine Kurve dritter Klasse umhüllen, von welcher die Dreiecksseiten und Höhen Tangenten sind. Das Momentanzentrum Q kann auch dadurch gefunden werden, daß man die Punkte $L M N$ mit den Ecken A, B, C des Polardreiecks durch Großkreise verbindet. Errichtet man in den Punkten A, B, C Lote zu jenen Verbindungslinien, so schneiden sich dieselben in einem Punkte P, dem Pole des Großkreises durch $L M N$. Bei der unendlichkleinen Drehung um Q, bei welcher sich die

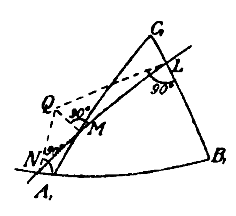


Fig. 3.

Abstände der Punkte LMN vergleichsweise nicht ändern, geschieht dasselbe auch mit den Winkeln der Großkreise des Büschels PA, PB, PC und P ist demnach ebenso wie Q ein Punkt des gefährlichen Ortes für das Rückwärtseinschneiden nach dem sphärischen Dreieck ABC. Letzterer ist aber von dem gefährlichen Ort für das Rückwärtseinschneiden nach dem Polardreieck $A_1 B_1 C_1$ nicht verschieden.

Zusammenfassend kann man sagen: Der „gefährliche Ort“ beim Rückwärtseinschneiden nach einem sphärischen Dreieck und seinem Polardreieck ist eine durch die Ecken beider Dreiecke gehende Kurve, die von einem Kegel dritter Ordnung mit der Spitze im Kugelmittelpunkt ausgeschnitten wird. Fällt man von einem Punkte dieser Kurve Lote auf die Seiten des Dreiecks oder seines Polardreiecks, so liegen die Fußpunkte auf je einem Großkreise und die Ebenen der letzteren umhüllen einen Kegel dritter Klasse, der die Seiten beider Dreiecke sowie ihre gemeinsamen Höhen berührt und polarreziprok zum Kegel dritter Ordnung liegt.

Von der großen Zahl metrischer Eigenschaften der J. Steiner'schen ebenen Kurve dritter Klasse überträgt sich keine auf das sphärische Gegenstück; sie sind nämlich wesentlich dadurch bedingt, daß die Steiner'sche Kurve eine Doppeltangente mit den imaginären Kreispunkten als Berührungspunkten besitzt, während der Kegel dritter Klasse beim sphärischen Gegenstück allgemeiner Art ist.

Über eine Beziehung zwischen Wanderungsgeschwindigkeit und Form der Ionen.

Von A. Korn und E. Strauß.

(Eingelaufen 7. Januar.)

Der Gedanke Lindemanns,[1]) die Spektra der Elemente aus der Form der Atome abzuleiten, hat uns auf die Frage geführt, ob man nicht auch aus der Wanderungsgeschwindigkeit der Ionen gewisse Schlüsse auf deren Form ziehen kann.

Wir wollen im folgenden zwei einfache Voraussetzungen machen:

1. Die Ionen sind elastische feste Körper, welche in erster Annäherung einfache Formen haben, so daß wir z. B. von gewissen Ionen aussagen können, sie haben in erster Annäherung Kugelgestalt oder die Gestalt von verlängerten Rotationsellipsoiden oder dergl. Die Ionen bestehen aus einer Einheitsmaterie von bestimmter Dichte ϱ, die für alle Ionen dieselbe ist.

2. Der Widerstand, den ein als verlängertes Rotationsellipsoid gedachtes Ion bei seiner Bewegung in der Richtung der Rotationsachse erfährt, ist für jedes Flächenelement der normalen Komponente seiner Geschwindigkeit proportional und hat die Richtung der (inneren) Normalen.

Auf Grund dieser beiden Annahmen können wir zeigen, daß man aus dem Verhältnis der Ionengeschwindigkeiten eines kugelförmig gedachten Ions und eines Ions von der Gestalt

[1]) F. Lindemann, Zur Theorie der Spektrallinien. (Sitzungsbericht d. math.-phys. Kl. d. K. Bayer. Akad. d. Wissensch., 31, S. 441—494, 33, S. 27—100.)

eines verlängerten Rotationsellipsoides das Achsenverhältnis dieses letzteren berechnen kann.

Wenn man z. B. mit Lindemann dem Zink-Ion die Kugelgestalt, dem Natrium- und Kalium-Ion die Gestalt eines verlängerten Rotationsellipsoides zuschreibt, so wird man aus dem Verhältnis:

$$\frac{\text{Ionengeschwindigkeit des Zn.-Ions}}{\text{Ionengeschwindigkeit des Na.-Ions}}$$

das Achsenverhältnis für das Na.-Ion, aus dem Verhältnis:

$$\frac{\text{Ionengeschwindigkeit des Zn.-Ions}}{\text{Ionengeschwindigkeit des K.-Ions}}$$

das Achsenverhältnis für das K.-Ion bestimmen können.

Würde man — in diesem Punkte von der Lindemann'schen Theorie abweichend — z. B. dem Wasserstoff-Ion Kugelform zusprechen, für das Kalium- und Natrium-Ion aber die erwähnte Voraussetzung beibehalten, daß sie die Gestalt von verlängerten Rotationsellipsoiden besitzen, so werden wir wieder aus den Verhältnissen der Ionengeschwindigkeiten Werte für die Achsenverhältnisse der K.- und Na.-Ionen berechnen können, die von den auf die erste Art berechneten Werten verschieden sein werden.

Wir werden die Berechnung für jede dieser beiden Voraussetzungen ausführen, und es werden sich bei der ersten Voraussetzung (Zn.-Ion kugelförmig gedacht) die Verhältnisse der kleinen zur großen Achse, wie folgt, ergeben:

für K.: 0,58,
für Na.: 0,92.

Auf Grund der zweiten Voraussetzung (H.-Ion kugelförmig gedacht) ergibt die Berechnung dieses Achsenverhältnisses:

für K.: 0,62,
für Na.: 0,96.

Wir teilen diese Resultate in der Hoffnung mit, daß durch die Einsetzung dieser Werte in die für die Spektrallinien von

verlängerten Rotationsellipsoiden nach Lindemann geltenden Gleichungen die numerische Berechnung der den Spektrallinien entsprechenden Wellenlängen ermöglicht und ein Vergleich mit der Erfahrung vorgenommen werden kann.

a) Der Widerstand, den ein Ion von der Gestalt eines verlängerten Rotationsellipsoides bei der Bewegung in der Richtung der Rotationsachse erleidet.

Wir nehmen den Mittelpunkt des Ellipsoides zum Anfangspunkte, die Rotationsachse zur x-Achse, a sei die große, b die kleine Halbachse des Ellipsoides, dann ist bei unseren Voraussetzungen der Widerstand, den das Ellipsoid bei einer Bewegung mit der Geschwindigkeit v in der Richtung der x-Achse erfährt:

$$W = \text{const.}\, v \cdot \int_0^a \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 \cdot y\, ds,$$

wenn wir unter ds ein Bogenelement der Meridiankurve verstehen, oder:

$$W = \text{const.}\, v \cdot \int_0^a \frac{y\, y'^2}{\sqrt{1 + y'^2}}\, dx,$$

wobei wir

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$$

zu setzen haben. Nun ist:

$$y' = -\frac{b}{a}\,\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}},$$

$$\sqrt{1 + y'^2} = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{a^4 - (a^2 - b^2)\, x^2}{a^2 - x^2}},$$

somit:

$$W = \text{const.}\, v \cdot \frac{b^3}{a^2} \int_0^a \frac{x^2}{\sqrt{a^4 - e^2 x^2}}\, dx,$$

wenn wir noch die Abkürzung:

$$e = \sqrt{a^2 - b^2}$$

einführen.

Das Integral ist leicht auszuwerten; es ist das unbestimmte Integral:

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{a^4 - e^2 x^2}} \, d\,x = \frac{1}{2} \frac{a^4}{e^3} \arcsin \frac{e\,x}{a^2} - \frac{1}{2} \frac{x}{e^2} \sqrt{a^4 - e^2 x^2} + \text{const.},$$

somit:

$$W = \text{const.}\; v \cdot \frac{1}{2} \left[\frac{b^3 a^2}{e^3} \arcsin \frac{e}{a} - \frac{b^4}{e^2} \right].$$

Der Fall:

$$e = 0, \quad b = a,$$

d. i. der Fall der Kugel, bedarf einer besonderen Behandlung, es folgt in diesem Falle:

$$W = \text{const.}\; v \cdot \frac{b^3}{a^2} \int_0^a \frac{x^2}{a^2} \, d\,x = \text{const.}\; v \cdot \frac{1}{3} a^2.$$

b) Berechnung von Achsenverhältnissen mit Hilfe der Kenntnis der Wanderungsgeschwindigkeiten der Ionen und der Äquivalentgewichte.

Wir werden jetzt zwei Ionen vergleichen unter der Voraussetzung, daß das eine Ion die Gestalt einer Kugel, das andere die Gestalt eines verlängerten Rotationsellipsoides hat. Die Kugel habe den unbekannten Radius a_0, das Rotationsellipsoid die Halbachsen a und b $(a > b)$; die Wanderungsgeschwindigkeit des kugelförmigen Ions sei: I_0, die des anderen Ions: I; das dem kugelförmigen Ion entsprechende Äquivalentgewicht sei: G_0, das dem anderen Ion entsprechende Äquivalentgewicht: G. Dann bestehen die Gleichungen:

$$\frac{I_0}{I} = \frac{W}{W_0} = \frac{3}{2} \frac{a^2}{a_0^2} \left[\frac{b^3}{e^3} \arcsin \frac{e}{a} - \frac{b^4}{a^2 e^2} \right],$$

$$\frac{G_0}{G} = \frac{a_0^3}{a^2 b}.$$

Es ergibt sich somit durch Elimination des unbekannten Kugel-Radius a_0:

$$\left(\frac{I_0}{I}\right)^3 \cdot \left(\frac{G_0}{G}\right)^2 = \frac{27}{8} \frac{a^2}{b^2} \left[\frac{b^3}{e^3} \arcsin \frac{e}{a} - \frac{b^4}{a^2 e^2} \right]^3 = \psi\left(\frac{b}{a}\right).$$

Auf der rechten Seite steht eine bloße Funktion von $\frac{b}{a}$, auf der linken Seite eine experimentell bestimmbare Zahl, wir können somit aus dieser Gleichung die Unbekannte $\frac{b}{a}$ für ein Ion berechnen, dem wir die Gestalt eines verlängerten Rotationsellipsoides beilegen, indem wir es mit einem Ion vergleichen, dem wir Kugelgestalt zuerteilen.

Wir werden jetzt zunächst, einer Vermutung Lindemanns folgend, das Zn.-Ion als Kugel annehmen und dem Na.-Ion die Gestalt eines verlängerten Rotationsellipsoides beilegen.

Dann ist:[1])

$$\frac{I_0}{I} = \frac{26}{38,3}, \quad \frac{G_0}{G} = \frac{32,7}{23,05},$$

$$1. \quad \psi\left(\frac{b}{a}\right) = 0,630.$$

Indem wir in gleicher Weise das K.-Ion als verlängertes Rotationsellipsoid annehmen und mit dem Zn.-Ion vergleichen, haben wir:

$$\frac{I_0}{I} = \frac{26}{60,7}, \quad \frac{G_0}{G} = \frac{32,7}{39,15},$$

$$2. \quad \psi\left(\frac{b}{a}\right) = 0,0548.$$

Nehmen wir dagegen das Wasserstoff-Ion als Kugel an und vergleichen mit ihm das als verlängertes Rotationsellipsoid vorausgesetzte Na.-Ion, so folgt:

$$\frac{I_0}{I} = \frac{293}{38,3}, \quad \frac{G_0}{G} = \frac{1}{23,05},$$

$$3. \quad \psi\left(\frac{b}{a}\right) = 0,843,$$

[1]) Wir entnehmen die Zahlen den „Grundzügen der Elektrochemie" von R. Lüpke (S. 62).

und wenn wir mit dem Wasserstoff-Ion das K.-Ion vergleichen, so erhalten wir:

$$\frac{I_0}{I} = \frac{293}{60,7}, \qquad \frac{G_0}{G} = \frac{1}{39,15},$$

$$4. \quad \psi\left(\frac{b}{a}\right) = 0,0734.$$

Wir haben für eine Anzahl von Werten $\frac{b}{a}$ die zugehörigen ψ Werte berechnet, und man kann aus der nachfolgenden Tabelle leicht die den ψ Werten 1.—4. entsprechenden Werte von $\frac{b}{a}$ berechnen.

Es folgt, wenn wir das Zn.-Ion als Kugel zu Grunde legen:

$$\text{für Na.:} \ \frac{b}{a} = 0,92,$$

$$\text{für K.:} \ \frac{b}{a} = 0,58,$$

wenn wir das Wasserstoff-Ion als Kugel zu Grunde legen:

$$\text{für Na.:} \ \frac{b}{a} = 0,96,$$

$$\text{für K.:} \ \frac{b}{a} = 0,62.$$

Wenn wir bedenken, daß die Angaben für die Wanderungsgeschwindigkeiten der Ionen, wie sie experimentell bestimmt worden sind, leicht Fehler von einigen Prozent enthalten können, dürfen wir mit einiger Sicherheit sagen, daß bei unseren Voraussetzungen für Na. auf ein Achsenverhältnis:

$$\frac{b}{a} = 0,92, \qquad \frac{e}{a} = \frac{2}{5},$$

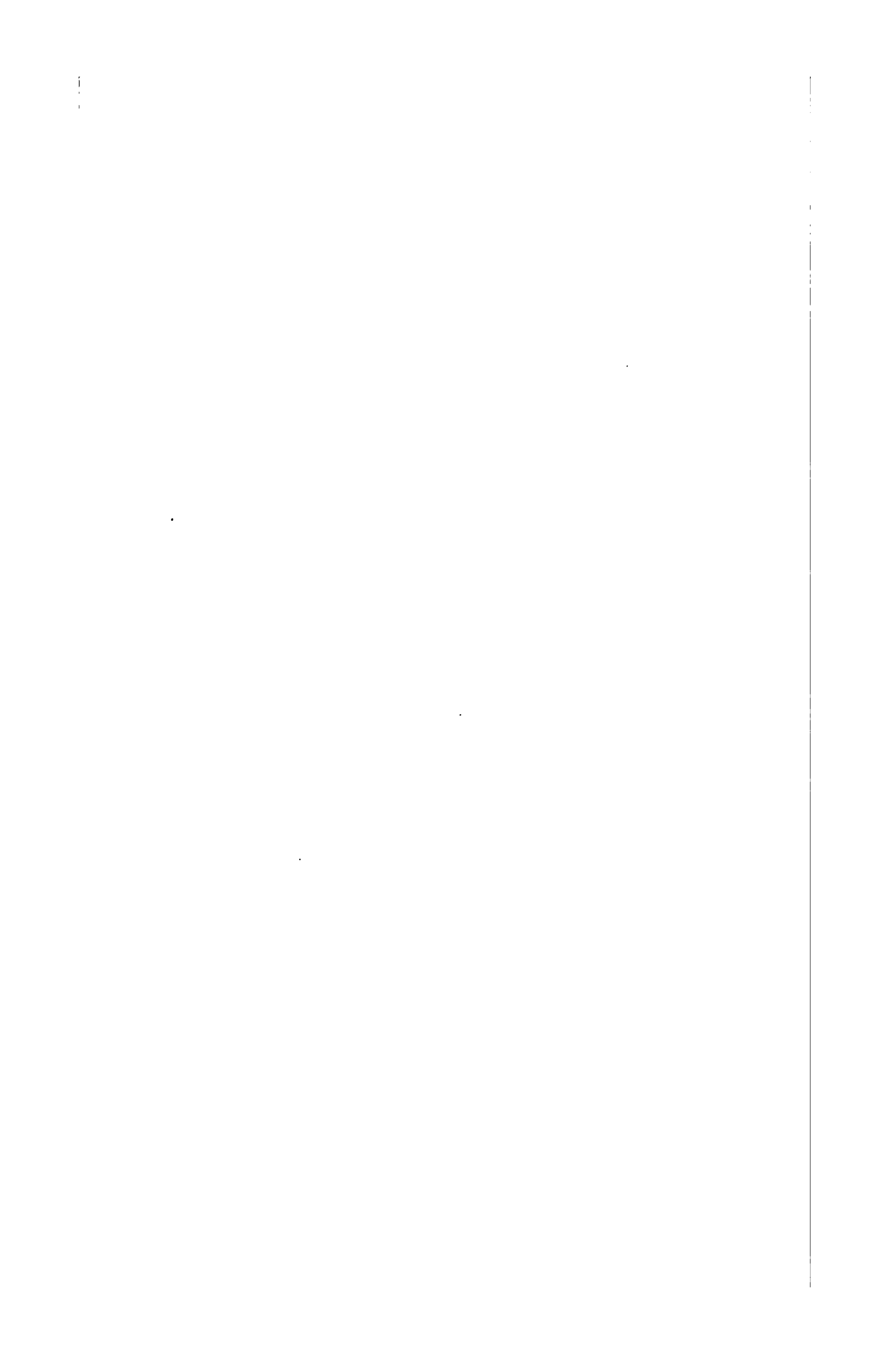
für K. auf ein Achsenverhältnis:

$$\frac{b}{a} = 0,60, \qquad \frac{e}{a} = \frac{4}{5}$$

geschlossen werden kann.

Tabelle der ψ Werte.

$\frac{b}{a}$	$\frac{e}{a}$	$\psi\left(\frac{b}{a}\right)$
0	1	0
$\frac{1}{2} = 0{,}5$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	0,0223
$\frac{9}{16} = 0{,}5625$	$\frac{5}{16}\sqrt{7}$	0,0450
$\frac{2}{11}\sqrt{10} = 0{,}575$	$\frac{9}{11}$	0,0495
$\frac{3}{5} = 0{,}6$	$\frac{4}{5}$	0,0630
$\frac{5}{8} = 0{,}625$	$\frac{1}{8}\sqrt{39}$	0,0793
$\frac{3}{4} = 0{,}75$	$\frac{1}{4}\sqrt{7}$	0,2177
$\frac{7}{8} = 0{,}875$	$\frac{1}{8}\sqrt{15}$	0,4816
$\frac{9}{10} = 0{,}9$	$\frac{1}{10}\sqrt{19}$	0,5790
$\frac{1}{5}\sqrt{21} = 0{,}916$	$\frac{2}{5}$	0,6322
$\frac{1}{4}\sqrt{15} = 0{,}968$	$\frac{1}{4}$	0,8570
1	0	1



Beweis eines Satzes über das Vorhandensein des komplexen Integrals.

Von **Otto Stolz.**

(*Eingelaufen 7. Januar.*)

1. Bezeichnet $g(\tau)$ eine komplexe Funktion der reellen Veränderlichen τ, welche für jeden Wert des endlichen Intervalles (α, β) mit Einschluß von $\tau = \alpha$ und $\tau = \beta$ stetig ist, so stellt die Gleichung

$$x = g(\tau) \qquad (\alpha \leqq \tau \leqq \beta) \tag{1}$$

in der x-Ebene eine ganz im Endlichen liegende, stetige Linie $\mathfrak{w}$ dar, welche die Punkte $a = g(\alpha)$ und $b = g(\beta)$ verbindet. Ferner sei für jeden Punkt x in $\mathfrak{w}$ eine Funktion $f(x)$ eindeutig erklärt und zwar sei sie in $\mathfrak{w}$ endlich d. h. es gebe eine positive Konstante Γ derart, daß der absolute Betrag von $f(x)$ für jedes solche x kleiner als Γ ist. Alsdann versteht man unter dem I n t e g r a l d e r F u n k t i o n $f(x)$ l ä n g s d e s W e g e s $\mathfrak{w}$

$$\int\limits_{a\,(\mathfrak{w})}^{b} f(x)\, dx \tag{2}$$

die der nachstehenden Bedingung genügende Zahl J. Wir teilen das Intervall $\beta - \alpha$ in beliebig viele (n) Teile $\delta_1\, \delta_2 \ldots \delta_n$, so daß

$$\delta_1 + \delta_2 + \cdots + \delta_n = \beta - \alpha$$

ist, und setzen

$$\alpha = \alpha_0 \qquad \alpha + \delta_1 = \alpha_1 \quad \alpha_1 + \delta_1 = \alpha_2 \,.\,.\,.\,.\,.\, \alpha_{n-1} + \delta_n = \alpha_n = \beta$$

$$g(\alpha_0) = a_0 = a \quad g(\alpha_1) = a_1 \quad g(\alpha_2) = a_2 \quad g(\alpha_{n-1}) = a_{n-1} \quad g(\alpha_n) = a_n = b.$$

Endlich sei τ_r ein im Intervalle $(a_{n-1}, a_r) \cdot (r = 1, 2 \ldots n)$ beliebig gewählter Wert von τ und $x_r = g(\tau_r)$. Dann soll jeder positiven Zahl ε eine positive Zahl δ so entsprechen, daß, wenn nur jeden der Teile $\delta_1\ \delta_2 \ldots \delta_n$, deren Summe $\beta - \alpha$ ist, kleiner als δ ist, stets

$$\left| \sum_1^n {}^r f(x_r)(a_r - a_{r-1}) - J \right| < \varepsilon \tag{3}$$

ist. Darin besteht die arithmetische Bedeutung der Formel

$$J = \lim_{\delta_r = 0} \sum_1^n {}^r f(x_r)(a_r - a_{r-1}). \tag{4}$$

Nun besteht bekanntlich der Satz: „Wenn der Weg $\mathfrak{w}$ regulär ist (d. h. wenn entweder der Differentialquotient $g'(\tau)$ im Intervalle (α, β) überall d. i. für $\alpha \leq \tau < \beta$ stetig ist oder das Intervall (α, β) sich so in eine endliche Anzahl von Teilen zerlegen lässt, daß $g'(\tau)$ in jedem Teil-Intervalle überall stetig ist) und wenn das Integral

$$\int_\alpha^\beta f(g(\tau))\, g'(\tau)\, d\tau \tag{5}$$

einen Sinn hat, so ist das komplexe Integral (2) vorhanden und zwar ist es dem soeben erwähnten Integral (5) gleich."

Diesen Satz habe ich für den Fall, daß $g'(\tau)$ im Intervalle (α, β) durchaus stetig ist, in meinen „Grundzügen der Differential- und Integralrechnung" II, S. 174 bewiesen. Im zweiten der hinsichtlich des Verhaltens von $g'(\tau)$ soeben unterschiedenen Falle wurde der Satz a. a. O. nicht sichergestellt.[1])

[1]) Vergl. Monatshefte für Mathematik und Physik, XI, S. 64. Der Beweis, welcher an dieser Stelle von mir für den i. J. angeführten Satz in dem in Nr. 2 behandelten Falle gegeben ist, kann nicht völlig befriedigen, wie ich im 3. Bande der Transactions of the American math. Soc. S. 33 bemerkt habe. Daselbst habe ich den genannten Satz zurückgeführt auf den von C. Jordan (Cours d'Analyse 2, éd. I, Nr. 193) aufgestellten Satz, daß eine in allen Punkten des Weges $\mathfrak{w}$ eindeutige und stetige Funktion $f(x)$ auf ihm integrierbar ist, wenn dieser Weg rektifizierbar ist.

Ich gebe daher hier einen einfachen Beweis desselben für den genannten Fall. Er stützt sich darauf, daß der Satz für den ersten Fall bereits erwiesen ist.

2. Durch Einschaltung von h steigenden Werten $\gamma_1\, \gamma_2 \ldots \gamma_h$ zwischen α und β werde das Intervall (α, β) in die $h+1$ Teile $(\alpha, \gamma_1), (\gamma_1, \gamma_2) \ldots (\gamma_h, \beta)$ zerlegt, in deren jedem $g'(\tau)$ ausnahmslos d. i. mit Einschluß der Grenzen desselben stetig sei. Setzen wir $g(\gamma_s) = c_s$ $(s = 1 \ldots h)$ und bezeichnen die den soeben erwähnten Teil-Intervallen (α, γ_1) u. s. w. entsprechenden Stücke von $\mathfrak{w}$ mit $\mathfrak{w}_0 \cdots \mathfrak{w}_h$, so erhalten wir durch Anwendung des obigen Satzes für den ersten Fall die $(h+1)$ Formeln

$$\left.\begin{array}{l} \int\limits_{a(\mathfrak{w}_0)}^{c_1} f(x)\,dx = \int\limits_{\alpha}^{\gamma_1} f(g(\tau))g'(\tau)\,d\tau \quad \int\limits_{c_h(\mathfrak{w}_h)}^{b} f(x)\,dx = \int\limits_{\gamma_h}^{\beta} f(g(\tau))g'(\tau)\,d\tau \\ \int\limits_{c_s(\mathfrak{w}_s)}^{c_s+1} f(x)\,dx = \int\limits_{\gamma_s}^{\gamma_s+1} f\{g(\tau)\}g'(\tau)\,d\tau \cdot (s = 1, 2 \ldots h-1). \end{array}\right\} \quad (6)$$

Mit Hilfe derselben werde ich zeigen, daß die Summe der rechten Seiten der Gleichungen (6) d. i. das Integral (5) für J in die Ungleichung (3) eintreten darf. Der Beweis dafür wird indirekt geführt.

Angenommen, es gebe zu ε kein solches δ, daß, wenn nur ein jedes $\delta_r < \delta$ ist, die Ungleichung (3) Gültigkeit besitzt, so müßte zu jeder beliebig vorgegebenen Zahl δ mindestens eine Schar von Teilen $\delta_1 \ldots \delta_n$, jeder kleiner als δ, die zusammen $\beta - \alpha$ ausmachen, und zu den einzelnen Teilen mindestens je eine Zahl τ_r so gehören, daß

$$\left| \sum_1^n {}^r f(x_r)(a_r - a_{r-1}) - J \right| \geqq \varepsilon \qquad (7)$$

ist. Ich bezeichne also im folgenden mit $\delta_1\, \delta_2 \ldots \delta_n$ bestimmte Teile von $\beta - \alpha$ und ebenso mit τ_r $(r = 1, 2 \ldots n)$ eine bestimmte Zahl im Intervalle (a_{r-1}, a_r).

Die Zahl γ_s falle in das Intervall (a_{i_s-1}, a_{i_s}) von der Länge δ_{i_s} und zwar sei

$$\gamma_s - a_{i_s-1} = \varepsilon_s, \quad a_{i_s} - \gamma_s = \zeta_s, \quad \text{mithin } \delta_{i_s} = \varepsilon_s + \zeta_s.$$

Ist eine der Zahlen $\varepsilon_s\,\zeta_s$ Null, so ist die andere gleich δ_{i_s} selbst. Dies soll gelten für alle Werte $s = 1, 2 \ldots h$. Ist dann χ_s ein willkürlicher Wert des Intervalles (a_{i_s-1}, γ_s), w_s ein solcher des Intervalles (γ_s, a_{i_s}) und ist $g(\chi_s) = y_s$ $g(w_s) = z_s$, so setze man

$$f(z_s)(a_{i_s} - c_s) + \sum_{i_s+1}^{i_{s+1}-1}{}^r f(x_r)(a_r - a_{r-1}) + f(y_{s+1})(c_{s+1} - a_{i_{s+1}-1}) = S_s. \quad (8)$$

Hier soll s außer den Werten $1 \ldots h$ auch den Wert 0 annehmen. Dabei sei $i_0 = 0$ $i_{h+1} = n + 1$, $c_0 = a$ $c_{h+1} = b$. Ferner sei

$$f(x_{i_s})(a_{i_s} - a_{i_s-1}) - f(y_s)(c_s - a_{i_s-1}) - f(z_s)(a_{i_s} - c_s) = d_s (s = 1, 2 \ldots h). \quad (9)$$

Schreiben wir für die rechten Seiten der Gleichungen (6) nacheinander $J_0\,J_h$, $J_1 \ldots J_{h-1}$ und lassen

$$J_0 + J_1 + \cdots + J_{h-1} + J_h = \int_\alpha^\beta f\{g(\tau)\}\,g'(\tau)\,d\tau = J$$

sein, so finden wir

$$\sum_1^n{}^r f(x_r)(a_r - a_{r-1}) - J = \sum_0^h{}^s (S_s - J_s) + \sum_1^h{}^s d_s. \quad (10)$$

Da

$$\sum_0^h{}^s |S_s - J_s| + \sum_1^h{}^s |d_s| > \left| \sum_0^h{}^s (S_s - J_s) + \sum_1^h{}^s d_s \right|$$

ist, so ergibt sich aus der Gleichung (10) und der Beziehung (7), daß

$$\sum_0^h{}^s |S_s - J_s| + \sum_1^h{}^s |d_s| > \varepsilon$$

sein müßte. Bezeichnen wir mit $|d_\iota|$ die größte unter den h Zahlen $|d_s|$, so müßte demnach

$$h\,|d_\iota| \geqq \varepsilon - \sum_0^h{}^s |S_s - J_s| \quad (11)$$

sein.

Wählen wir nun die positive Zahl λ kleiner als ε und ferner die positive Zahl $\varkappa$ so, daß

$$\varepsilon - (h+1)\varkappa > \lambda \text{ ist, also } \varkappa < (\varepsilon - \lambda) : (h+1). \qquad (12)$$

Zufolge des obigen Satzes (S. 22) für den ersten Fall entspricht der Zahl $\varkappa$ eine positive Zahl Δ_s in der Art, daß, wenn wir den Unterschied $\gamma_{s+1} - \gamma_s$ in Teile $\delta_{s,r}$ $(r = 1, 2 \ldots n_s)$ zerlegen und einen jeden von ihnen kleiner als Δ_s nehmen, alsdann

$$\left| \sum_1^{n_s}{}_r f(x_{s,r})(a_{s,r} - a_{s,r-1}) - J_s \right| < \varkappa \qquad (13)$$

ist. Hierbei ist mithin

$$\gamma_{s+1} - \gamma_s = \delta_{s,1} + \delta_{s,2} + \ldots. + \delta_{s}, n_s$$

$$\left.\begin{array}{l} a_{s,r} = a_{s,r-1} + \delta_{s,r} \\ a_{s,r-1} < \tau_{s,r} < a_{s,r} \\ g(a_{s,r}) = a_{s,r},\ g(\tau_{s,r}) = x_{s,r} \end{array}\right\} (r = 1, 2 \ldots n_s)$$

$$a_{s0} = \gamma_{s-1} \quad a_{s,n_s} = \gamma_s, \quad a_{s0} = c_{s-1} \quad a_{s,n_s} = c_s.$$

s selbst durchläuft die ganzen Zahlen von 0 bis h, wobei $\gamma_0 = \alpha$ $\gamma_{h+1} = \beta$ zu denken ist. Unter den Zahlen $\Delta_0 \ldots \Delta_h$ sei Δ die kleinste.

Stellen wir uns unter dem bisher willkürlichen δ irgend eine bestimmte Zahl, welche kleiner als Δ ist, vor, so könnte jedes der ihr entsprechenden $(h+1)$ Systeme von Zahlen ζ_s, $\delta_{i_s+1} \ldots \delta_{i_{s+1}-1}$, ε_{s+1} an die Stelle des mit dem nämlichen Zeiger s versehenen Systemes $\delta_{s,1} \ldots \delta_s, n_s$ treten. Daher hätten wir vermöge der Ungleichung (13) die $(h+1)$ Ungleichungen

$$|S_s - J_s| < \varkappa \qquad (s = 0, 1 \ldots h).$$

Somit wäre nach den Formeln (11) und (12)

$$h\,|d_\iota| > \varepsilon - (h+1)\varkappa > \lambda \text{ d. i. } |d_\iota| > \lambda : h. \qquad (13^*)$$

Bringen wir den Ausdruck (9) auf die Form

$$d_s = [f(x_{i_s}) - f(z_s)](a_{i_s} - c_s) + [f(x_{i_s}) - f(y_s)](c_s - a_{i_s-1})$$

und bemerken wir, daß für jeden Punkt x des Weges $\mathfrak{w}$ $|f(x)| < \Gamma$, somit für irgend zwei Punkte $x\,x'$ desselben $|f(x') - f(x)| < 2\,\Gamma$ ist, so finden wir, daß

$$|d_s| < 2\,\Gamma\{|a_{i_s} - c_s| + |c_s - a_{i_s - 1}|\}$$

ist. Nehmen wir hier $s = \iota$ und beachten dann die Ungleichung (13*), so erkennen wir, daß

$$\lambda : h < 2\,\Gamma\{|a_{i_\iota} - c_\iota| + |c_\iota - a_{i_\iota - 1}|\},$$

folglich

$$\lambda : 2\,h\,\Gamma < |a_{i_\iota} - c_\iota| + |c_\iota - a_{i_\iota - 1}|$$

sein müßte. Demnach soll mindestens eine der Zahlen

$$|a_{i_\iota} - c_\iota|, \quad |c_\iota - a_{i_\iota - 1}|$$

größer als $\lambda : 4\,h\,\Gamma$ sein. Das Ergebnis dieser Erörterung besteht also darin, daß wie klein man sich die Zahl δ auch denken mag, es mindestens ein vom Werte $\tau = \gamma_\iota$ ausgehendes Intervall, dessen Länge (ε_ι oder ζ_ι) kleiner als δ ist, geben würde, wofür die Differenz

$$a_{i_\iota} - c_\iota = g(a_{i_\iota}) - g(\gamma_\iota) \text{ bezw. } a_{i_\iota - 1} - c_\iota = g(a_{i_\iota - 1}) - g(\gamma_\iota)$$

dem Betrage nach größer als $\lambda : 4\,h\,\Gamma$ ist. Das ist unmöglich. Denn aus der Stetigkeit der Funktion $g(\tau)$ bei $\tau = \gamma_\iota$ folgt, daß der Zahl $\lambda : 4\,h\,\Gamma$ eine positive Zahl μ so entspricht, daß, wenn nur

$$|\tau - \gamma_\iota| < \mu \text{ ist, dann } |g(\tau) - g(\gamma_\iota)| < \lambda : 4\,h\,\Gamma$$

ist.

Da sich mithin die S. 23 gemachte Annahme als unhaltbar erwiesen hat, so muß ihr Gegenteil zutreffen. Demnach läßt sich jeder Zahl $\varepsilon > 0$ eine Zahl $\delta > 0$ so zuordnen, daß die Ungleichung (3) besteht, wenn für J die Summe $J_0 + J_1 + \ldots + J_h$ gesetzt wird und jeder der Teile $\delta_1, \delta_2 \ldots \delta_n$, welche zusammen $\beta - a$ geben, kleiner als δ genommen wird.

3. Das Verfahren, durch welches in Nr. 2 ein indirekter Beweis zustande gebracht wurde, läßt sich auch bei anderen ähnlichen Anlässen verwenden z. B. um nachzuweisen, daß

eine jede reguläre Kurve (S. 22) rektifizierbar sei. Als solche möge eine Kurve

$$\xi = \varphi(\tau) \qquad \eta = \psi(\tau) \qquad (\alpha \leqq \tau \leqq \beta) \tag{14}$$

bezeichnet werden, wenn die Funktionen $\varphi(\tau)$, $\psi(\tau)$ für jeden Wert des Intervalles (α, β) stetig sind nnd wenn entweder das Nämliche für die beiden Differentialquotienten $\varphi'(\tau)\,\psi'(\tau)$ gilt oder das Intervall (α, β) so in eine endliche Anzahl von Teilen zerlegt werden kann, daß in jedem von ihnen $\varphi'(\tau)$, $\psi'(\tau)$ überall d. i. mit Einschluß der Grenzen desselben stetig sind. Setzt man

$$\xi + \eta i = x \qquad \varphi(\tau) + \psi(\tau)i = g(\tau),$$

so tritt an Stelle der zwei Gleichungen (14) die eine Gleichung (1).

Unter der Länge des durch die Gleichungen (14) dargestellten Bogens $a\,b$ versteht man die positive Zahl λ, welche die Forderung erfüllt, daß zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta > 0$ in der Art gehört, daß stets

$$0 < \lambda - \sum_{1}^{n} {}_{r} \,|\, a_{r-1}\, a_r \,| < \varepsilon \tag{15}$$

ist, wenn nur ein jeder der zusammen $\beta - \alpha$ ausmachenden Teile $\delta_1 \ldots \delta_n$ kleiner als δ ist. Dabei bedeutet a_r $(r = 0, 1 \ldots n)$ wie S. 21 den zum Werte $\tau = \alpha_r$ gehörigen Punkt der Kurve (14).

Daß im Falle, daß $\varphi'(\tau)$, $\psi'(\tau)$ für jeden Wert von τ im Intervalle (α, β) stetig sind,

$$\lambda = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\varphi'(\tau)^2 + \psi'(\tau)^2}\, d\tau \tag{16}$$

habe ich a. a. O. B. II, S. 314 gezeigt.[1])

Liegt der zweite Fall vor, daß $\varphi'(\tau)$, $\psi'(\tau)$ nicht bei jedem Werte von τ im Intervalle (α, β) beide stetig sind, dieses Intervall jedoch so in $h + 1$ Teile (α, γ_1), $(\gamma_1, \gamma_2) \cdots (\gamma_h, \beta)$

[1]) Der dort vorgeführte Beweis läßt sich mit Hilfe einer von C. Jordan a. a. O. Nr. 111 gegebenen Formel etwas vereinfachen.

zerlegt werden kann, daß in jedem die beiden Funktionen $\varphi'(\tau)\,\psi'(\tau)$ ausnahmslos stetig sind, so darf man

$$\lambda = \sum_{0}^{h} {}_s \int_{\gamma_s}^{\gamma_s+1} \sqrt{\varphi'(\tau)^2 + \psi'(\tau)^2\, d\tau} \tag{17}$$

setzen. Und zwar weist man durch einen dem in Nr. 2 vorgeführten indirekten Beweise ganz ähnlichen nach, daß die soeben erwähnte Zahl λ die oben bei Ungleichung (15) aufgestellte Forderung erfüllt.[1]) Zufolge der Formel (17) besteht also auch in diesem Falle die Gleichung (16).

---

[1]) Auf eine andere Art habe ich die Formel (17) in den Transact. of the American math. Soc. III, S. 33 bewiesen und a. a. O. S. 303 auch aus der C. Jordan'schen Darstellung der Rektifikation der Kurven abgeleitet.

Sitzung der math.-phys. Klasse vom 4. Februar 1905.

1. Herr Siegmund Günther legt eine Abhandlung des Herrn Dr. Josfph Reindl: „Ergänzungen und Nachträge zu W. v. Gümbels bayerischem Erdbebenkatalog“ vor.

Dieser Katalog ist enthalten in den Jahrgängen 1889 und 1898 der „Sitzungsberichte“. Absolute Vollständigkeit wurde darin nicht angestrebt, vielmehr ausdrücklich betont, es soll nur ein „Rahmen“ für weitere Arbeit geschaffen werden. In diesem Sinne wurde nunmehr eine weitere Durchsuchung der zeitgenössischen Literatur vorgenommen und einerseits manch völlig Neues ermittelt, andererseits von Ereignissen, die v. Gümbel nur kurz namhaft zu machen in der Lage gewesen war, eine eingehende Schilderung ermöglicht. Dies gilt insbesondere von dem merkwürdigen Einsturzbeben bei Ebermannstadt (1625) und von dem ausgedehnten Riesbeben (1769). Die Liste der in Bayern wahrgenommenen Erderschütterungen wurde bis zur Gegenwart fortgeführt.

2. Herr Hugo v. Seeliger überreicht eine Arbeit des Herrn Dr. J. B. Messerschmitt über: „Magnetische Ortsbestimmungen in Bayern.“

Die vorliegenden, mit besonderer Unterstützung der K. Akademie ausgeführten Messungen bilden die Vorarbeiten zu einer magnetischen Landesaufnahme. Ein Vergleich mit den vor mehr als 50 Jahren von Lamont gemachten Beobachtungen hat das interessante Resultat ergeben, daß sich die magnetischen Elemente in den verschiedenen Teilen des Landes zwar

verschieden, aber systematisch geändert haben, so zwar, daß die magnetischen Kurven sich nicht nur verschoben, sondern dabei auch eine Drehung ausgeführt haben. Das genaue Gesetz dieser Änderung läßt sich jedoch erst nach Vollendung der ganzen Vermessung ableiten.

3. Herr August Rothpletz legt eine Arbeit von Professor Dr. Felix in Leipzig: „Über einige fossile Korallen auf Columbien" vor.

Diese Korallen sind seinerzeit von Ihrer Kgl. Hoheit der Prinzessin Therese von Bayern gesammelt worden und jetzt hat sich ergeben, daß eine neue Art darunter ist, die Professor Felix als Orbicella Theresiana beschrieben hat, und daß außerdem diese Korallen auf ein tertiäres Alter der Ablagerungen schließen lassen.

4. Herr August Rothpletz erstattet einen Bericht über die unter Aufsicht des Kustos Dr. Broili mit Unterstützung der Akademie veranstalteten Aufsammlungen permischer Fossilien aus Texas, deren wissenschaftliche Bearbeitung durch Herrn Dr. Broili jetzt abgeschlossen worden ist.

Es haben sich dadurch nicht nur eine Anzahl neuer Genera und Arten, sondern auch sehr interessante allgemeine Schlußfolgerungen über die Abstammung der Reptilien ergeben, die wahrscheinlich eine diphyletische ist.

Ergänzungen und Nachträge zu v. Gümbels Erdbebenkatalog.

Von Dr. **Joseph Reindl.**

(*Eingelaufen 4. Februar.*)

(Mit Tafel I.)

Den Anfang zu einem Erdbebenkatalog für Bayern gemacht zu haben, ist bleibendes Verdienst des nun verstorbenen Oberbergdirektors W. v. Gümbel.[1]) Daß dieser Katalog noch der Nachträge und Ergänzungen bedurfte, wußte v. Gümbel selbst nur zu gut, denn er schrieb: „Nicht als ob eine solche Liste irgend Anspruch auf auch nur annähernde Vollständigkeit erheben wollte, kann sie doch als weiter Rahmen dazu dienen, nach und nach die hier noch fehlenden Beobachtungen nachzutragen."

Wie v. Gümbel recht hatte, bestätigt wohl folgende Abhandlung, obwohl auch hier gleich wieder angefügt werden muß, daß weitere Nachträge nicht unausbleiblich sein dürften.

Nicht unerwähnt soll hier auch bleiben, daß mehrere, bereits schon erschienene Erdbebenarbeiten von Prof. S. Günther und dem Verf. als Beiträge zum Gümbel'schen Erdbebenkatalog aufzufassen sind.[2])[3])

[1]) v. Gümbel, Das Erdbeben am 2. Februar 1889 in der Umgegend von Neuburg a/D. Sitzungsber. der math.-phys. Klasse der K. B. Akademie der Wissenschaften, Bd. XIX, Jahrg. 1889. — v. Gümbel, Über die in den letzten Jahren in Bayern wahrgenommenen Erdbeben. Sitzungsberichte etc., 1898, Bd. XXVIII.

[2]) S. Günther, Das bayer.-böhmische Erdbeben, 1329. Jahresbericht der Geogr. Gesellschaft in München, 1898, S. 76 ff. — S. Günther, Mün-

786.

Großes Erdbeben in Regensburg.[1])

849.

Erdbeben im ganzen Bodenseegebiet, namentlich zu Konstanz und auf der Insel Reichenau.[2])

1062.

Starke Erdstöße zu Regensburg.[3]) Dortselbst fielen infolge dieser Katastrophe viele Häuser ein.[3]) (Wahrscheinlich war dies dasselbe Beben, das am 8. Februar 1062 in Konstanz, Neuchâtel, Basel und anderen Orten der Schweiz verspürt wurde.)[4])

chener Erdbeben und Prodigienliteratur in älterer Zeit. Jahrbuch für Münchener Geschichte, 1890, S. 233 ff. — S. Günther und J. Reindl, Seismologische Untersuchungen. Sitzungsber. der math.-phys. Klasse der K. B. Akademie der Wissenschaften, Bd. XXXIII, Heft 2, S. 631–669.

3) J. Reindl, „Beiträge zur Erdbebenkunde von Bayern". Sitzungsberichte der Münchener Akademie, math.-phys. Klasse, Bd. XXXIII, 1903, Heft 1, S. 171—204. — J. Reindl, „Die Erdbeben Bayerns in der geschichtlichen Zeit", Erdbebenwarte von Belar, 1903, Nr. 11 u. 12, 2. Jahrgang, 1903, S. 1—8. — J. Reindl, „Das Erdbeben am 5. und 6. März 1903 im Erz- und Fichtelgebirge mit Böhmerwalde, und das Erdbeben am 22. März 1903 in der Rheinpfalz". Geognostische Jahreshefte 1903, 16. Jahrg., München, S. 1—24, mit 2 Karten. — J. Reindl, „Die Erdbeben Bayerns im Jahre 1903". Geognost. Jahreshefte 1903, 16. Jahrg., S. 69—80. — S. Günther u. J. Reindl, „Seismologische Untersuchungen", siehe ad II. — Reindl, „Die Erdbeben Nordbayerns". Jahresbericht der Naturhistorischen Gesellschaft in Nürnberg, 1905.

1) Lang, Chronik von Regensburg, 1729, S. 320. v. Gümbel gibt nur allgemein an, daß in Bayern ein Erdbeben stattfand.

2) O. Volger, Untersuchungen über das Phänomen der Erdbeben in der Schweiz, I. Teil, Gotha 1857, S. 38. — Perrey, Mémoire sur les tremblements de terre ressentis dans le bassin du Rhône (in den Annales des sciences physiques et naturelles, d'agriculture et d'industrie publiées par la Société r. Agriculture etc. de Lyon 1845, p. 270 zit. Collection des Gaules par Dom. Bouquet VII, p. 65, 207, 235, 272. — Dieses Beben wurde auch in der Schweiz wahrgenommen.

3) Chronik von Regensburg, 1729, S. 320.

4) Siehe Langenbeck, „Die Erdbebenerscheinungen in der ober-


Dürch Johan Carll Inge:
ä Nor:



1092.

Am 8. Februar Erdbeben in Konstanz und an den Ufern des Bodensees.[1]) (Vielleicht eine Verwechslung mit der Erschütterung vom 8. Februar 1062?)

1295.

Ende August oder Anfang September Erdbeben zu Kempten;[2]) dann im Bodenseegebiet, namentlich zu Konstanz.[3])

In diesem Jahre fanden mehrere heftige Erdstöße in den Rhätischen Alpen statt, welche sich nach Baden und in das Elsaß fortpflanzten. Daß dadurch auch das Bodensee- und Algäugebiet betroffen wurde, ist leicht erklärlich. Nur über die genaueren Daten herrscht große Unsicherheit. v. Hoff[4]) gibt an: „Ende August oder Anfang September Erdbeben in Konstanz, im Thuroner Bistum und in den Rhätischen Alpen. In Rhätien sollen 15 Schlösser zerstört worden sein.“ Volger[5]) berichtet dagegen von zwei Erdbeben in den Rhätischen Alpen, von denen das erste im April, das zweite Ende August oder Anfang September stattgefunden haben soll. Nach Langenbecks[6]) Untersuchungen ist es nun wahrscheinlich, daß ein Erdbeben hievon (das im April) im Elsaß und Breisgau, das andere (im August oder September) in Rhätien und Wallis seinen Ursprung hatte.

1348 und 1356.

Die beiden, in diesen Jahren stattgefundenen Beben, wurden eingehend behandelt von dem Verf. und Prof. S. Günther. Siehe: S. Günther und J. Reindl, „Die beiden großen Erdbeben des XIV. Jahrhunderts“, Seismologische Untersuchungen. Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der K. B. Akademie der Wissen-

---

rheinischen Tiefebene“. Geogr. Abhandlungen aus den Reichslanden Elsaß-Lothringen von G. Gerland, I. Heft, S. 10, Stuttgart 1892.

[1]) Langenbeck, a. a. O., S. 10.

[2]) Kemptner Chronik von Schwarz.

[3]) A. v. Hoff, „Chronik d. Erdbeben u. Vulkanausbrüche“. Gotha 1840.

[4]) Ebenda.

[5]) Volger, a. a. O.

[6]) Langenbeck, a. a. O., S. 11.

schaften, Bd. XXXIII, 1903, Heft IV. Mit 2 Tafeln. München 1904. — Siehe ferner: J. Reindl, „Beiträge zur Erdbebenkunde von Bayern". Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der K. B. Akademie vom 7. März 1903, S. 171 ff.

1384.

Erdstöße zu Regensburg.[1])

1478.

Erdstöße zu Kempten vom 24. Februar 1473. Die Glocken auf den Türmen ertönten von selbst.[2])

1496.

Erdstöße zu Donauwörth und Ulm. Nach der Donauwörther Chronik vom Jahre 1802 soll das Beben seinen Ursprung zu Basel gehabt haben. Wahrscheinlich dürfte jedoch dieses Beben identisch mit jenem am 10. November 1498 zu Basel sein, denn sämtliche Erdbebenkataloge verzeichnen für das Jahr 1496 kein Erdbeben zu Basel. Selbst das letztere wird angestritten (siehe Langenbeck, a. a. O. S. 19), und wir behandeln also dieses Beben mit einiger Reserve. Die Möglichkeit ist jedoch nicht ausgeschlossen, daß im Donaubruch selbst der Herd dieser Erschütterung lag, vielleicht bei Donauwörth, das am Kreuzungspunkt der Ries- und Donauspalte liegt und von jeher ein von Erdbeben oft heimgesuchter Ort ist.

1511.

In diesem Jahre fand eine starke Erderschütterung zu Burghausen[3]) in Oberbayern statt. „Hier hat ein starkes Erdbeben am 26. März die Stadt erschüttert." Wie viel oder wenig es indes geschadet hat, erzält Aventin, der damals mit den Prinzen Ernst und Ludwig und ihrer Mutter Herzogin Kunigunde in Burghausen anwesend war und uns den Vorgang folgendermaßen beschreibt: „Anno salūtis 1511, VII.

[1]) „Der Sammler" (Augsburger Abendztg.) Nr. 44, S. 8.

[2]) Karrer, Beschreibung der Altstadt Kempten, 1828, S. 502.

[3]) J. G. B. Huber, Geschichte der Stadt Burghausen in Oberbayern. Burghausen 1862.

cal. aprilis, qui erat dies mercũrii ante laetare infra tertiam et quartam post mevidiem terremotũ sũbito et terribili hec corruerunt."[1])

„Ober Zili ganz zuerissen vnd ainstails nidergeworffen, daß man zue dem niedern Slos nit wonen mag."[2])

„In der andern burg alle gemach zerissen, an ainem ort nach dem Wasser in ainer stube ain außladung gantz hinabgeworffen. Das Capellel vor vnser stuben[3]) gantz zerissen, das gemeur zwischen der stuben vnd Capellen obn das gemeur von einander gerissen, daß die tramen an den Seilnpoden ain tail herabfallen welln. Im Kloster[4]) vnd an der Kirchen grossen schaden gethan. Der schepachin ir Haus gantz zerrissen ainßtheils vmbgeworfen. Hañß scheuchen seine gewelb zuerrissen. vil schaden den leuten an heuser allenthalben gethan, den leuten ain merklichs schaden gethan, dan zu Zeit hat ain stain etwans ainß troffen von den meurn die dan allenthalben zuerissen sein. Hat nyemant vor forcht jm schlos pleiben wellen, die Hertzogin iß zvo nacht herauf in des statrichters haus gelegen, man hat gemeint die welt wol zergern oder das ort da ein ytlichs gewesen ist. Die paurn vnd volk zur vil ende auff das veld vnd vil ende den pergen zuegelauffen."[5])

Nach v. Gümbel fand am 27. März 1511 zu Nördlingen und an anderen Riesorten ein Erdbeben statt. Auch die Erdstöße zu Burghausen dürften am 27. März stattgefunden und ihren Herd wohl in Kärnten gehabt haben; denn nach Höfer[6]) bebte am 27. März die Erde heftig in Kärnten, Görz

[1]) Zu Deutsch: Im Jahre des Heiles 1511 am 26. März, welcher der Mittwoch vor Lätare war, stürzte zwischen 3 und 4 Uhr nachmittags plötzlich durch ein schreckliches Erdbeben folgendes zusammen.

[2]) Unverständlich. Es ist nur klar, daß ein Teil der Burg gemeint ist.

[3]) Die Fürstenzimmer gemeint.

[4]) Raitenhaslach? In der Stadt war noch kein Kloster.

[5]) Wiedemann, Dr. Theod. Johann Thurmair. Freising, Datterer, 1858, S. 349—50.

[6]) Höfer, Die Erdbeben Kärntens und deren Stoßlinien. Denkschriften der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften zu Wien, math.-naturw. Klasse, 42. Band (1880), S. 10 ff.

und Gradisca, im Friaul (Gemona) und im Triester Küstenlande (Muggia); in Tolmein brachen zwei befestigte Schlösser zusammen.

1542.

Nach Schwarz fanden in diesem Jahre zwei Erdbeben zu Kempten statt: „diß Jahrs waren alhie 2 Erdbiden der 1. und 3. Hornung zwischen 10 und 11 Uhr nachts, der 2. den 8. Novembris vmb 9 Uhr vormittag".[1]) Zorn verzeichnet dagegen nur eines. „1542 wurde zu Kempten eine starke Erderschütterung verspürt." [2]) Diese Beben scheinen keine große Ausdehnung gehabt zu haben, da hierüber aus anderen Gebieten Europas keine Nachrichten vorliegen.

1600.

„Am 11. November 1600 wurde zu Kempten eine starke Erderschütterung verspürt, welche ohne Schaden vorüberging."[3]) Auch dieses Beben scheint lokaler Natur gewesen zu sein.

1625.

v. Gümbel bezeichnet nach v. Hoff[4]) ohne nähere Datumsangabe für dieses Jahr zu Ebermannstadt ein Erdbeben. (Siehe auch „Dreßdnische Gelehrte Anzeigen", 1756, Nr. 2, S. 25.)

Weitere Forschungen ergaben hierüber ein sehr interessantes Resultat. Im Besitze des Herrn Antiquars Ludwig Rosenthal in München fand sich ein sehr wertvolles Flugblatt, das jene Katastrophe vom 22. Februar 1625 (richtig ist 4. März 1625) veranschaulicht, und das wir für diese Abhandlung reproduzieren ließen.[5]) (Siehe Abbildung.) Dem Flugblatt war eine

---

[1]) Städtische Chronik von Kempten von Schwarz.

[2]) Johann Zorn, Sammlung der merkwürdigsten Ereignisse in der ehemaligen Reichsstadt Kempten. Kempten 1820, S. 50.

[3]) Ebenda S. 57.

[4]) Dieses Originalblatt bleibt im Besitze des Herrn Rosenthal.

[5]) v. Hoff, Chronik der Erdbeben (Geschichte der natürlichen Veränderung der Erdoberfläche, IV. Teil, 1840), S. 282; v. Gümbel, Sitzungsberichte der K. B. Akademie der Wissenschaften, XIX, 1889, S. 92.

kurze Erläuterung angefügt, die wir hier wiederholen wollen. Sie lautet:

„Demnach dieser Wunderberg, so im Bisthumb Bam-
„berg / zwischen Ebermañstatt vnd Gaiseldorff / auff der
„lincken Hand ligt / vnd die Trudenleiden genañt wird /
„hiervor Dienstags den 22. Februarii, dieses instehenden
„1625 Jahrs / zwischen 10 vnd 11 vhr vormittags durch
„sonderliche Wirkung sich mit schrecklichem Krachen
„vnd geprassel auffgethan vnd von einander gerissen hat /
„also daß die vmbwohnenden solches mit großer forcht
„vnd schrecken / angehört und gesehen / wie dañ die täg-
„liche Erfahrung mit sich bringt / daß sich derselbe
„noch immer vnd augenscheinlich von oben herab sencken /
„vnd fort schieben thut / vnd auch gegen Thal die Felder /
„so er antrifft in die höhe hebt / vnd gleichsam auss
„der Ebnen Berg vnd Hügel macht / wie dañ auß bey-
„gedruckter Figur mit mehrem vmbständig zu sehen ist.
„Es haben sich auch allbereit auff bemeldtem beweg-
„lichem theil des Bergs / so bey die 20. Morgen oder
„Jauchert in dem Vmbkreiß helt / vnd begreifft / bey
„200 Baumen von geschlachten vnd wilden Obssfrüchten
„versenkt / Zu Boden gerissen / vnd gar verschüttet.
„Derohalben dieser Berg / so vorhin mit Menschen vnd
„Vieh ohne gefahr besucht vnd genossen worden / nicht
„mehr wegen der erschröcklichen felsrissen / Klüften vñ
„Steinritzen kan betryben werden."

Zur Erklärung der Abbildung (paßt selbstverständlich auch auf unser Bild) ist dem Flugblatt folgende Notiz beigefügt:

A. Der noch stehende theil deß Berges / so eben ein grosse Ebne / hoch vnd lang hindurchsich hat / welcher vornen nach langst der Klufft in gestalt einer auffgesetzten Mawren anzusehen ist / als die von grossen harten Marbel oder Kalksteinen zugericht were / vnd sich auff 1000 Werckschuh in die läng erstrecken thut.

B. Das ander theil dess Bergs / so sich abgerissen vnd in̄ die 50.—60. biss auf 70 Werckschuh weit von dan̄en gegen dem Thal hinab geschoben / vnd diese grosse Klufft eröffnet hat.

C. Semdhauffen grosser auffeinander stehender stuck Steinen / in gestalt zerfallener Gemäwer / so in erstbemeldeter grosser Klufft absonderlich ledig vnd frey stehen.

D. Drey Kirschbaum / welche gleichsam des Berges warzeichen sind, stehen oben an der schärff der Klufft.

E. Viel hundert vnterschiedliche tieffe Erdklüften / so in dem gesenckten theil des Berges / hin vnd wider gesehen werden.

F. Flachsrösten / so mit Wasser angefüllt / vnd doch von dem Berg (vngeacht sie fast mitten inliegen) mit fort geschoben / vnd doch nicht verschütt oder vmbkehrt werden.

G. Ist das vnterste theil deß Bergs / der sich noch täglich über die Felder fortscheubt / vnd dieselben bedecken thut.

H. Der Gehnsteig von Gaiseldorf nach Ebermanstatt / so vom Berg verschütt worden.

J. (I) Ein tieffer Holweg / darvon der schiebende Berg unfern gelegen / vnd künfftig denselben auch erreichen mögte.

K. Ebermanstatt.

L. Gaiseldorff (Gasseldorf).

M. Rotenbühl / am Kreusenberg.

N. Ein hoher felsiger Berg / so nebst an Gaiseldorff gelegen.

Das Flugblatt ist in Nürnberg bei Han̄s Philipp Walch erschienen.

Eine nähere Betrachtung des Bildes zeigt, daß man es hier ohne Zweifel mit einer ganz ansehnlichen Geländeverschiebung zu tun hat. Vielleicht durch unterirdische Auslaugung, wie es in diesen Kalkgegenden sehr häufig

vorkommt, entstand eine über 300 m lange und bis zu 10 bis 12 m tiefe Erdspalte. Damit verbunden und hervorgerufen wurde ein sogenannter Bergsturz oder Bergschlipf,[1]) indem der lockere, auf den festen Gesteinsmassen aufliegende Boden aus seiner Gleichgewichtslage gebracht und abwärts getrieben wurde. Diese Abwärtsbewegung dauerte, wie aus der beigefügten Erläuterung des Flugblattes zu ersehen ist, noch Tage lang fort, ein Zeichen, daß unsere Annahme für einen Bergschlipf wohl stichhaltig sein dürfte.

Dafür, daß wir es hier gleichzeitig auch wohl mit einem Einsturzbeben zu tun haben, spricht der Umstand, daß sich zahlreichere kleinere Spalten und Gruben, die sich bei der Katastrophe bildeten, mit Wasser füllten, welch letzteres nur aus einem unterirdischen Behälter herrühren konnte, da zu jener Zeit kein Regentag war.

Auch Herr Oberbergrat Dr. Ludwig v. Ammon ist unserer Ansicht, und schon in seinem älteren Werkchen „Kleiner geologischer Führer durch einige Teile der fränkischen Alb“ (Exkursion von Mitgliedern der Deutschen geologischen Gesellschaft in den Frankenjura, Septbr. 1899) berichtet er hierüber: „In der Literatur wird von einer Erderschütterung berichtet, die sich im Jahre 1625 in Ebermannstadt begeben haben soll. Diese Angabe wäre, wenn ein eigentliches Erdbeben vorläge, von Interesse, da der ganze mittlere und nödliche Teil des fränkischen Juragebirges von einigermassen bemerkbaren Erdbewegungen in historischer Zeit fast völlig unberührt geblieben ist. Am Südrande des Jurazuges, insbesondere im Riesgebiet und in der Donauwörther Gegend, sowie in dem Striche östlich davon entlang der Donau, kamen dagegen öfters Erderschütterungen und zwar manchmal nicht so unbedeutende, wie dies verbürgte Nachrichten beweisen, vor. Jene Angabe über Ebermannstadt aber ist offenbar auf den großen Bergrutsch zu

[1]) Hiefür vgl. Penck, „Morphologie der Erdoberfläche“, I. Bd., Stuttgart. — Ferner S. Günther, „Bergstürze und Bergschlipfe“, Geophysik, II. Teil, Stuttgart 1897.

beziehen, der am 4. März 1625 bei Gasseldorf sich ereignet hat. Auf dem Ornatenton sind die schweren Bergmassen abgerutscht."

Da dieses Einsturzbeben (selbstverständlich ist an kein tektonisches Beben zu denken!), begleitet von einem gewaltigen Bergsturze, in der Nähe von Gasseldorf sich ereignete, kann dieses Beben auch „Gasseldorfer-Beben" genannt werden; jedoch ist auch die Bezeichnung „Erdbeben bei Ebermannstadt" nicht unrichtig, weil letzterer Ort doch der größte der Umgegend ist und das Beben ferner in der alten Literatur auch als solches bezeichnet ist.

Interessant über jenes Einsturzbeben und den davon hervorgerufenen Bergsturz ist auch folgende alte Flugschrift:

„M Zachariae Theobaldi, Einfältiges Bedenken, „was von dem Bergfall zu halten, welcher sich in vn„serer Nachtbarschaft an den Berg (die Trutleiden ge„nandt) zwischen Ebermanstadt vnnd Gayseldorff, Bam„bergischen Gebietes, gelegen, anfänglich den (22. Febr.) „4 Martii, zwischen 10. vnd 11. Vhr, vormittag, dieses „1625. Jahrs, begeben, vnd noch ferners continuiret. „Nürnberg, Gedruckt bei Simon Halbmayern."

1652.

Am 4. Februar fand ein ziemlich heftiges Erdbeben in den Kantonen Basel, Zürich und Schaffhausen statt. Dieses Beben wurde auch in Lindau im Bodensee wahrgenommen.[1])

1666.

Am 1. September Erdstöße im Bodenseegebiet (Volger, a. a. O., S. 103). Langenbeck schreibt hierüber: „Am 1. September fand zu Arbon am Bodensee ein Erdbeben statt, infolgedessen der See 25—30 Fuß über seine Ufer trat, sich aber rasch wieder zurückzog." (Langenbeck, a. a. O., S. 26.)

[1]) Langenbeck, a. a. O., S. 25. — Chronik von Lindau, 1798, S. 53.

1667.

Am 30. Juni zwei leichte Erdstöße zu Salzburg und Reichenhall.[1])

1669.

Am 30. September leichter Erdstoß zu Kissingen, Würzburg und Aschaffenburg.[2])

1670.

Am 7. Juli 1670 fand in den Alpenländern (Schweiz und Tirol)[3]) ein heftiges Beben statt, das auch in ganz Bayern wahrgenommen wurde. Hierüber liegen folgende Nachrichten vor:

1. „Die im Jahre 1670 zu Augsburg verspürte, von Innsbruck herkommende Erderschütterung machte sich am 7. Juli um 2 Uhr nachts auch in Regensburg stark bemerkbar und setzte die Einwohnerschaft in Schrecken, doch ist kein Schaden an den Gebäuden geschehen.“[4]) [5])

2. In Donauwörth schlugen die Hausglocken an.[6])

3. Am 5. (?) Juli (wahrscheinlich 7. Juli) 1670 zwischen 2 und 3 Uhr wurde in Kempten eine starke Erderschütterung verspürt.[7])

4. Ferner liegen über diese Erschütterung Nachrichten vor von Nürnberg, Lindau, Memmingen, München, Nördlingen.[8])

1687.

„Anno 1687 hat man abends um 6 Uhr den 8. Oktober in Regensburg ein Erdbeben vermerkt.“[9])

---

[1]) v. Gümbel, Sitzungsberichte vom 2. März 1889, S. 92. — Chronik von Reichenhall.

[2]) Mülb, Merkwürdigkeiten Nürnbergs, 1756.

[3]) Volger, S. 104 u. 105.

[4]) „Der Sammler“, Nr. 44, S. 8 der Augsburger Abendztg.

[5]) Chronik von Regensburg, 1729, S. 321.

[6]) Volger, S. 105.

[7]) Zorn, Chronik von Kempten, S. 82.

[8]) Volger, a. a. O. — S. Günther und J. Reindl, Seismologische Untersuchungen, S. 644. Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der K. B. Akademie der Wissenschaften, München 1904.

[9]) Chronik von Regensburg, 1729, S. 322.

1690.

Am 4. und 5. Dezember (24. November alten Stils) wurden ausgedehnte Gebiete der Alpen, Süd- und Mitteldeutschlands von bedeutenden Erderschütterungen betroffen.[1]) In Bayern wurden folgende Orte davon berührt:

Zu Kempten war das Beben so heftig, daß die Glocken auf den Türmen ertönten.[2]) Ferner wurde es gespürt zu Gunzenhausen, Nördlingen, Rothenburg o. T., Bayreuth, Bamberg, Nürnberg, Regensburg, Straubing, Augsburg, München, Kulmbach, Passau.[3])

1703.

Am 6. Mai leichtes Erdbeben in Nördlingen, Frankfurt a/M. und Hanau.[4])

1720.

Am 20. Dezember 5 Uhr 30 Min. morgens wurde die nordöstliche Schweiz und die Umgebung des Bodensees von einem ziemlich heftigen Erdbeben betroffen. Besonders fühlbar war dasselbe in St. Gallen, Thurgau, Appenzell, Konstanz, Reinegg, Lindau. In den beiden letzteren Orten stürzten mehrere Häuser ein. Auch in Kempten wurde die Erschütterung noch gespürt.[5])

1728.

Am 3. August 1728 abends 5 Uhr wurde zu Kempten eine starke Erderschütterung wahrgenommen.[6])

[1]) Siehe Langenbeck, a. a. O., S. 29 u. ff. — Höfer, Die Erdbeben Kärntens und deren Stoßlinien. Denkschriften der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften zu Wien, math.-naturw. Klasse, 42. Bd. (1880).

[2]) Karrer, Beschreibung und Geschichte der Altstadt Kempten. Kempten 1828.

[3]) Volger, S. 118, 119. Chronik von Regensburg, 1729, S. 321. — Wolf, Urkundliche Chronik von München, 1854. — Ebner, Sammelblätter zur Geschichte der Stadt Straubing, Nr. 164, 166. — J. Reindl, Die Erdbeben Bayerns, Erdbebenwarte Nr. 11 u. 12, II. Jahrg., Laibach 1903.

[4]) Michel, Beiträge zur Öttingischen politischen, kirchlichen und gelehrten Geschichte, I. Teil. Öttingen 1779. — Langenbeck, S. 32.

[5]) Langenbeck, S. 32. — Volger, S. 136. — Zorn, Chronik von Kempten, 1820, S. 98.

[6]) Zorn, a. a. O., S. 100.

An diesem Tage wurde die ganze oberrheinische Tiefebene und ein Teil der Schweiz erschüttert. Auch von den bayerischen Orten Speyer, Aschaffenburg und Nördlingen liegen Nachrichten vor.[1])

1733.

Am 18. Mai 2 h. p. fanden zu Würzburg, Aschaffenburg, Frankfurt a/M., Mainz, Offenbach, Hanau, Gießen, Butzbach und benachbarten Orten drei Erdstöße statt. Die Erschütterung war stark genug, um in den oberen Stockwerken der Häuser freistehende Gerätschaften zu bewegen und die Balken krachen zu machen. In Mainz war sie am stärksten, so daß die Glocken anschlugen und mehrere Schornsteine umfielen.[2])

1752.

Am 21. Januar 1752 war ein großes Erdbeben in Mittelberg und im Walsertal (Algäu).[3])

1755.

Das Erdbeben zu Lissabon vom 1. November 1755 wurde auch in München wahrgenommen. Der „Patriot“, eine Wochenschrift, gibt eine genaue Darstellung hierüber. „Es war im späteren Herbste“, schreibt er, „an einem sehr heiteren und windstillen Tage, als im Augenblicke ein so gewaltiger Stoß geschah, daß davon in vielen Häusern die Fenster geöffnet wurden. Die Erschütterung dauerte nicht viel über eine Sekunde. Die lange Gartenmauer zwischen dem sogenannten Augustinerstocke und der Augustinerkirche war dadurch umgeworfen, doch so, daß sie fast unzerbrochen, so wie sie gestanden, da lag, und gleichsam von der Kirche und dem ungebauten Hause abgeschnitten schien. Das Kupferdach von

---

[1]) S. Günther und J. Reindl, Seismologische Untersuchungen, S. 645, — Langenbeck, S. 33 und J. Boegner, Das Erdbeben und seine Erscheinungen. Frankfurt a/M. 1847, S. 109.

[2]) Langenbeck, S. 34. — Steuber, Chronik von Würzburg, 1801. S. 163.

[3]) Aus dem Buche „Der Mittelberg von Fink und Klenze“.

der gerade gegenüberstehenden St. Michaelskirche war auf einer Seite ganz zusammengerollt, und nach ein paar Tagen äußerte sich nochmal früh nach 7 Uhr eine starke Erschütterung in dem Gymnasium bey den Herren P. P. Jesuiten, welche unter den in der hl. Messe versammelten Studenten Schrecken und Unordnung erregte". (Siehe: Der „Patriot in Bayern", eine Wochenschrift, München 1769, S. 97, 7 Stück. „Gedanken über die in München und ganz Bayern den 4. August verspürte Erderschütterung, und über das Erdbeben überhaupt.")

Das Riesbeben im Jahre 1769.

(Siehe Abbildung.)

Wir haben es hier mit einem Beben zu tun, das ohne Zweifel sein Epizentrum im Ries hatte. Dieser Umstand, sowie die eingehenden Berichte aus damaliger Zeit über diese Erschütterung veranlassen uns, eine zusammenfassende Darstellung darüber zu geben. Interessant sind die Nachrichten, die der „Patriot", eine Wochenschrift aus dem Jahre 1769, brachte. Er schrieb:[1])

„Die Erderschütterung in München am 4. August 1769 war so gefährlich wie die vor 15 oder 16 Jahren in hiesiger Hauptstadt.[2]) Ihre Dauer (die Erschütterung am 4. August 1669) war hier in München 1½ Sekunden, nachmittags zwischen 4 und 5 Uhr. Der Himmel war heiter, das Wetter sehr heiß, und es herrschte eine ziemliche Windstille vor und nach der Erschütterung. Die Stöße waren sehr fühlbar, und man soll dieses Erdbeben, welches von Westen hergekommen, weit im Lande herum gemerkt haben. Erst den 5. in der Nacht änderte sich der Himmel, und es ließ sich ein Donnerwetter mit unschädlichen Blitzen merken, das von einem heftigen Winde und starkem Regen begleitet wurde."

---

[1]) Der „Patriot in Bayern". Eine Wochenschrift, München 1769, S. 97, 7. Stück. „Gedanken über die in München und ganz Bayern den 4. August verspürte Erderschütterung und über das Erdbeben überhaupt."

[2]) Der „Patriot" erinnert hier wohl an das große Lissaboner Beben vom 1. November 1755. Wie sich diese Erschütterung in München bemerkbar machte, haben wir oben bereits dargelegt.

„In Donauwörth haben wir nach der Hand folgende wichtige Nachricht in einem Briefe erhalten. Die Stöße waren daselbst ungemein stark. Das Erdbeben dauerte beiläufig 10 Sekunden. Verschiedene Häuser bekamen Ritze, zwey Häuser wurden gespalten, die Ziegel von vielen Dächern herabgeworfen, und 3 Kamine eingestürzt. Einen Augenblick vor der Erschütterung hörte man ein Donnern, und während demselben war das unterirdische Getöse sehr deutlich zu vernehmen. Die Luft war den Tag über ruhig, nur eine Stunde vorher strich ein Wind von Westen gegen Osten, und von daher schien auch das Erdbeben zu kommen. Am Himmel waren zerstreute Wetterwolken. Unmittelbar nach dem Beben war die Höhe des branderischen Universalthermometers 13 $^1/_2$ Grade über den Punkt des temperierten Wetters."

Vom Kloster Indersdorf stammt folgende Kunde:[1])

„Im hiesigen Kloster war am 4. August, 10 Minuten nach 4 Uhr nachmittags eine zweyfache gegen 10 Sekunden dauernde Erschütterung so heftig, daß ein großer Marmor zersprang, die Brunnquellen einige Stunden zurückblieben, und die zum morgigen Gottesdienste bestimmten musikalischen Instrumente ihren natürlichen Ton verloren, ja schon jeder wegen des entsetzlichen Getöses glaubte, sein Grab unter dem Schutte zu finden. In 3 Hofmarchen wurde zwar nur ein, aber so gewaltiger Stoß verspürt, daß bei einigen Einwohnern die Tische und Bänke bewegt, die Küche und Kellergeschürre wohl merklich gerührt, und die offenen Fenster mit Gewalt zugegestossen wurden; ja sogar die Schnitter auf dem Felde, welche eben zum Abendbrote ganz ruhig sassen, hob das Beben empor, und warf selbe unter sich. Unsere Wohnung war so stark erschüttert, daß die in einem gläsernen Kasten verwahrten Tischzeug-Schalen, Thee, dann andere theils gläserne, theils porcellannene Trinkgeschürre einen dem Glockenspiele ähnlichen Ton hören ließen. 3 Handwerker in verschiedenen Orten liefen für Schrecken aus ihren Häusern; denn selbe zitterten solcher-

[1]) Der „Patriot", Stück 8, S. 123.

gestalten, daß bei einem der Arbeitszeug von der Werkstatt fiel, bey dem andern das Wasser aus dem im Zimmer gestandenen Schäffl heraus schwankte, und bey dem dritten (er war ein Schlosser) der schwere Ambos sichtbare Bewegung machte. In einem ohnweit entlegenen Schlosse spielte man, und die Marken hüpften auf dem Tische so wunderlich durcheinander, daß die Spielenden gleich das Lusthaus verließen. In dem bekannten Kloster Taxa tönten die Glocken, die Bücher der Bibliothek fielen aus ihren Stellen, und alle leichten Geschürre stürzten zusammen, die Ordensgeistlichen aber ergriffen die Forcht und Flucht. Ohngeachtet der damaligen Windstille fielen die in sogenannte Mändl aufestellte Garben zu Boden, und die hier vorbeylaufend 2 kleinen Flüsse warfen die größten Fluthen, und Fische von sich. Die Blumentöpfe in den Gärten stürzten zusammen, und die Springbrunnen trieben das Wasser über ihren ordentlichen Lauf höher. Bey einem Wirt zersprangen 2 Fässer weißen Biers, und ein Weber von 30 Jahren, der zur Arbeit saß, fühlte in seinem Munde einen solchen Stoß, daß er glaubte, alle seine wohlgesetzten Zähne auf einmal verloren zu haben. Andere, sonderlich stehend- oder fahrende Personen, die diese Bewegung nicht achteten, überfiel eine fast sterblich- aber sehr kurze Bewegungsohnmacht, also zwar, daß viele darnieder sanken. An dem hiesigen Magneten hat man beobachtet, daß selber sein gewöhnliches Gewicht von 12 Pfunden entlassen, und die Barometer auf den höchsten Grad gestiegen, auch die zur Elektricität dienliche Glocken einige Zeit nach dem Erdbeben in Bewegung gestanden. An einigen Orten hörte man ein unbeschreibliches Brausen, wobey Feuer zum Vorscheine kam. Die Wälder weisen viele abgesprengte Bäume, doch sind nirgends einige Häuser außerordentlich beschädigt worden. Das Wunderlichste ist, daß man diese Erschütterung nicht an allen Orten, auch nicht überall gleich, ja sogar, wer unter einem Dache wohnte, stärker, leichter, oder gar nicht bemerkte.“ . . . .

Nach den Aufzeichnungen des Pfarrers in Schöffelding bei Landsberg am Lech wurde auch dort die Erschütterung

wahrgenommen. Dieser schrieb in sein Kirchenbuch: „Anno 1769, den 4. August wurde allhier ein Erdbeben gespüret. Die Häuser wurden erschüttert und kracheten. An einigen Orten scheinete es, als schießete man. Einige Leute laufeten aus den Häusern. Viele verstunden nicht, was dies wäre, die Erde thäte sich bewegen, wie ein Wiegen. Die zweyte Erschütterung, welche man befürchtete, erfolgte nicht mehr.“ [1])

Am 4. August 1769 nachmittags 4 Uhr wurde auch in Kempten eine heftige Erderschütterung verspürt, die 14 Sekunden anhielt.[2])

Für das Ries, dem eigentlichen Herd der Erschütterung, entnehmen wir aus Michel,[3]) Beiträge zur Öttingischen politischen, kirchlichen und gelehrten Geschichte, I. Teil, Öttingen 1779, S. 75 ff., folgenden interessanten Bericht: „1769 ♀ den 4. August Nachmittag gleich nach 4 um ein Viertel auf 5 Uhr verspürte man in unsern Gegenden abermalen ein Erdbeben. Der Stoß erschütterte fast die ganze Stadt Öttingen, daß viele Leute taumelnd aus den Häusern gelaufen, das Geflügel in einigen Höfen in die Höhe geflogen, auf dem Rathhaus die Glocken anschlugen u. s. f., wobey besonders auf dem Hauptthurm der Stadt, auf dem Thurm bei St. Jakob, nicht das mindeste davon bemerkt worden, da es doch rings umher das fürstl. Schloß und übrige Häuser merklich erschütterte. — In Harburg war das Erdbeben noch fühlbar, und bemerkte man das Getöse sowohl vor als während der Erschütterung weit stärker, als in Öttingen, wie es auch gegen 9 Sekunden, fast ein paar Sekunden länger gedauert hat. Zu Donauwörth verspürte man mehrere Stöße, und eine Andauer von 10 Sekunden. Verschiedene Häuser bekamen Ritze, und 2 Häuser wurden gespalten, die Ziegel von vielen Dächern herabgeworfen,

---

[1]) Bayerland, 1893, S. 131.

[2]) Aus dem Buche „Der Mittelberg von Fink und Klenze“. Gütige Mitteilung von Seite des Herrn Prof. Max Förderreuther aus Kempten.

[3]) Michel, Beiträge zur Öttingischen politischen, kirchlichen und gelehrten Geschichte, I. Teil, Öttingen 1779, S. 79 ff.

und 3 Kamine eingestürzt. Einen Augenblick vor der Erschütterung hörte man einen Donner, und während demselben war das unterirdische Getöse sehr deutlich zu vernehmen."

Aus den „Nördlingischen Wöchentlichen Nachrichten von 1769" war ersichtlich: „Den 4. August war Morgens um 8 Uhr die Wärme 14. Grade, die Höhe des Barometers bis an den Mittag 26′ 11″ und der Himmel im dritten Grade heiter. Bis gegen 4 Uhr Nachmittag fiel der Merkur im Barometer 1 Linie. Bald nach 4 Uhr führten mich Geschäfte durch einige Straßen. Dazumal bemerkte ich zwischen dem Westlichen Horizont und dem Zenith eine gleich ausgebreitete schwarzgraue Wolke, welche mich an die von P. Bina beschriebene Wolke erinnerte, die man kurz vor dem Erdbeben so oft beobachtet hat, unerachtet ich erst nach 7 Uhr erfuhr, daß man eine Bewegung der Erde wahrgenommen habe. Die Luft war dazumal nicht ganz stille, aber auch nicht sehr merklich in Bewegung. Das Barometer fand ich um halb 5 Uhr wie zuvor 26 Zoll 10 Linien hoch. Das Erdbeben wurde bekanntlich gegen ½5 Uhr Nachmittag vornehmlich in einigen gegen Morgen liegenden Straßen bemerkt. Ein Krachen der Gebäude, ein Schwanken, welches mehr im Sitzen als im Stehen fühlbar wurde, erschreckte die Inwohner, die zum Teil aus Vorsicht ihre Häuser verließen. Auf dem Kirchthurme, der unter die hohen gehört, will man nichts wahrgenommen haben, aber doch in einigen gegen Abend gelegenen Häusern, z. B. im Wirtshaus zum Kreuz. In dem hohen und starken Hause, so ich bewohne, ward kein Merkmal der Erschütterung beobachtet, ungeachtet es dem gedachten Wirthshause ganz nahe steht. In Alerheim, Wemdingen, Harburg und Donauwörth wurde die Bewegung merklicher. In Harburg fielen die Kamine ein. In Donauwörth bewegte sich eine Glocke, so, daß sie läutete. Ein Tönen der Glocke wurde auch in Bopfingen gehört, daselbst jemand nicht sowohl ein Schwanken oder Erschüttern des Hauses, als etwas gewaltsames in seinen Gliedern fühlte, welches er mit dem elektrischen Stoße verglich. Seit 80 Jahren ist dieses Erdbeben das vierte, so man in Nörd-

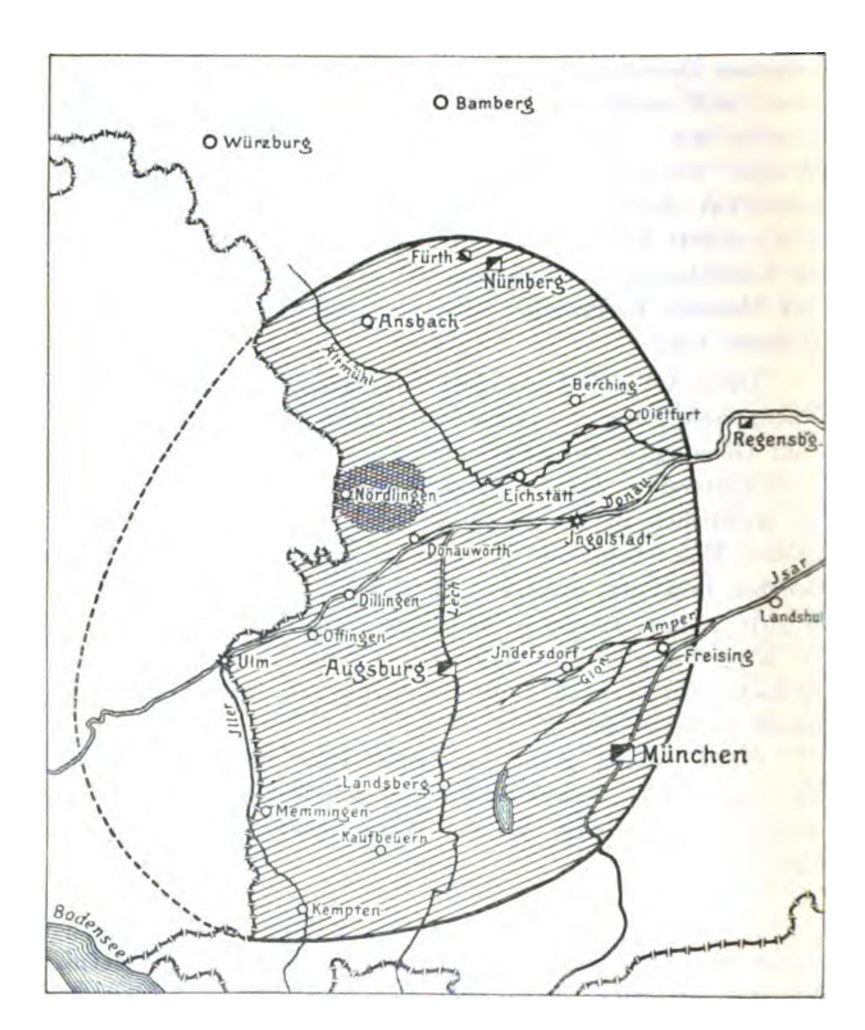
lingen bemerket.[1]) Die Ursache der Erschütterung ist nach der gemeinen Meinung, welche Herr Hollmann noch unlängst mit neuen Gründen zu unterstützen gesucht hat, ein unterirdisches Donnerwetter. Die Erscheinungen, welche verschlossenes und entzündetes Schießpulver macht, der Versuch des Lemerz mit einer Vermischung von Eisenfeile, Schwefel und Wasser, welche sich erhitzet und die Erde in die Höhe gehoben hat, darunter sie vergraben war, die Gewalt, mit welcher sich erhitzte Luft und Dünste ausdehnen, und Gefäße, worin sie verschlossen sind, zersprengen, die Wirkungen des Blitzes und ähnliche Erfahrungen leiteten die Naturkundigen auf diese Ursache hin."

Diese Art und Weise, über eine doch sehr rasch verlaufene Naturerscheinung zu referieren, zeichnet sich in ihrem Streben nach Genauigkeit vor anderen Gepflogenheiten früherer — und auch späterer — Zeit aus. Das Erdbeben wurde nach v. Gümbel im westlichen Bayern an vielen Orten, nirgends aber in sehr großer Entfernung von der Gegend, wo es sich am entschiedensten betätigte, bemerkt. Er schreibt (v. Gümbel, a. a. O., S. 95): „Am 4. August 4 Uhr heftige Stöße während 17 Minuten zu Augsburg, Günzburg, Ulm, Nürnberg. Das große Erdbeben zu Eichstätt und Berching vom Jahre 1769 dürfte damit zusammenfallen."

Ohne Zweifel gehörte das Epizentrum dieses Bebens dem Ries selbst an. Wahrscheinlich lag der Herd zwischen Donauwörth und Harburg, wo die Wörnitzspalte die Donauspalte kreuzt.

---

[1]) „Das erste geschah 1690 den 24. November. Unser Bentilius schrieb damals Disquisitio de terrae motu, A 1690. Sueuiam et confinia quatiente cet. Das zweite war 1728, den 3. August zwischen 4 und 5 Uhr. Straßburg war gleichsam der Mittelpunkt der Erschütterung. Ich sehe aus einem Aufsatz Doktor Joh. Salzmanns, daß die Luft vor dem Erdbeben sehr heiß, aber windstill gewesen ist und daß innerhalb 14 Stunden sieben Stöße, wiewohl von ungleicher Stärke aufeinander gefolgt sind. Das dritte, dessen Andenken noch nicht erloschen ist, entstand den 18. Februar 1756 (vielleicht auch am 9. Dezember 1755)."



Schütterzone des Riesbebens vom 4. August 1769.

1771.

„1771 war ein Erdbeben. Man merkte es drei Tage lang jeden Morgen im Walsertale (Algäu).“ (Aus dem Buche „Der Mittelberg von Fink und Klenze“.)

Wahrscheinlich waren diese Erschütterungen um die Zeit des 11. August. Langenbeck berichtet hierüber nämlich (a. a. O., S. 39): „Am 11. August 9^h a. wurden im Schwäbischen in einem Gebiete von 60 Meilen Länge und 30 Meilen Breite mehrere Erdstöße verspürt, die so heftig waren, daß der Gottesdienst unterbrochen werden mußte. Besonders werden folgende Orte namhaft gemacht, in welchen sich dieselben geäußert: Augsburg, Memmingen, Schaffhausen, Stuttgart.“ Auch im Ries wurde dieses Beben wahrgenommen. (Siehe S. Günther und J. Reindl, „Seismologische Untersuchungen“, a. a. O., S. 648.)

1774.

Am 10. September wurden die Schweiz und die angrenzenden Teile von Frankreich und Deutschland wieder von einem heftigen Erdbeben erschüttert, dessen Epizentrum nach Volger und Langenbeck jedenfalls nahe bei Altdorf am Vierwaldstätter See lag.

Aus folgenden bayerischen Ortschaften liegen diesbezügliche Nachrichten vor: Kempten, Augsburg, Nördlingen, Ansbach, Nürnberg, Regensburg, München. Zeit: Zwischen 4 und 5 Uhr nachmittags.

(Siehe Volger, a. a. O., S. 207—215. — Zorn, a. a. O., S. 114. — Sammler der Augsburger Abendzeitung, Nr. 44, S. 8, 1903. — Günther und Reindl, „Seismologische Untersuchungen“, S. 649.)

1776.

Am 19. Dezember wurde in Speyer ein Erdstoß verspürt. (Langenbeck, a. a. O., S. 40.)

1784.

Am 5. Juni zwischen 12 und 1^h p. fand in Caub ein Erdstoß statt, welcher auch in der Pfalz wahrgenommen wurde. (Langenbeck, a. a. O., S. 41.)

1787.

Am 27. August fand ein heftiges Beben statt, das seinen Sitz im Rheinischen Grabenbruch hatte. In fast ganz Bayern wurde dieses Beben wahrgenommen, und zwar zu Kempten, Augsburg, Dillingen, Donauwörth, Harburg, Monheim, Pappenheim, Ansbach, Regensburg, Landshut. In München waren deutlich zwei Stöße zu unterscheiden, und geriet die Magnetnadel in heftige Bewegung ($12^h\,55^m$). Vom 26. August wird um 1^h a. ein Stoß aus Peißenberg gemeldet, es handelt sich dabei aber wohl um dasselbe Ereignis, und liegt nur ein Irrtum im Datum vor.[1]

1796.

Am 3. und 4. März ein Erdstoß zu Ulm.[2] Dieser wurde das ganze Donautal entlang bis Neuburg verspürt. In Lauingen fing der frei am Marktplatze stehende „Schimmelturm" stark zu wackeln an, zu Dillingen läuteten die Glocken der Kirchen von selbst, und zu Donauwörth und Neuburg merkte man deutlich eine wellenartige Bewegung des Bodens.[3]

1820.

Am 17. Juli abends $7^1/_2$ Uhr (v. Gümbel gibt $7^1/_2$ Uhr „morgens" an) ziemlich starkes Beben zu Innsbruck.[4] Zu Schwaz wurde zu derselben Zeit eine von N. nach S. verlaufende Bewegung des Bodens beobachtet, und von der Pfarrkirche von Schwaz wurde ein Quaderstein weithin auf die Straße geschleudert, Gewölbe und Mauern der Häuser wurden mitunter arg beschädigt.[5] Zu Kufstein und Rosenheim wurden die Stöße gleichfalls wahrgenommen.[6]

---

[1] Zorn, a. a. O., S. 116. — Volger, S. 225—226. — Langenbeck, S. 42. — Günther und Reindl, S. 650.

[2] u. [3] v. Gümbel, Sitzungsberichte, 1889, S. 96. — Chronik von Lauingen und Donauwörth.

[4] v. Gümbel, a. a. O., S. 97.

[5] „Aus der Geschichte der Schwazer Majoliken-, Steingut- und Tonwarenfabrik (1801—1902)", bearbeitet von Frz. Wieser, Schwaz 1903, S. 104.

[6] Zeitschrift des Deutschen und Österreichischen Alpenvereins, Wien 1882, S. 32.

1837.

Erdstöße zu Lindau und Konstanz am 24. Januar $2^h\ 30^m$. (Langenbeck, a. a. O., S. 50—53.)

1851.

10. März $4^h\ 13^m$ ab. Erdststöße zu Lindau, Konstanz, Schaffhausen und Zürich. (Langenbeck, a. a. O., S. 56.) — 24. August gegen 2^h a. zwei Erdstöße zu Kempten und Lindau.[1]) Nach Langenbeck wurde um diese Zeit die westliche Schweiz und die angrenzenden Teile von Deutschland, Frankreich und Italien von einem Erdbeben erschüttert, das jedoch trotz seiner ziemlich weiten Verbreitung nicht sehr heftig gewesen zu sein schien und jedenfalls nirgends erheblichen Schaden anrichtete. Sein Ausgangspunkt scheint im mittleren Wallis gelegen zu sein, wie auch Volger annimmt. Am stärksten äußerte es sich jedenfalls im Rhonetal, in Lavey, wo einige Decken Risse bekamen und auch die Thermen eine um 3^0 höhere Temperatur zeigten, zu Martigny und einigen anderen Orten. Auch in Unterwalden wurde es noch ziemlich heftig empfunden; die Häuser krachten stark und hier und da fielen einige Gegenstände von den Gesimsen. Ferner wurde es wahrgenommen in den Kantonen Schwyz, Genf, Waadt, Freiburg, Bern, Solothurn, Basel, Zürich, im Süden in Lugano und Como, in Frankreich noch ziemlich stark in Lyon und dem ganzen Rhone-Departement, schwächer in den Departements Ain, Saône et Loire, Jura, Doubs. In Basel wurden zwei merkliche Stöße gespürt, der erste gegen 1^h a., der zweite stärkere $2^h\ 10^m$ a., von dem viele Personen aus dem Schlaf geweckt wurden. In Badenweiler wurden gegen 2^h mehrere Stöße wahrgenommen, welche einige Sekunden andauerten.

1853.

Am 26. Mai $7^h\ 43^m$ a. zwei ziemlich starke Erdstöße in Passau und in der Umgegend. (Gütige Mitteilung von Herrn Rippel.)

---

[1]) Chronik von Kempten.

Am 25. Juli dieses Jahrhunderts ereignete sich das bekannte Walliser Erdbeben, das heftigste, welches im vorigen Jahrhundert das mittlere Europa betroffen hat. Dasselbe ist am eingehendsten untersucht von Volger in dem 3. Band seiner „Untersuchungen über das Phänomen der Erdbeben in der Schweiz". Weitere Beschreibungen lieferten Nöggerath, Perrey, Bourlot und Langenbeck.[1])

Wir führen hier nur Nachrichten von bayerischen Orten an:

Zu Lindau ward am 25. Juli wenige Minuten nach 1 Uhr ein schwaches Erdbeben verspürt. Gleichzeitig in mehreren anderen Orten des Bodensee-Ufers. Auf den vorhergehenden heißen und schwülen Tag war bei bedecktem Himmel plötzlich, und doch ohne Gewitter, eine Abkühlung erfolgt. Nach der Erschütterung begann bei scharfer südwestlicher Luftströmung ein heftiger Platzregen. Die Erschütterung schien von Südwesten gegen Nordosten gerichtet zu sein.

Daß die Fortpflanzung des Erdbebens keineswegs in der Nähe des Bodensees ihr Ende erreichte, ergibt sich aus der folgenden Nachricht.

Irsee (nordnordwestlich von Kaufbeuren). „Da über das Erdbeben vom 25. dieses Monats aus unseren Gegenden keine Beobachtungen mitgeteilt wurden, so berichte ich einige Worte darüber. Die Erschütterung fand nachmittags etwas nach 1 Uhr statt und dauerte 6—8 Sekunden. Die Richtung ging ziemlich deutlich von Südost gegen Nordwest. Arbeiter, welche eben auf dem Dache der Anstalt (Irrenanstalt, im ehemaligen Stifte — V) mit dessen Ausbesserung beschäftigt waren, sahen auf einmal die Türme der daneben stehenden Kirche schwanken und, als sie sich in dieselbe begaben, die Glockenschwengel noch in Bewegung. Im Innern der Kreis-Irrenanstalt, sowie im Orte Irsee, empfanden viele Personen, namentlich im Stehen und Sitzen, weniger im Gehen und Liegen, die Erschütterung. Am deutlichsten verspürten sie diejenigen, welche an einen Tisch, eine Kommode oder ein Fenstergesims ange-

[1]) Siehe Langenbeck, S. 58—63.

lehnt standen. Die Türen versperrter Schränke knarrten und bewegten sich, als ob etwas versuche, sie von innen heraus aufzusprengen. Hängende Gegenstände, Scheeren und dergleichen, fingen an, zu schwingen; Spiegel schwankten und Blumenstöcke auf den Fenstersimsen verrückten sich. Die Witterung war hier wie anderwärts: um die Zeit der Erschütterung bewölkter Himmel, mäßiger Wind, ein paar Stunden darauf, nach 3 Uhr, Eintritt eines heftigen und anhaltenden Regens." [1])

Zu Ingolstadt hat man dieselbe Erschütterung mit Bestimmtheit wahrgenommen. Der Turm der Frauenkirche schwankte stark.[2]) Ferner wurden die Stöße verspürt zu Donauwörth, Harburg und Bissingen.[3])

Auch im Markt Calmberg bei Ansbach wurde dieses Beben im naheliegenden Schlosse verspürt. (Gütige Mitteilung von Seite der Frau W. Schmidt. — Brief liegt in den Erdbeben-Akten des geogr. Seminars im Polytechnikum München.)

Aus der Pfalz liegt nur von Zweibrücken eine Nachricht vor, daß dort das Erdbeben wahrgenommen worden sei.[4])

1858.

Am 24. Mai gegen 7^h p. traten in Mainz zwei (oder drei) heftige Erdstöße ein, welche die Richtung S.-N. hatten. Ein paar Schornsteine stürzten ein, mehrere Gebäude erhielten Risse; Uhren standen plötzlich still, verschiedentlich zerbrachen Glas- und Porzellangefäße, die Glocken der St. Quentinskirche schlugen von selbst an, und der Boden erzitterte sichtlich. Diese Stöße wurden noch wahrgenommen in Oppenheim, Mannheim, Speyer, Epstein und Wiesbaden. (Siehe Katalog von Nöggerath und Chronik von Speyer.)

---

[1]) Augsburger Allgemeine Zeitung, Nr. 209, 28. Juli, und Nr. 211, 31. Juli, Beilage.

[2]) Nöggerath, Die Erdbeben im Visptale, S. 32. — Favre, Arch. des sc. phys., p. 319.

[3]) S. Günther und J. Reindl, a. a. O., S. 651.

[4]) Langenbeck, S. 61.

1859.

Am 28. April morgens 8^h Erderschütterungen zu Kufstein und Schwaz. In letzterem Orte wurde das Beben in der K. K. Tabakhauptfabrik beobachtet, wo mehrere Personen aus dem Gleichgewicht kamen.[1])

1862.

Zu Salzburg und Zell am See am 27. Mai 1862 1^h 12^m nach Mitternacht zwei Erdstöße und wellenartige Erdbewegungen. Richtung W.-O.[2])

1865.

21. Januar. In Kundl wurden um 1^h 40^m mittags unter donnerähnlichem Getöse nacheinander mehrere Erdstöße gespürt.

22. Januar. Wiederholung des Erdbebens in Kundl.

24. Juli. Zwei Erdstöße in Innsbruck.

6. November. Im Unter-Inntal empfand man um 5^h 43^m morgens einen Erdstoß in der Richtung von N. nach S. Besonders wurden Innsbruck, Schwaz, Rattenberg und Kufstein betroffen.[3])

6. November. Anno 1865 den 6. November einige Minuten vor 6^h früh wurde in Immenstadt ein Erdstoß bemerkt. Er war so bedeutend, daß viele Schlafende plötzlich erwachten und ob der heftigen Erschütterungen ihrer Bettstellen, dem Geklirre der Fenster, der Bewegung der Türen und ihren Angeln verwundert umherschauten und sich dann selbst sagen mußten: Das war ein Erdbeben. Auch aus Kufstein, Rosenheim und Innsbruck wird von dieser Erderschütterung gemeldet.[4])

---

[1]) Wieser, Zur Geschichte der Schwazer Majoliken-, Steingut- und Tonwarenfabrik etc. Schwaz 1903, S. 104. — Himmler, Beiträge zur Geschichte Kufsteins. Innsbruck 1863, S. 15.

[2]) Höfer, a. a. O., S. 27.

[3]) Zeitschrift des Deutschen u. Österreich. Alpenvereins, 1872, S. 2.

[4]) Handschriftliche Aufzeichnungen im Besitze des Schöllanger Bauern. Gütige Mitteilung von Seite Herrn Prof. Max Förderreuther aus Kempten.

1868.

25. Dezember. Nachts Erderschütterung in Innsbruck.[1]

1869.

1. Erdstöße zu Ludwigshafen und Neustadt a. d. H. am 31. Oktober $5^h 26^m$ m.

2. Erdstöße am 1. November $11^h 50^m$ p. zu Brückenau bei Würzburg und zu Zweibrücken.

3. 2. November $9^h 28^m$ p. Erdstoß in Kaiserslautern.

Diese Erschütterungen hängen mit dem großen Rheinischen Beben vom 31. Oktober bis 2. November 1869 zusammen.[2]

1870.

Erdstöße in der Umgebung des Bodensees im Monat März, und zwar am 5. März $10^h 30^m$ a., am 6. 2^h a. und 11^h a. in Markdorf, am 18. $5^h 10^m$ a. und $6^h 45^m$ a. in Friedrichshafen und Markdorf, am 21. abermals in Markdorf. Mehrere der Stöße waren ziemlich heftig, so daß Bilder an der Wand und Vogelkäfige schaukelten und die Vögel von den Stäben herabgeworfen wurden. Durch den Stoß vom 6. März 2^h a. wurden die Bewohner Markdorfs aus dem Schlafe geweckt und eilten erschrocken auf die Straße.[3]

19. April. $12^1/_2{}^h$ nachts heftiger Erdstoß in Kundl.

20. April. Wiederholung des Erdbebens in Kundl.

30. April. 11^h nachts abermals Erdstoß in Kundl.

1. Mai. Gegen Abend kamen in Kundl wieder Erderschütterungen vor, die sich über einen großen Teil des Unter-Inntales erstreckten.

26. Mai. $1^h 15^m$ nachts Erdbeben mit dumpfem Getöse in Innsbruck und Hall.[4]

---

[1] Zeitschrift des Deutschen u. Österreich. Alpenvereins, 1872, S. 3.

[2] Siehe eingehende Darstellung: Nöggerath, „Die Erdbeben im Rheingebiet in den Jahren 1868, 1869 und 1870“. Verhandlungen des naturhistorischen Vereins der preußischen Rheinlande und Westfalens, XXVII, 1870. — Ludwig, „Das Erdbeben in der Umgebung von Darmstadt und Groß-Gerau“. Darmstadt 1869.

[3] Langenbeck, S. 68 u. 69.

[4] Zeitschrift des Deutschen u. Österreich. Alpenvereins, 1872, S. 4.

1872.

Am 5. März 1872 heftiges Erdbeben zu Wunsiedel.[1])

1873.

„Am 29. Juni 1873 wurde morgens 5^h in Kempten sowie in der Umgegend ein von S. nach W. sich ziehendes Erdbeben verspürt, das ca. 2—3 Sekunden dauerte und keinen Schaden brachte.“ [2])

Gümbel meldet: Am 29. Juni 5^h morgens großes Erdbeben von Beluno, welches auch in Salzburg, Rosenheim, Tegernsee und München $4^h\ 56^m$ wahrgenommen wurde.[3])

1876.

Am 2. Dezember $1^h\ 30^m$ p. wurde in Friedrichshafen a. B. ein Erdstoß gespürt.[4])

1877.

Am 2. Mai $8^h\ 40^m$ und 9^h p. Erdstöße in der östlichen und mittleren Schweiz und an den Ufern des Bodensees, besonders zu Friedrichshafen.[5])

1879.

5. Dezember. Erdstöße zu Lindau. An diesem Tage fand ein heftiges Erdbeben statt, das wahrscheinlich seinen Herd bei Basel hatte.[6])

Am 13. Dezember wurde dann ein leichter Erdstoß zu Dinkelsbühl wahrgenommen, der eine Richtung von unten nach oben hatte. Wie dem Verfasser Herr Roser mitteilte, wurde der Stoß gegen halb 8 Uhr abends verspürt. Am Schulhause und an der Kirche fiel der Mörtel von den Mauern, und zahlreiche andere Gegenstände, wie Krüge, Bilder u. dgl. fielen von

---

[1]) „Der Bote aus den 6 Ämtern“, Nr. 55, S. 1 vom 7. März 1903.

[2]) Kemptner Stadtchronik von Höschel.

[3]) Gümbel, a. a. O., S. 101.

[4]) Langenbeck, S. 77.

[5]) Ebenda, S. 77.

[6]) Augsburger Abendztg. 1879 vom 8 Dezbr. — Verhandl. d. naturwissenschaftl. Vereins in Karlsruhe, VIII, 1881, F.-S. 307, 320, 339. — Langenbeck, S. 79. — Gütige Mitteilung von Herrn Lehrer Wagner.

selbst um. Die Wörnitz soll am darauffolgenden Tage noch eigentümlich trübe gewesen sein; selbst im benachbarten Wassertrüdingen habe man den Erdstoß wahrgenommen.

1880.

Am 3. Januar abends 7^h 15^m in Mittenwald in SW.-NO.-Richtung ein Erdstoß mit donnerähnlichem Rollen. Im südlichen Teil des Ortes wurden 2 Stöße wahrgenommen. Die Bewegung war an Tischen und Bänken bemerkbar. Viele Leute eilten bestürzt aus den Häusern. Auch in Partenkirchen wurde die Erscheinung gleichzeitig wahrgenommen.[1])

Am Abend des 24. Januar 1880 wurde der mittlere Teil der Oberrheinischen Tiefebene und die benachbarten Gebiete der Hardt, der Vogesen und des Schwarzwaldes, sowie ein großer Teil von Württemberg von einem ziemlich heftigen Erdbeben erschüttert. Über die Zeit des Eintritts desselben liegen zwei genaue astronomische Zeitbestimmungen vor, von Karlsruhe 7^h 40^m 55^s mittlere Karlsruher Zeit und von Straßburg 7^h 39^m 52^s mittlere Straßburger = 7^h 42^m 25^s mittlere Karlsruher Zeit. Die übrigen Zeitangaben sind nach Langenbeck weniger zuverlässig, stehen aber im allgemeinen mit den beiden angegebenen wohl in Einklang.

Das erschütterte Gebiet umfaßt den östlichen Teil der Rheinpfalz, den Nordostzipfel des Elsaß, das nördliche Baden etwa bis Offenburg im S. und einen Teil von Württemberg. Die am stärksten erschütterten Orte zerfallen in zwei Gruppen, welche durch ein Gebiet geringerer Intensität voneinander getrennt sind. Die erste Gruppe umfaßt die Orte Rülzheim, Neupfotz, Hördt, Mörlheim, Billigheim, Langenkandel, Wörth in der Südostecke der Pfalz, die Rheininsel Elisabethwörth bei Germersheim, Rusheim, Stafforth, Leopoldshafen, Eggenstein, Neureuth, Daxlanden auf dem gegenüberliegenden badischen Rheinufer. Zum zweiten Hauptschüttergebiet zählen folgende Orte: Bühlertal, Hirschbachtal, Brandmatt, Obertsroth, Plättig

[1]) Gütige Mitteilung von Herrn Kaplan Schwaier. Brief liegt in den bereits erwähnten Erdbebenakten des geographischen Seminars.

bei Herrenwies im mittleren Schwarzwald. In allen diesen Orten war die Erschütterung so heftig, daß viele Bewohner erschreckt auf die Straße stürzten, um dem befürchteten Einsturz der Häuser zu entgehen. Auch erhielten an mehreren dieser Orte Häuser Risse, so in Langenkandel, Rülzheim und auf dem Plättig. An letzterem Punkt sahen im Freien befindliche Leute den Boden sich etwa zwei Fuß heben und schnell wieder senken. Im Hirschbachtal stürzte ein Heuschober um. Auf dem Wege zwischen Wörth und Langenkandel gehende Arbeiter taumelten stark. Das eigentliche Epizentrum des Erdbebens nimmt die badische Erdbebenkommission in dem durch die Orte Langenkandel, Rülzheim, Neupfotz und Billigheim bestimmten Gebiete der Pfalz an. Dasselbe liegt etwa in der Mitte des größeren Haupterschütterungsgebietes; auch wurde in diesen Orten der Stoß bestimmt als ein vertikaler empfunden. Die Heftigkeit der Erschütterung in den angegebenen Orten des mittleren Schwarzwaldes wird durch die Tatsache erklärt, daß dieselben sämtlich auf dem als guten Leiter von Erschütterungen bekannten Granit liegen, welcher vielleicht mit dem als Grundlage der Rheinebene hypothetisch angenommenen Granit in direktem Zusammenhang steht.

Was eine weitere Verbreitung des Erdbebens betrifft, so wurde dasselbe wahrgenommen im Odenwald: In Mannheim und Heidelberg, beide auf Granit gelegen; in der Rheinebene auf der linken Rheinseite in Speyer, Germersheim, Landau, Niederlauterbach, Sultz, Selz, Sesenheim, Straßburg; auf der rechten Rheinseite in Philippsburg, Bruchsal, Karlsruhe, Durlach, Mühlburg, und zahlreichen benachbarten Orten, Ettlingen, Rastatt, Renchen, Begelshurst; auf der Hardt längs des ganzen Randes von Dürkheim bis Weißenburg, außerdem in Annweiler; in den Vogesen in Dambach, Windstein und Lichtenberg; im Schwarzwald in Baden-Baden, Bühl, Saßbachwalden, Kappelrodeck, dem ganzen Renchtal, Ortenburg und Ohlsberg im Kinzingtal. Sehr ausgedehnt war die Verbreitung des Erdbebens ferner in Württemberg. Es wurden hier nicht nur die Orte am Ostabfall des Schwarzwaldes wie Bauschlott (sehr

stark), Raibingen, Pforzheim, Dobel, Gaistal, Hirsau (sehr stark), Liebenzell, Wildberg u. a. betroffen, sondern auch zahlreiche Orte des Neckargebietes, unter anderen Ludwigsburg, Cannstatt, Stuttgart.

Schallerscheinungen waren mit dem Erdbeben an den meisten Orten verbunden. Am stärksten waren dieselben in den beiden Haupterschütterungsgebieten, wo sie als donnerartiges Krachen oder als furchtbares unterirdisches Getöse bezeichnet werden. An den anderen Orten wurde meist nur ein dumpfes Rollen oder Brausen vernommen.

Am folgenden Tage fanden noch weitere Erschütterungen statt: Zwischen 3 und 4^h a. in Rheinzabern, Neupfotz, Leimersheim, Hördt, Billigheim, Weißenburg, Langenkandel, Wörth, Hochstetten, Friedrichstal, Leopoldshafen, Eggenstein, Neureuth, Maxau, Karlsruhe, Plättig, Bühlertal; zwischen 10 und 11^h p. in Hochstetten, Leimersheim und Minfeld, um Mitternacht in Eggenstein, Neureuth und Maxau. Alle diese Orte gehören den beiden Haupterschütterungsgebieten an oder liegen ihnen sehr nahe. (Bericht der badischen Erdbebenkommission, bestehend aus den Herren Prof. Jordan, Prof. Knop, Prof. Sohnke, Wagner. Verh. der naturw. Ver. in Karlsruhe, 1881; Eck, Bemerkungen über das rheinisch-schwäb. Erdbeben vom 24. Januar 1880, D. G. G. XXXVIII, 1886.)

Am 4. Juli wurde fast die gesamte Schweiz $9^h 20^m$ a. von einem ziemlich heftigen Erdbeben erschüttert, das von der Monte Rosa-Gruppe ausging. In unserem Gebiet wurde dasselbe nur um $9^h 30^m$ a. in Konstanz, Friedrichshafen, Stockach etc. gespürt. (Heim, Die Schweizer Erdbeben der Jahre 1878—1880. Jahrbuch des tellurischen Observatoriums in Bern, 1881.)[1])

1886.

Am 13. Oktober $7^h 45^m$ wurde das ganze Nordufer des Bodensees von einem Erdbeben betroffen.[2])

---

[1]) Siehe auch Langenbeck a. a. O.

[2]) Siehe eingehend: Eck, im Jahresberichte des Vereins für vater-

1902.

13. Mai. Erdstöße bei Kronach 1^h nachm.[1])

26. November umfangreiches Erdbeben in der Oberpfalz.[2])

1903.

In diesem Jahre fanden zahlreiche, mitunter sehr heftige Erdstöße in Bayern statt. Diese Erderschütterungen wurden von mir eingehend verfolgt und behandelt. Siehe:

1. J. Reindl, „Beiträge zur Erdbebenkunde von Bayern". Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der K. B. Akademie der Wissenschaften, Bd. XXXIII, 1903, Heft I, S. 171 mit 203.

2. J. Reindl, „Das Erdbeben am 5. und 6. März 1903 im Erz- und Fichtelgebirge mit Böhmerwalde und das Erdbeben am 22. März 1903 in der Rheinpfalz". Geognostische Jahreshefte 1903, 16. Jahrgang, S. 1—25, mit 2 Karten.

3. J. Reindl, „Die Erdbeben Bayerns im Jahre 1903". Geognostische Jahreshefte 1903, S. 69—76. — Siehe auch Beilage zur Allgemeinen Zeitung, Nr. 296, vom 30. Dezbr. 1903.

4. S. Günther u. J. Reindl, „Seismologische Untersuchungen". Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der K. B. Akademie der Wissenschaften, Bd. XXXIII, Heft IV, S. 631—670, mit einer Karte.

5. J. Reindl, „Die Erdbeben im nördlichen Bayern". Unterhaltungsblatt des Fränkischen Kuriers, Nr. 71, vom 4. September 1904.

1904.

I. Januar.

6. Januar. Erdstöße zu Kufstein zwischen 9 und 10^h vormittags.[3])

---

ländische Naturkunde in Württemberg, Bd. 43, 1887. Bericht der bad. Erdbeben-Kommission, 1887.

[1]) „Die Erdbebenwarte", Monatsschrift von Belar. Laibach 1903, Jahrgang III, Nr. 3, 4, 5, S. 86.

[2]) Siehe eingehend: J. Reindl, „Beiträge zur Erdbebenkunde von Bayern". Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der K. B. Akademie, Bd. XXXIII, 1903, Heft I, S. 171—203.

[3]) Am gleichen Tage war um diese Zeit eine Erderschütterung in Südtirol. (Siehe eingehend: Augsburger Abendztg., Nr. 8, vom 8. Jan., S. 5.)

7. Januar. Erdbeben in der Umgebung von Erkersreuth früh zwischen 2 und 3ʰ. Die Augsburger Abendzeitung vom 9. Januar 1904, Nr. 9 schrieb: „Selb, 7. Januar. In der Nacht vom Dienstag auf Mittwoch war früh zwischen 2 und 3ʰ in der Umgebung von Erkersreuth ein Erdbeben mit einem heftigen Stoß, dem kurz hintereinander ein etwa 2 Sekunden lang währendes Rollen folgte, zu vernehmen. Kurz nach dem Vorgang folgte ein etwa eine Viertelstunde anhaltender Oststurm." (Siehe auch Bayerischer Kurier, Nr. 12, vom 10. Januar, S. 3.)

8. Januar. Drei Erdstöße um $10^{1}/_{4}{}^{h}$ nachts zu Rosenheim. Richtung S.-N.

12. Januar. Erdstöße zu Füssen. Der Bayerische Kurier, Nr. 14, vom 14. Januar 1904, S. 3 schrieb: „Füssen. Erdbeben. Heute früh $7^{h}\,20^{m}$ wurden hier zwei Erdstöße verspürt, so daß selbst kleinere Gegenstände zu wackeln anfingen. Die Stöße kamen von unten nach oben, und verursachten ein kanonenschußartiges Getöse. Auch in Oberstdorf sollen die Stöße verspürt worden sein." (Siehe auch Kemptner Tagblatt.)

Telegraphische Anfragen ergaben nachfolgende Einzelheiten:

Ort	Zeit	Richtung der Stöße	Zahl der Stöße	Dauer derselben	Stärke nach der Forel. Skala
Füssen	7^{20} früh	Unten nach Oben	2	3 Sek.	4—5
Nesselwang	7–8 „	Wellenförmig von S.-N.	2	—	3
Oberstdorf	7^{20} „	Unten nach Oben	3—4	—	3
Sonthofen	7^{25} „	—	2	—	2–3

16. Januar. Ziemlich heftige Krustenbewegungen vollzogen sich ferner wieder zwischen 10 und $10^{1}/_{2}{}^{h}$ abends zu Selb und Erkersreuth, desgleichen im nahen Asch, wo auch der Ausgangspunkt der Stöße gewesen sein muß, denn der Hofer Anzeiger berichtet über die Heftigkeit der Erschütterung folgendes: „Asch, 18. Januar. Die Erdstöße werden in unserer Gegend wieder häufiger und stärker. In der Nacht vom 16.

zum 17. Januar wurden hier und in der Umgebung um 10^h und $10^h\ 45^m$ Erdstöße verspürt, von denen namentlich der letztere besonders heftig war. Nach Meldungen, die aus Neuberg, Oberreuth und Gürth vorliegen, war diese letztere Erdbewegung eine wellenförmige; sie dauerte etwa 10 Sekunden lang. Heute früh (18. Januar) um $7^h\ 36^m$ waren hier zwei kurze, ruckartige, aber ganz besonders starke Stöße wahrzunehmen. In vielen Häusern, namentlich in solchen, die auf felsigem Grund gebaut sind, hörte man deutlich die Fensterscheiben klirren, und in den Schränken klapperten die Gegenstände."

19. Januar. Die Neuesten Nachrichten schrieben (Nr. 29 vom 20. Januar, S. 9):

„Leipzig, 19. Januar. (Erdbeben.) Aus dem ganzen südlichen Vogtland und den sächsisch-bayerischen Grenzorten laufen Meldungen von starken Erdstößen ein.

II. Februar.

Die Bodenzuckungen in Bayern waren auch im Monat Februar ziemlich häufig, und schon der 2. des genannten Monats war mit solchen an der Nordgrenze des Vaterlandes empfindlich bedacht. Das Illustrierte Münchner Extrablatt vom 4. Februar schrieb, Nr. 28 S. 4:

2. Februar. Eine heftige, von West nach Ost gehende Erderschütterung konnten wir heute morgen 4^h beobachten, und gestern Nacht leuchtete über eine halbe Stunde — zwischen 11 und 12^h — ein intensives Nordlicht.

9. Februar früh 7^h wurde zu Selb ein leichter Erdstoß wahrgenommen, und zwar in der Richtung Nord-Süd. Wahrscheinlich war es eine Stoßwelle aus der Gegend von Plauen und Freiberg, wo um diese Zeit eine ziemlich kräftige Dislokation stattfand. (Siehe Neueste Nachrichten vom 14. Februar, Nr. 73, S. 5.)

11. Februar. Viel kräftiger noch mag das Beben in Aschaffenburg gewesen sein, das bis nach Hanau, Frank-

furt a/M. und Rothenburg o/T. seine Wellen aussandte. Der uns zugegangene Hauptbericht lautet hierüber:

„Aschaffenburg, 11. Februar. Die ganze Umgebung von Aschaffenburg wurde von mehreren Erdstößen heimgesucht. Der heftigste Erdstoß war am 11. Februar früh 6^h, so daß die Bewohner ganz erschreckt aufwachten und manche aus den Häusern liefen. Ein unterirdisches Rollen von Nord nach Süd war vernehmbar. Um 8^h am gleichen Tage wiederholte sich das Stoßen, doch von unten nach oben, und diesmal war das Geräusch so, wie wenn ein Kanonenschuß ertönen würde. Auch tags zuvor, um $9^1/_2{}^h$ nachts, hörte man solche Töne, und verspürte ein heftiges Stoßen, das sich öfters wiederholte. Die Haustiere wimmerten, manche Hunde bellten infolge des Schreckens furchtbar. Auch die Hausglocken läuteten von selbst, und Gegenstände, die leicht beweglich waren, fielen um.“[1])

Am 12., 18., 22., 26. und 29. Februar morgens wurden im Saaletale wiederholt Erderschütterungen verspürt, die sich durch heftige Stöße von Nord nach Süd bemerkbar machten. Namentlich zu Naila in Oberfranken (am 12. Februar) und zu Ziegelhütten (am 18. Februar) äußerten sich die Wellenschläge der Beben am schärfsten. (Siehe hierüber: Illustriertes Münchner Extrablatt, Nr. 42, S. 4, und Münchner Tagblatt, Nr. 64, S. 7.)

III. März.

Auch der Monat März konnte bei uns jene eben genannten Erscheinungen aufweisen.

5. März. An diesem Tage früh $5^3/_4{}^h$ fand eine kleine Bodenbewegung zu Kandel und Maximiliansau in der Pfalz statt, doch immerhin so stark, daß die meisten Leute aus dem Schlafe erwachten.

10. März. Nachts $10^h\ 5^m$ trafen Erdbebenstöße Partenkirchen, Rosenheim und Reichenhall, auch das erdmagnetische Observatorium in München-Bogenhausen verspürte diese seismischen Wellen.

[1]) Bericht liegt in den Erdbeben-Akten des hiesigen Polytechnikums.

Während dieser Zeit wurde fast das ganze Mittelalpenland von solchen Erschütterungen heimgesucht. Aus den Zeitungen entnehmen wir, daß hauptsächlich das Beben verspürt wurde in Innsbruck, Triest, Bozen, Klagenfurt, Spittal, Pola, Gradicka, Laibach, Aquila, Magliano de Marsi, Padua, Treviso, Urbino, Udine, Tarent, Pontebba u. s. f. (Siehe Neueste Nachrichten vom 11. März, Nr. 119 und 120, Münchner Tagblatt, Nr. 73, Augsburger Abendzeitung und Fränkischer Kurier.)

11. März. Zwei leichte Erdstöße von unten nach oben zu Donauwörth und Harburg früh 6^h 30^m.

26. März. Eine Erderschütterung im Nordfichtelgebirge früh 6^h. (Neues Münchner Tagblatt, Nr. 89.)

IV. April.

Weniger erdbebenreich war der Monat April. Nur auf dem erdmagnetischen Institut hier wurden am 4. April vormittags 11^h und 11^h 20^m mitteleuropäischer Zeit zwei Erdstöße verspürt, die wahrscheinlich die Erdwellen einer in weitentlegener Erdstelle stattgefundenen Erderschütterung waren. (Wahrscheinlich hatte das Beben seinen Herd auf der Balkanhalbinsel; denn aus Sofia, Belgrad und Bukarest trafen Zeitungsnachrichten über große Dislokationen der Erdrinde ein. Auch auf den seismischen Instrumenten des K. geodätischen Instituts auf dem Telegraphenberg zu Potsdam wurde das Beben registriert.) (Siehe eingehend Neueste Nachrichten vom 6. April, Nr. 161.)

Seismische Erscheinungen zeigten sich in Bayern im April nur noch am 26. April 4^h früh in der Umgegend von Hof. Dem Voigtländer Anzeiger zufolge lag der Ausgangspunkt der Bewegung bei Plauen.

V. Mai.

30. Mai. Von den registrierenden Instrumenten des Bogenhauser Observatoriums wurde abends 10^h 12^m ein schwaches Beben aufgezeichnet, jedenfalls von einem größeren Einsturzbeben aus der Gegend von Reichenhall herstammend.

VI. Juni.

Am 3. Juni morgens 6^h zeigten sich kleine Bodenbewegungen entlang der ganzen oberfränkisch-vogtländischen Grenze,

am 17. Juni schwankte endlich der Boden des Ortes Tirschenreuth und verursachte unter den dortigen Bewohnern Furcht und Schrecken.

VII. Juli.

Erdbebenfrei.

VIII. August.

18. August morgens Erderschütterung im Saaltale. (Neues Münchner Tagblatt vom 21. August.)

IX. September.

Erdbebenfrei.

X. Oktober.

1. Oktober vormittags 3^h 52^m zeigten die registrierenden Apparate des erdmagnetischen Observatoriums in Bogenhausen einen leichten Erdstoß. (Neueste Nachrichten, Nr. 471.)

2. Oktober. Erdstoß zu Staffelstein abends halb 9^h.

13. Oktober. Die Neuesten Nachrichten schrieben Nr. 482 vom 14. Oktober: „Innsbruck, 13. Oktober. Heute 3^h 30^m früh wurde in Hall ein Erdstoß wahrgenommen, der eine Sekunde dauerte und westöstliche Richtung hatte."

24. Oktober. Schwacher Erdstoß früh 7^h 30^m zu Partenkirchen. (Neues Münchner Tagblatt, Nr. 302, S. 2.)

XI. November.

10. November. Erdstöße bei Donauwörth. Im Münchner Extrablatt war zu lesen (Nr. 262):

„In Donauwörth und Nördlingen wurden gestern nachmittags 5^h 10^m zwei Erdstöße verspürt, die ziemlich heftig waren und eine Richtung von NW. nach SO. hatten. Besonders in Donauwörth war der zweite Stoß sehr heftig. An mehreren Häusern, namentlich gegen Wörnitzstein zu, zeigten sich leichte Sprünge und Risse."

Die persönlich von mir eingezogenen Nachrichten ergaben folgendes Resultat: Die Dauer des Bebens war an den verschiedenen Stellen von verschiedener Länge, währte aber kaum irgendwo länger als eine Minute. Besonders stark und von

längster Dauer zeigte sich die Bewegung im nördlichen Teile der Stadt Donauwörth, dem Dorfe Berg zu. An vielen Stellen, auch im nahen Felsheim (1/2 Stunde von Donauwörth entfernt), fielen Bilder von den Wänden, klirrten Fenster und Lampen, und sprangen Zimmer- und Schranktüren auf. Gleichzeitig beobachtete man eine schwankende Bewegung, besonders hoher Gebäude, sowie wiegende Hebungen und Senkungen des Fußbodens und der Erde; an einzelnen Stellen kurze Stöße von unten nach oben.

19. November. Nachmittags gegen halb 4^h zeigten die registrierenden Apparate des erdmagnetischen Observatoriums in Bogenhausen wieder einen Erdstoß an. (Neueste Nachrichten, Nr. 545.)

29. November. Die Augsburger Postzeitung, Nr. 272, S. 11, schrieb:

„Kandel (Pfalz), 30. November. Gestern fand hier vormittags $7^1/_4{}^h$ ein heftiger Erdstoß statt.“

XII. Dezember.

Die Neuesten Nachrichten berichteten (Nr. 582 vom 13. Dezember, Morgenblatt):

„Salzburg, 9. Dezember (Erdbeben). In zahlreichen Orten des Pongaues wurde in der Nacht vom Mittwoch auf Donnerstag kurz vor 2^h früh ein heftiger, etwa zwei Sekunden währender Erdstoß verspürt, der von einem donnerähnlichem Getöse begleitet war, und seine Richtung von Westen gegen Osten nahm. Die Erschütterung war so heftig, daß in Bischofshofen sich in mehreren Häusern Risse zeigten. In Werfen wurden die auf den Kästen stehenden Gegenstände herabgeworfen.“

Nach meinen Erkundigungen bei vielen Orten des südöstlichen Bayerns konnte ich erfahren, daß die Erdstöße in Reichenhall, Berchtesgaden und Marquartstein verspürt wurden. Die Nachricht hierüber aus Rosenheim ist zweifelhafter Natur.

Magnetische Ortsbestimmungen in Bayern.

Von J. B. Messerschmitt.

(Eingelaufen 4. Februar.)

Nachdem in der ersten Hälfte des letzten Jahrhunderts die Lehre des Erdmagnetismus durch die Arbeiten von Gauß in ein neues Stadium getreten war, wurde zunächst eine Anzahl fester Stationen errichtet, deren Aufgabe die systematische Erforschung dieses Phänomens sein sollte. Diesem Anlasse verdankt auch das magnetische Observatorium in München seine Entstehung, das durch Lamont bald zu einem Zentralpunkte auf diesem Gebiete geworden ist. Sein praktisches Geschick vervollkommnete vor allem die magnetischen Instrumente, so zwar, daß seine Variationsapparate und sein magnetischer Reisetheodolit auch für alle Instrumente dieser Art zum Vorbild geworden sind. Ja eine Anzahl Instrumente, welche unter seiner Leitung in seiner Werkstätte gebaut wurden, sind noch jetzt in Gebrauch.

Als nun im Jahre 1849 der K. B. Akademie der Wissenschaften in München Mittel zur „naturwissenschaftlichen Erforschung des Königreiches Bayern“ zugewiesen wurden, ist auch sofort von Lamont eine „meteorologisch-magnetische Aufnahme“ dieses Gebietes in Angriff genommen worden. In Bezug auf die meteorologischen Beobachtungen beschränkte sich Lamont hauptsächlich auf die Vergleichung der Instrumente; für die magnetischen Arbeiten hingegen stellte er die folgenden Gesichtspunkte auf:

„Die magnetische Kraft äußert sich an jedem Punkte der Erdoberfläche, was Richtung und Stärke anbetrifft, verschieden;

außerdem findet von Jahr zu Jahr eine langsam fortschreitende Änderung statt. Die Gesetze dieser beiden Hauptphänomene sind erst zu erforschen, zu diesem Zwecke ist es zunächst nötig, daß man für den gegenwärtigen Zeitpunkt die Richtung und Kraft des Erdmagnetismus an möglichst vielen Punkten genau bestimmt."

Die Arbeit sollte spätestens in 5 Jahren beendet sein. Er setzte daher die Zahl der Stationen im ganzen auf 55 fest, so zwar, daß je 2 Stationen im Durchschnitt 10 Stunden voneinander entfernt seien. Hiezu sollten noch weitere 10 Stationen in der Rheinpfalz kommen, mit Einschluß der nahe gelegenen Hauptpunkte Mannheim, Karlsruhe und Straßburg. Als Stützpunkt des ganzen Unternehmens diente das feste Observatorium in München.

Seine erste Reise im Jahre 1849, auf der er 34 Stationen innerhalb zweier Monate absolvierte, bewiesen nicht nur die Zweckmäßigkeit seiner Instrumente und Methoden, sondern führte auch sofort zu einer Erweiterung des ersten Programms. Die Beobachtungen hatten nämlich ergeben, daß die erdmagnetische Kraft nicht, wie man aus den früher vorhandenen Beobachtungen von weiter auseinander gelegenen Punkten der Erdoberfläche geschlossen hatte, ziemlich regelmäßig verteilt ist, sondern daß mehr oder minder große Abweichungen vorkommen. Will man daher für größere Landflächen das Gesetz der Verteilung angeben, so muß man die Beobachtungspunkte näher aneinander rücken, um den Ort der Störungsquellen erforschen zu können.

Infolge der Vermehrung der Beobachtungsstationen war Lamont bereits 1852 imstande, aus mehr als 100 in Bayern gelegenen Punkten den regelmäßigen Lauf der magnetischen Kurven zu verzeichnen und konnte dann 1853 bis 1855 solche Lokalitäten näher untersuchen, wo Abweichungen von dem regelmäßigen Laufe und besondere Einflüsse stattfinden.[1])

[1]) J. Lamont, „Magnetische Ortsbestimmungen in Bayern". I. Teil, München 1854. II. Teil, München 1856, und „Magnetische Karten von Deutschland und Bayern". München 1854.

Aber nicht nur auf Bayern beschränkte Lamont seine Messungen, sondern er dehnte sie noch über einen großen Teil von Europa aus. Als nämlich 1856 König Maximilian II. von Bayern eine Anzahl größerer wissenschaftlicher Unternehmungen ins Leben rief, faßte Lamont den Plan, in jenen Teilen Europas, wo bisher nur unzureichende Beobachtungen gemacht waren, solche zu ergänzen, in der Absicht, genaue magnetische Karten herzustellen. Da schon früher der König, als Kronprinz, die magnetischen Bestrebungen zu München unterstützt hatte, war es leicht, ihn auch für diesen Plan zu gewinnen, und so bereiste Lamont 1856 bis 1858 außer verschiedenen Teilen Deutschlands noch Frankreich, Spanien, Portugal, Belgien, Holland und Dänemark.[1]) Das auf diese Weise gesammelte Material war so reichhaltig, daß er von allen diesen Ländern magnetische Übersichtskarten konstruieren konnte, die erst in neuerer Zeit überholt worden sind.

In Bayern selbst hat Lamont an mehr als 240 Orten die magnetischen Elemente bestimmt, so daß die mittlere Entfernung der Stationen nur 17 km beträgt, also das Netz eine Dichte erreicht, wie sie auch bisher nur ausnahmsweise durchgeführt werden konnte. In Deutschland ist nur noch bei der kürzlich vollendeten Aufnahme in Württemberg[2]) so weit gegangen worden, während das bis jetzt vollendete Netz der neuen Aufnahme in Nord- und Mitteldeutschland aus 250 Punkten besteht, was einer mittleren Entfernung von 40 km entspricht. Es soll jedoch an diese noch eine Detailvermessung angeschlossen werden.

Es sind also im übrigen Deutschland die alten Beobach-

---

[1]) J. Lamont, „Untersuchungen des Erdmagnetismus an verschiedenen Punkten des südwestlichen Europas“. München 1858 und „Magnetische Untersuchungen in Norddeutschland, Belgien, Holland, Dänemark“. München 1859.

[2]) K. Haußmann, „Die erdmagnetischen Elemente von Württemberg und Hohenzollern“. Stuttgart 1903. Ferner „Magnetische Messungen im Ries und dessen Umgebung“. Abhandlungen der K. Preuß. Akademie, Berlin 1904.

tungen Lamonts wiederholt und erweitert worden; es fehlt nur noch Bayern selbst, welches Land er ja am eingehendsten und genauesten untersucht hat. Welche Anstrengungen in anderen Ländern, wie Italien, Frankreich, in den Vereinigten Staaten von Nord-Amerika auf diesem Gebiete gemacht werden, braucht nur angedeutet zu werden. Es erscheint daher eine Erneuerung der magnetischen Vermessung Bayerns sowohl aus allgemein praktischen als auch aus speziell wissenschaftlichen Gründen wünschenswert, auch wenn nicht solche Traditionen sie geradezu zur Pflicht machen würden. Erst dann werden die alten Lamontschen Messungen zur vollen Geltung kommen, besonders nach einer Neubearbeitung, die nach deren großen Genauigkeit und Reichhaltigkeit wohl noch manches interessante Resultat zutage fördern wird. Dies ist um so mehr zu erwarten, als ja Lamont selbst eine eingehende Untersuchung und Diskussion des gesamten Materials nicht ausgeführt und nur auf einzelne interessante Details gelegentlich hingewiesen hat.

Nachdem die erste Bearbeitung der am Münchener magnetischen Observatorium erhaltenen Registrierungen,[1]) welche ja die Grundlage für die magnetische Landesaufnahme zu bilden haben, ein befriedigendes Resultat ergeben hatte, wurde zunächst eine Rekognoszierungstour unternommen, um zu sehen, in welcher Weise Beobachtungen im Felde am zweckmäßigsten vorzunehmen seien. Die Instrumentenfrage ist dank dem freundlichen Entgegenkommen der württembergischen Behörden, insbesondere der meteorologischen Zentralanstalt in Stuttgart in befriedigender Weise gelöst worden, indem so dasselbe Instrument zur Verwendung kommen konnte, das sich bei den Messungen in Württemberg bewährt hatte und dessen Eigenschaften völlig bekannt waren.

Um sofort einen Überblick zu bekommen, welche Änderungen die magnetischen Elemente seit Lamont erlitten haben,

[1]) Veröffentlichungen des magnetischen Observatoriums in München. 1. Heft. München 1904.

sind in allen Kreisen des Königreiches Beobachtungen angestellt worden, deren Resultate hiermit bekannt gegeben werden. Es sind die drei Elemente: Deklination, Horizontalintensität und Inklination gemessen worden. Für letzteres Element ist neben dem württembergischen Theodoliten (Tesdorpf, Nr. 1769) an mehreren Orten auch das dem magnetischen Observatorium gehörige Inklinatorium (Bamberg, Nr. 6817) verwendet worden. Um diese und die damit in München gemachten Beobachtungen mit den an anderen Observatorien beobachteten Inklinationen vergleichbar zu machen, habe ich im April 1904 in Potsdam die Konstanten der vier dazu gehörigen Nadeln bestimmt. Nach dieser Vergleichung sind die Korrektionen, bezogen auf das Hauptsystem des magnetischen Observatoriums in Potsdam, die folgenden:

Nadel I:	+ 4.'9
„ II:	— 2.0
„ III:	— 5.8
„ IV:	— 3.2

Die Unsicherheit der Einzelwerte kann auf ± 0.'3 veranschlagt werden.

Im Felde sind die Nadeln III und IV verwendet worden, während Nadel I und II in München zurückgelassen waren. An die unten mitgeteilten Resultate sind die Korrektionen bereits angebracht, ebenso die der Nadeln des Tesdorpfschen Theodoliten, und damit werden sämtliche Beobachtungen untereinander vergleichbar.

Bei den magnetischen Ortsbestimmungen kann man mit Vorteil trigonometrische Punkte verwenden, deren Azimute aus der Landesvermessung sofort entnommen werden können. Dieser Weg kann jedoch in Bayern nur selten begangen werden, da die einen Punkte, wie Kirchtürme, magnetisch gestört, während die anderen, wegen ihrer alleinigen unterirdischen Versicherung nur schwer auffindbar sind. Es ist daher für die Mißweisungsbestimmungen, wenn es die Witterungsverhältnisse erlaubten, die Sonne direkt gepeilt worden, ein Verfahren, das sich sehr bewährt hat, und das auch keinen großen Aufwand an Zeit

beim Beobachten und Berechnen erfordert. Konnten astronomische Bestimmungen nicht erhalten werden, so wurden zur Ableitung der Azimute die sichtbaren Kirchtürme eingeschnitten, wie es auch Lamont tat. Diese Art des Beobachtens bietet namentlich aus dem Grunde keinen Vorteil vor den astronomischen Messungen, da die Identifizierung der Punkte, das nachträgliche Heraussuchen der trigonometrischen Koordinaten, und endlich die Berechnung durch Rückwärtseinschneiden der Station mit einem viel größeren Zeitaufwand verbunden ist, als die Berechnung einer Anzahl Sonnenazimute. Dazu kommt noch, daß oft die beobachteten Kirchtürme gar nicht an das trigonometrische Netz angeschlossen sind, so daß unter Umständen nicht einmal ein Azimut berechnet werden kann, was man bei Lamont häufig bestätigt finden kann.

Zu den astronomischen Beobachtungen ist ein Taschenchronometer von A. Kittel in Altona (Nr. 230) verwendet worden, der halbe Sekunden schlägt, und einen vorzüglichen Gang hat. Seine Stände und Gänge sind aus Uhrvergleichungen mit den Zeitsignalen der Eisenbahn-, Post- und Telegraphenstationen, die täglich Nachmittag 3 Uhr von der Sternwarte in München gegeben werden, abgeleitet worden. Die Genauigkeit einer solchen Uhrvergleichung kann auf $0^s.25$ angenommen werden. Zur Ableitung der Ortszeit sind die geographischen Längen der Stationen den topographischen Karten im Maßstabe 1:50000 entnommen worden. Auf diesen Karten kann eine Beobachtungsstation leicht auf 15 m, d. i. 0,25 mm auf der Karte, identifiziert werden, was einer Zeitdifferenz in unseren Breiten von $0^s.05$ entspricht, wodurch im vorliegenden Falle noch keine Ungenauigkeit in den Azimuten entsteht.

Die günstigste Zeit zur Bestimmung des Azimutes ist diejenige, zu welcher das Gestirn in der Nähe des I. Vertikels ist. Aus äußeren Gründen ist man jedoch genötigt, die Sonne auch in anderen Azimuten zu beobachten. Nimmt man an, man hätte die Sonne erst eine Stunde vor oder nach der Kulmination, also in einem Azimut von etwa 20^0 messen können und es sei die Uhrzeit um 1^s fehlerhaft, so wird das Azimut

dadurch erst um ± 0'.4 unrichtig und unter Berücksichtigung aller anderen noch eingehenden Fehlerquellen wird sich der Fehler bei dem verwendeten Instrumente auf ± 0'.5 erhöhen. Bei den vorliegenden Beobachtungen ist jedoch der Uhrfehler sicher immer viel kleiner gewesen, auch konnten die Sonnenbeobachtungen stets in günstigeren Azimuten erhalten werden, so daß dabei im allgemeinen das astronomische Azimut auf wenigstens ± 0'.2 sicher erhalten worden sein wird. Der mittlere Fehler aus der inneren Übereinstimmung einer Serie von 8 Einstellungen, welche mindestens jedesmal erhalten wurden, ist zu ± 0'.1 abgeleitet worden. Der Kreis des magnetischen Theodoliten läßt sich auf 0'.1 event. 0'.05 ablesen, es liegt also die Genauigkeit der astronomischen Azimute innerhalb der erlaubten Grenzen.

Die Magnetnadel, welche auf der Pinne schwingt, kann auf höchstens ± 0'.3 genau eingestellt werden, während die Reduktion auf Tages- bezw. Jahresmittel aus den Vergleichungen mit den Münchener Registrierbeobachtungen auf etwas ± 0'.2 ausgeführt werden kann. Es wird daher der mittlere Fehler einer magnetischen Deklinationsbeobachtung in unserem Falle immer unter 1' geblieben sein, eine Genauigkeit, die derjenigen entspricht, welche man an moderne magnetische Landesaufnahmen stellt. Diese Genauigkeit genügt auch vollständig für die gewünschten Zwecke, wenn man berücksichtigt, daß die Mißweisung in unseren Breiten sich um 1' für 2,4 km Längenunterschied ändert. Zum Vergleich mag noch angeführt werden, daß bei den neueren Vermessungen in Großbritannien eine Genauigkeit von ± 0'.9, in Österreich ± 1', und in Württemberg etwa ebensoviel erhalten worden ist. Der mittlere Fehler der alten bayerischen Messungen von Lamont ist auf ± 3' zu schätzen.

Die Horizontalintensität ist mit zwei Ablenkungsmagneten und zwei Deflektoren gemessen worden. An einigen Stationen ist auch die Schwingungszeit der Ablenkungsmagnete bestimmt worden. Die Horizontalintensität wurde jedoch nur aus den Ablenkungsbeobachtungen berechnet, wobei die früher

ermittelten Konstanten, nach den Münchener Vergleichsbeobachtungen korrigiert, zur Anwendung kamen. Die Übereinstimmung der so erhaltenen vier Einzelwerte von H blieb immer innerhalb einiger Einheiten der 4. Dezimalstelle von C. G. S., so daß der Mittelwert davon auf etwa $\pm 10\,\gamma$ ($1\,\gamma = 0.00001$ C.G.S.) angenommen werden kann. Die Reduktion der einzelnen Reihen auf den Jahresanfang nach den Münchener Registrierungen hat immer die Übereinstimmung derselben wesentlich verbessert; besonders an Tagen mit stärkeren Störungen ist dies deutlich zu erkennen, was durch die Beobachtungen in Berchtesgaden belegt sein möge:

		Beobachtung	Reduktion	$H_{1903,0}$
Magnet	I	$H = 0.20812$	$+ 30\,\gamma$	0.20842
	II	807	$+ 46$	853
Deflektor	I	794	$+ 64$	858
	II	792	$+ 78$	870
			Mittel:	$0.20856 \pm 6\,\gamma$

Die oben angeführten neueren Vermessungen geben für die Horizontalintensität eine mittlere Genauigkeit von $\pm 10\,\gamma$, während Lamonts Messungen noch unterhalb $\pm 20\,\gamma$ blieben. Es entsprachen somit die neuen Beobachtungen den geforderten Ansprüchen, wobei zu beachten ist, daß die Horizontalintensität sich um $20\,\gamma$ auf 2,4 km Entfernung in Breite ändert.

Die Inklinationsmessungen können mit dem Tesdorpfschen Theodoliten innerhalb $\pm 1'$, mit dem Bambergschen Inklinatorium auf etwa $\pm 0\overset{'}{.}5$ genau angenommen werden. Eine größere Genauigkeit läßt sich ja mit Nadelinklinatorien überhaupt nicht erreichen. Die Inklination ändert sich um 1' auf 2 km Breitendifferenz, so daß also die angegebene Genauigkeit derjenigen entspricht, welche bei den beiden anderen Elementen erreicht worden ist.

Lamont hat bekanntlich seine Inklinationen aus Ablenkungsbeobachtungen von weichen Eisenstäben, die durch den Erdmagnetismus induziert werden, bestimmt. Hiebei hängt die Genauigkeit der Messungen sehr von der Güte der Eisenstäbe

und der Konstanz ihrer Reduktionsfaktoren ab. Lamont gibt die mittlere Unsicherheit dieser Messungen von der gleichen Größenordnung an, wie die der Deklinatsbestimmungen, wobei freilich einzelne Bestimmungen, die an der gleichen Station zu verschiedenen Zeiten erhalten worden sind, oft um mehr abweichen. Dies rührt offenbar daher, daß die Konstanten Änderungen unterworfen waren, die nicht immer sicher ermittelt werden konnten, wie dies selbst Lamont angibt. Als Beleg mögen die Beobachtungen auf dem Hoyerberg bei Lindau angeführt werden. (Magnet. Beob., Bd. I, S. 121—125.)

Zeit	Deklination			Horizontalintensität			Inklination	
	Anzahl der Beob.	Differenz gegen München	Mittl. Fehler	Beob.	Differenz	Mittl. Fehler	Beob.	Differenz
1849 Aug. 11., 12.	7	+ 56.'5	± 1.'3	4	+ 53 γ	± 9 γ	1	— 19.'0
1850 Juli 7. – 9.	15	+ 52.1	± 2.2	7	+ 103 γ	± 14 γ	3	— 13.5
1852 Oktober 2.	4	+ 50.6	± 0.7	2	+ 120 γ	± 11 γ	1	— 2.3

Andere Stationen zeigen hingegen eine größere Übereinstimmung, doch sind die Inklinationsmessungen in den späteren Jahren im allgemeinen etwas ungenauer als die der früheren.

Es möge nun in der Tabelle I eine Zusammenstellung des größeren Teiles meiner Beobachtungen, auf den Jahresanfang von 1903 reduziert, folgen, wobei zu bemerken ist, daß die Längen, gemäß der Generalstabskarten, von der alten Sternwarte in München aus gezählt sind (+ östlich, — westlich). Diese ist 11° 36′ 12″ östlich von Greenwich gelegen gewesen.

Die Meereshöhe ist jeweilen abgerundet aus dem topographischen Atlas von Bayern 1 : 50000 (Bayerische Generalstabskarte) entnommen worden. Die Nummer des betreffenden Blattes ist in der letzten Kolumne angegeben. Es folgt dann in der fünften Reihe die Deklination (D), die Horizontalintensität (H) und die Inklination (I). Der Vollständigkeit halber sind in den folgenden vier Spalten zunächst die Totalintensität (F) und die rechtwinkligen Koordinaten, bezogen auf

den astronomischen Meridian, hinzugefügt worden, die aus den bekannten Beziehungen berechnet wurden:

Nordkomponente: $X = H \cdot \cos D$
Westkomponente: $Y = H \cdot \sin D$
Vertikalkomponente: $Z = H \cdot \mathrm{tg}\, I$
und Totalkraft: $F = H \cdot \mathrm{cosec}\, I = Z \cdot \sec I$.

Darin wird die Deklination nach Osten und die Inklination bezw. die Vertikalkomponente nach unten positiv gezählt. Die Intensitätsgrößen sind alle in der Einheit des C.G.S.-Systems ($cm^{-\frac{1}{2}}\, g^{\frac{1}{2}}\, sec^{-1}$) ausgedrückt, die bekanntlich der zehnte Teil der Gaußschen Einheit ist, welch letztere auch Lamont in seinen Veröffentlichungen verwendet hat. Die vorletzte Spalte gibt den Nachweis über die früheren Beobachtungen Lamonts nach Band und Seitenzahl seiner „Magnetischen Ortsbestimmungen in Bayern".

Die noch übrigen Beobachtungen werden am besten mit den noch auszuführenden mitgeteilt, da namentlich für einige Deklinationsbestimmungen noch die astronomischen Messungen nachzuholen sind.

Bildet man die Unterschiede der auf den Stationen erhaltenen Beobachtungen gegen die Basisstation München, so erhält man die Werte der Tabelle II, worin die Differenzen der Deklination (ΔD), der Horizontalintensität (ΔH) und der Inklination (ΔI) im Sinne „Feldbeobachtung minus Münchener Beobachtung" genommen sind. Zum Vergleich sind die von Lamont gefundenen Unterschiede beigefügt, welche seinen „Magnetischen Ortsbestimmungen in Bayern", München 1854 und 1856, entnommen sind. Überdies ist jeweilen die Differenz der beiderseitigen Resultate in der dritten Kolumne eingetragen, wobei freilich noch zu berücksichtigen ist, daß die Beobachtungsorte nicht immer identisch sind, da eben häufig die alten Orte, wegen der seither eingetretenen örtlichen Änderungen, nicht mehr benützt werden können. Im allgemeinen ist aber auch die Entfernung der gleichnamigen Punkte nicht sehr groß, so daß unter normalen Verhältnissen eine Verglei-

chung unbedenklich gestattet ist. In Störungsgebieten freilich gilt dies nicht mehr. Die letzten 4 Reihen enthalten die entsprechenden Differenzen der Komponenten und der Totalintensität gegen den Basispunkt München.

Von denjenigen Orten, an welchen Lamont nicht beobachtete, sind die Werte seinem Atlas entnommen worden und die betreffenden Zahlen durch Einklammern kenntlich gemacht. Für Weißenburg i. B. (Wülzburg) liegen Bestimmungen von C. v. Orff aus dem Jahre 1875 vor, die gelegentlich geodätischer Messungen mit den Lamontschen Instrumenten erhalten worden sind. Danach ist $\varDelta D = +27'.3$; $\varDelta H = -433\gamma$ und $\varDelta I = +46'.3$, in guter Übereinstimmung mit den Karten. (C. v. Orff, Astronomisch-geodätische Ortsbestimmungen in Bayern. Anhang: Magnetische Messungen zu Ingolstadt und auf der Wülzburg. München 1880, S. 143—164.)

Die Tabelle II gibt vor allem das interessante Resultat, daß die Differenzen aller drei Elemente einen systematischen Charakter tragen, und zwar der Art, daß sie in verschiedenen Landesteilen ihrer Größe nach verschieden sind. Dies rührt offenbar daher, daß die säkularen Änderungen nicht in allen Gegenden gleich groß gewesen sind. Wenn man aber annimmt, daß sich die magnetischen Kurven seit Lamonts Zeiten nicht nur nahe parallel zueinander verschoben, sondern dabei auch eine Drehung ausgeführt haben, so werden die Unterschiede grossenteils aufgehoben. Zur Ableitung eines Gesetzes sind die vorhandenen Messungen noch zu wenig zahlreich; dies wird mit Erfolg erst nach der Vollendung der eigentlichen magnetischen Landesaufnahme möglich sein. Für diese sollen die bereits gemessenen Stationen gewissermaßen als Hauptpunkte dienen, zu welchen noch weitere 40—50 Punkte erster Ordnung kommen, welche dann zur Ableitung des normalen Verlaufs der magnetischen Elemente genügen. Daran schließen sich am besten Untersuchungen von engeren Störungsgebieten an, auf welche teilweise auch schon Lamont hingewiesen hat.

Tabelle I.

Ort	Breite	Länge	Meeres-höhe	*D*	*H*
München	48° 8′ 47″	+ 0° 0′ 20″	530 m	10° 16.′9 W.	0.20 652
Hoyerberg . . .	47 34 3	— 1 55 52	455	11 3.0	714
Immenstadt . . .	47 33 48	— 1 22 47	750	•	758
Landsberg . . .	48 3 3	— 0 42 50	640	10 27.2	570
Riedhausen . . .	47 41 9	— 0 24 11	700	27.2	756
Tölz	47 46 12	— 0 1 40	690	10.7	738
Rosenheim . . .	47 51 28	+ 0 32 32	460	•	731
Traunstein . . .	47 52 26	+ 1 1 37	600	9 50 5	720
Reichenhall . . .	47 43 17	+ 1 16 14	470	39.2	801
Berchtesgaden . .	47 37 27	+ 1 23 53	600	32.6	856
Regensburg . . .	49 0 17	+ 0 29 30	370	10 8.3	225
Schaching . . .	48 50 23	+ 1 20 43	330	43.9	354
Zwiesel	49 1 16	+ 1 37 0	590	9 36.8	359
Wülzburg . . .	49 1 30	— 0 35 48	630	•	128
Schwandorf . . .	49 19 31	+ 0 29 52	360	10 30.2	108
Weiden	49 40 26	+ 0 32 51	400	•	0.19 951
Bamberg	49 53 15	— 0 44 27	380	41.2	771
Königsberg i. Fr. .	50 4 52	— 1 3 23	280	55.1	642
Aschaffenburg . .	49 58 1	— 2 26 50	140	•	583
Weißenheim a/Berg	49 30 7	— 3 26 41	265	11 50.7	756
Neustadt a/H. . .	49 20 34	— 3 27 42	220	12 4.2	810
Homburg i. Pf. . .	49 19 16	— 4 15 31	300	42.5	812

J	F	X	Y	Z	Lamont	Top. Atlas
63° 10'.3	0.45 759	0.20 320	— 0.03 686	0.40 834	I, 135	77 o.
63 2.2	683	330	970	717	I, 125	87
62 59.7	716	•	•	732	I, 103	88 o.
63 16.3	735	228	732	848	I, 114	76 w.
62 59.0	693	412	766	707	I, 135	90 o.
63 2.8	753	412	665	783	I, 180	91 w.
1.2	695	•	•	722	I, 160	84 o.
4.0	743	415	542	782	I, 182	85 w.
62 58.0	766	506	488	765	I, 158; II, 146	93 o.
57.5	874	568	458	859	I, 62	94
63 54.8	995	0.19 909	560	0.41 309	—	48 w.
42.0	939	998	790	183	I, 72; II, 48	56 o.
47.4	0.46 097	0.20 073	400	357	II, 186	50 w.
64 3.3	007	•	•	369	—	46 w.
5.3	015	0.19 771	686	389	I, 169	42 w.
22.7	136	•	•	600	II, 181	30 w.
44.0	320	428	666	889	I, 33; II, 57	20 w.
54.4	315	286	720	943	—	12 o.
65 0.8	360	•	•	0.42 020	I, 52	17 w.
64 41.2	206	335	0.04 055	0.41 770	—	107 w.
21.1	0.45 766	372	142	256	I, 140	107 w.
36.0	0.46 188	326	358	724	—	105

Tabelle II.

Ort	Δ D			Δ H		
	1903	1850	Diff.	1903	1850	Diff.
Hoyerberg . . .	+46.'1	+53.'1	— 7.'0	+ 62γ	+ 91γ	— 29γ
Immenstadt . . .	·	+ 38.4	·	+ 106	+ 157	— 51
Landsberg . . .	+ 10.3	+ 20.8	— 10.5	— 82	— 26	— 56
Riedhausen . . .	+ 10.3	+ 7.9	+ 2.4	+ 104	+ 150	— 46
Tölz	— 6.2	— 8.1	— 1.9	+ 86	+ 133	— 47
Rosenheim . . .	·	— 25.9	·	+ 79	+ 152	— 73
Traunstein . . .	— 26.4	— 37.0	+ 10.6	+ 68	+ 161	— 93
Reichenhall . . .	— 37.7	— 46.2	+ 8.5	+ 149	+ 285	— 136
Berchtesgaden . .	— 44.3	[— 40]	[— 4]	+ 204	+ 357	— 153
Regensburg . . .	— 8.6	[— 10]	[+ 1]	— 427	[— 340]	[— 87]
Schaching . . .	— 33.0	— 35.7	+ 2.7	— 298	— 197	— 101
Zwiesel	— 40.1	— 42.1	+ 2.0	— 293	— 221	— 72
Wülzburg . . .	·	[+ 25]	·	— 524	[— 415]	[— 109]
Schwandorf . . .	+ 13.3	— 6.2	+ 19.5	— 544	— 451	— 93
Weiden	·	[— 5]	·	— 701	— 604	— 97
Bamberg	+ 24.3	+ 30.3	— 6.0	— 881	— 793	— 88
Königsberg i. Fr. .	+ 38.2	[+ 45]	[— 7]	— 1010	[— 880]	[— 130]
Aschaffenburg . .	·	+ 94.7	·	— 1069	— 973	— 96
Weißenheim a/Berg	+ 93.8	[+ 110]	[— 16]	— 896	[— 850]	[— 46]
Neustadt a/H. . .	+107.3	+ 112.1	— 4.8	— 842	— 822	— 20
Homburg i. Pf. . .	+145.6	[+ 135]	[+ 11]	— 840	[— 810]	[— 30]

ΔI			ΔF	ΔX	ΔY	ΔZ
1903	1850	Diff.	1903			
− 8.'1	−14.'9	+ 6.'8	− 76γ	+ 10γ	−284γ	− 117γ
− 10.6	− 13.7	+ 3.1	− 43	·	·	− 102
+ 6.0	+ 1.9	+ 4.1	− 24	− 92	− 46	+ 14
− 11.3	− 21.1	+ 9.8	− 66	+ 92	− 80	− 127
− 7.5	− 21.3	+ 13.8	− 6	+ 92	+ 21	− 51
− 9.1	− 15 9	+ 6.8	− 64	·	·	− 112
− 5.7	− 17.0	+ 11.3	− 16	+ 95	+ 144	− 52
− 12.3	− 23.3	+ 10.0	+ 7	+ 186	+ 198	− 69
− 12.8	− 35.7	+ 22 9	+ 117	+ 248	+ 228	+ 25
+ 43.5	[+ 35]	[+ 9]	+ 236	− 411	+ 126	+ 475
+ 31.7	+ 20.1	+ 11.6	+ 180	− 322	− 104	+ 349
+ 37.1	+ 25.2	+ 11.9	+ 338	− 247	− 282	+ 523
+ 53.0	[+ 51]	[+ 2]	+ 248	·	·	+ 535
+ 55.0	+ 46.3	+ 8.7	+ 256	− 551	+ 20	+ 555
+ 72.4	[+ 66]	[+ 6]	+ 377	·	·	+ 766
+ 93.7	+ 80.4	+ 13.3	+ 561	− 892	+ 20	+ 1055
+ 104.1	[+ 90]	[+ 14]	+ 556	− 1034	− 34	+ 1109
+ 110.5	+ 103.9	+ 6.6	+ 601	·	·	+ 1186
+ 90.9	[+ 98]	[− 7]	+ 447	− 985	− 369	+ 936
+ 70.8	+ 87.6	− 16.8	+ 7	− 948	− 456	+ 422
+ 85.7	[+ 90]	[− 4]	+ 429	− 994	− 672	+ 890

Über einige fossile Korallen aus Columbien.

Von **J. Felix** in Leipzig.

(Eingelaufen 4. Februar.)

Von Ihrer Kgl. Hoheit der Prinzessin Therese von Bayern wurden mir durch gütige Vermittelung des Herrn Prof. Rothpletz, Konservator der geologisch-paläontologischen Sammlung des bayerischen Staates, einige Exemplare fossiler Korallen zugesandt, welche Hochdieselbe auf Ihrer Forschungsreise in Columbien gesammelt hatte. Über das Vorkommen derselben empfing ich von Ihrer Kgl. Hoheit folgende interessante Mitteilungen: „Der Fundort der Korallen ist La Papa, ein aus einer Ebene vereinzelt aufragender, 155 m hoher Hügel bei Cartagena in Columbien. Auf die Spitze dieses Hügels führt ein Fußpfad, auf welchem etwa in ein Drittel oder auf der Hälfte der Hügelhöhe die Korallen zutage treten und auch in einzelnen vom Felsgrund abgelösten Stücken herumliegen. An dieser Stelle habe ich, August 1898, persönlich die Fundstücke gesammelt. Die Ebene ringsum besteht, soviel mir aus geologischen Karten bekannt, aus Ablagerungen des känolithischen Zeitalters.“ Auf die geologische Bedeutung des Fundes werde ich am Schlusse dieses Aufsatzes zurückkommen und ersteren zunächst in faunistischer Hinsicht besprechen. Die unter den vorliegenden vier Stücken vertretenen Formen verteilen sich auf drei Gattungen: Orbicella, Isastraea und Stephanocoenia mit ebensoviel Arten. Von letzteren ist die eine als neu zu betrachten, deren Beschreibung ich zunächst folgen lasse.

Orbicella Theresiana n. sp. Textfigur 1 u. 2.

Bezüglich des Gattungsnamen Orbicella möchte ich folgende Bemerkungen vorausschicken. So sehr sich auch der Name Heliastraea bei den Paläontologen eingebürgert hat, so muß doch konstatiert werden, daß dem Namen Orbicella die Priorität gebührt. Orbicella wurde 1848 von Dana,[1]) Heliastraea 1857 von M. Edwards[2]) aufgestellt. Der Umstand, daß einige Arten Danas von dieser Gattung auszuscheiden sind, gibt keine Berechtigung, den Namen ganz fallen zu lassen. Immerhin wird die Angelegenheit komplizierter dadurch, daß 1847 von d'Orbigny der Name Orbicella für eine Brachiopodengattung aufgestellt wurde, er also doch älter ist, als der Dana'sche. Die Gattung von d'Orbigny wurde indes später von Sharpe kassiert und durch Trematis ersetzt. Die Entscheidung bez. der Berechtigung dieses Verfahrens überlasse ich vorläufig den Spezialforschern für Brachiopoden.

Das vorliegende Exemplar einer Orbicella stellt das Fragment einer großen Kolonie vor, denn bei einer größten Länge von 72 mm sind seine sämtlichen Seitenflächen doch nur Bruchflächen. Die jedenfalls schon bei Lebzeiten der Kolonie durch ungleiches Wachstum hervorgerufene Unregelmäßigkeit der Oberfläche ist durch die Schicksale des Stückes — Verwitterung und Abrollung — noch vermehrt worden. An manchen Stellen sind die Kelche tief ausgewittert, so daß sie röhrenförmige Gruben darstellen, an anderen dagegen ziemlich gut erhalten. Ihr Umriß ist fast stets kreisförmig, seltener breitoval. Der Durchmesser der Kelchöffnung beträgt meist 3 mm. Der Kelchrand ragte ehemals $^1/_2$—1 mm über die Umgebung empor und war wohl scharf. Natürlich hat er am meisten durch die Abrollung gelitten. Es sind drei vollständige Zyklen und ein vierter unvollständig entwickelter Zyklus von Septen vorhanden. Sie überragen den Kelchrand etwas und laufen

[1]) Dana, Zoophytes of the U. S. Explor. Exped. p. 204.

[2]) M. Edwards, Hist. nat. des Corall. T. II, p. 456.

auf der Außenwand der Kelche als Rippen herab. Diese stoßen entweder in den die Kelche trennenden Furchen mit denen der Nachbarpolyparien winklig zusammen, oder endigen im Grunde der Furchen frei. Die Breite der interkalyzinalen Zwischenräume beträgt 1-2 mm. Die Septen der ersten beiden Zyklen und zuweilen noch einige des dritten Zyklus sind stärker und länger als die übrigen. Sie reichen bis in die Kelchmitte und stoßen dort mit der Columella zusammen. Die übrigen Septa sind wiederum unter sich je nach dem Zyklus, dem sie angehören, verschieden lang und stark. Die Columella ist wohl ausgebildet. Ihr oberes Ende ragt als ein anscheinend massives Knöpfchen etwas empor. Im Durchschnitt zeigt sie sich dagegen von spongiöser Struktur und mit den Enden der großen Septen wie erwähnt verbunden. Zwischen den größeren, älteren Kelchen bemerkt man hie und da junge Knospen, deren Durchmesser auf 1,5 mm herabsinkt. Die Verbindung der einzelnen Polyparien erfolgt durch Exothecallamellen. Auf die Höhe von 3 mm zählt man deren etwa 7—8. Wo die Polyparien eng stehen, spannen sich zwischen denselben größere Traversen und zwar fast horizontal aus oder es verschmelzen kleinere, auf gleicher Höhe liegende Querblättchen zu einem bodenartigen Gebilde, so daß diese engen



Fig. 1. Orbicella Theresiana n. sp. Ansicht von oben. Nat. Gr.



Fig. 2. Orbicella Theresiana n. sp. Ansicht von der Seite. Nat. Gr.

Zwischenräume ein leiterförmiges Ansehen besitzen. Hier zählt man dann auf 3 mm gewöhnlich nur 6 Sprossen.

Durch die kleinen, runden Kelche erinnert die Art sehr an die westindische Orbicella annularis Dana (Ell. et Sol. sp.), doch besitzt diese nur 24 Septen. Durch die griffelförmige Ausbildung des oberen Teiles der Columella zeigt sie sich der Orb. microcalyx Greg. (Fel. sp.) aus dem Miocän von Ägypten verwandt, doch hat auch letztere Art nur drei Septalzyklen. Andererseits unterscheidet sie sich bei gleicher Septenzahl durch die kräftig entwickelte Columella von Orb. Ellisiana Defr. sp. und Orb. plana Mich. sp. Insofern sie auch sonst mit keiner der schon beschriebenen Arten völlig übereinstimmt, ist sie als eine neue Art zu betrachten. Nachdem Ihre Kgl. Hoheit als Entdeckerin die Widmung derselben huldvollst anzunehmen geruht hat, führe ich sie als „Orbicella Theresiana“ in die Wissenschaft ein.

Isastraea turbinata Duncan.

1863 Isastraea turbinata Duncan. On the fossil corals of the West-Indian Islands P. I. Proceed. Geol. Soc. London, May 1863, p. 423, pl. XIV, f. 1.

Da die sämtlichen Seitenflächen sowie die Unterflächen beider Exemplare nur Bruchflächen sind, so läßt sich die ursprüngliche Form der Kolonie nicht mit Sicherheit angeben. Da jedoch die einzelnen Polyparien von langröhrenförmiger Gestalt sind und eine nur leicht konvergierende Richtung besitzen, so kann man doch schließen, daß die Kolonie die Gestalt einer Halbkugel oder einer vertikal verlängerten Knolle besessen habe. Die einzelnen Polyparien werden direkt durch ihre kräftigen Wandungen verbunden. Die Zahl der Septen erreicht 48; es sind also in völlig ausgebildeten Kelchen vier komplette Zyklen vorhanden. Je nach ihrem Zyklus sind die Septen verschieden lang. Auf der Höhe der Mauern stoßen die meisten mit denen der Nachbarkelche direkt zusammen, bezw. bilden deren Fortsetzung. Der Durchmesser der Kelche beträgt 3,5 — 5 mm; über ihre Tiefe läßt sich leider nichts

angeben, da dieselben auf der Oberfläche zu tiefen Gruben ausgewittert sind. In den Querbrüchen der Kelche auf der Unterfläche des einen Exemplares erblickt man im Zentrum ein dickes columellaartiges Gebilde. Es ist allerdings möglich, daß die Septen der ersten Zyklen in der Mitte nahezu zusammenstoßen und vielleicht sogar eine Art von Pseudocolumella bilden, die Stärke jenes Gebildes ist jedoch sicherlich nur dadurch entstanden, daß sich bei dem deutlich wahrnehmbaren Umkristallisierungsprozess, welchen die Koralle erlitten hat, neugebildete Kalkspatkriställchen zwischen die inneren Enden der Septen und in die innersten, daher engsten Teile der Interseptalkammern angesetzt haben.

Das Exemplar scheint mit Isastraea turbinata, welche von Duncan l. c. aus dem Miocän von Antigua beschrieben wurde, übereinzustimmen, doch gestattet der Erhaltungszustand keine völlig sichere Identifizierung.

Stephanocoenia cf. Fairbanksi Vaughan.

Eines der mir vorliegenden Exemplare stellt eine Stephanocoenia dar und könnte zu Stephan. Fairbanksi Vaugh. gezogen werden. Leider ist die Oberfläche stark abgerollt, so daß man bei der Untersuchung auf die Unterfläche, welche eine Bruchfläche darstellt, angewiesen ist.

Die Kolonie war unregelmäßig knollenförmig; die Kelche stehen dicht aneinander gedrängt und sind von polygonalem, meist fünfseitigem Umriß. Ihre Größe beträgt 2,5 – 3 mm. Die Zahl der Septen ist 10—12. Da der Oberrand der die Kelche trennenden Wandungen nicht erhalten ist, so kann über die eventuelle Ornamentation desselben nichts angegeben werden. Die Columella ist griffelförmig und sehr stark entwickelt, doch ist ihr Umfang dadurch noch größer geworden, daß sich bei dem Umkristallisierungsprozeß, welchen die Koralle erlitten hat, äußerst winzige, neugebildete Calcitkriställchen zwischen die Columella und die inneren Enden der Septen und der Palis angesetzt haben. Es sind dadurch auch die letzteren als selbständige Gebilde sehr undeutlich geworden.

Ich glaube die vorliegende Koralle zu der von Vaughan beschriebenen Stephanocoenia Fairbanksi[1]) ziehen zu können, mit welcher sie im allgemeinen übereinstimmt. Nur den von Vaughan angegebenen Umstand, daß die Septen des dritten Zyklus sich an die Seitenflächen derjenigen des zweiten Zyklus anlegen sollen, habe ich nicht mit völliger Sicherheit konstatieren können. Sollte diese Erscheinung in der Tat nicht vorhanden sein, würde die Koralle wiederum mehr mit Stephanoc. Reussi[2]) Duncan übereinstimmen, doch hat diese kleinere Kelche und weniger Pali.

Stephanocoenia Fairbanksi wurde von Vaughan l. c. aus Süd-California beschrieben und zwar aus der Kreideformation, doch bezeichnet er selbst letztere Angabe als „doubtfully".

Da das zur Untersuchung vorliegende Material (vier Exemplare) nicht umfangreich genug ist, und da außerdem der Erhaltungszustand keine völlig exakte Bestimmung von zwei in demselben vertretenen Arten gestattete, während die dritte Art sich als eine neue erwies, so ist es nicht möglich, über das geologische Alter der korallenführenden Ablagerung ein präzises Urteil abzugeben. Die drei vertretenen Gattungen Orbicella, Isastraea und Stephanocoenia finden sich meist miteinander vergesellschaftet von dem mittleren Jura an bis in das Miocän. Zwei derselben, Orbicella und Stephanocoenia, leben noch in den heutigen Meeren, die letztere allerdings nur noch durch wenige Arten vertreten. Indessen sind mir weder aus dem Jura noch aus der Kreide so kleinkelchige Orbicellen bekannt, wie Orb. Theresiana, während sie im Tertiär, namentlich im Miocän, häufig sind. (Orb. Ellisiana, microcalyx, plana, annularis u. a.) Diese Art würde also mehr für mittleres Tertiär sprechen. Ebenso die zweite, Isastraea turbinata, welche

[1]) Vaughan, The eocene and lower oligocene coral faunas of the Un. States. Monogr. U. S. Geol. Surv. XXXIX, p. 151, Washington 1900.

[2]) Duncan, On the fossil corals of the West-Indian Islands Pt. IV, p. 19, pl. II, f. 1. Proceed. Geol. Soc., London 1867.

von Duncan in dem Miocän von Westindien gefunden wurde. Bei der dritten Art, Stephanocoenia cf. Fairbanksi ist nach Vaughans eigener Angabe die Herkunft aus kretazeischen Schichten zweifelhaft. Sie würde also nicht unbedingt gegen ein tertiäres Alter sprechen. Andererseits sind gerade Isastraea und Stephanocoenia, wie auch die mit letzterer äußerst nahe verwandte Gattung Astrocoenia Genera, deren Spezies selbst in verschiedenen Formationen sich oft außerordentlich ähnlich werden. So fand Duncan in dem Tertiär von Jamaica eine Astrocoenia, welche von der bekannten kretazeischen Astroc. decaphylla sich lediglich durch ihre Zweigform unterschied, so daß er sie in seiner Beschreibung der westindischen Korallen direkt als Astroc. decaphylla E. H. nur mit dem Zusatz „varietas“ anführt.[1]) Bezüglich der Gattung Isastraea mag noch an einen offenherzigen Ausspruch von Duncan erinnert werden. Derselbe beschrieb eine Koralle aus dem Miocän von Antigua als eine neue Art, Isastraea conferta. Am Schlusse der Beschreibung[2]) bemerkt er: „If the specimen had been found in oolitic rocks, it would have passed for a small variety of Isastraea tenuistriata“ (eine Art aus dem englischen Dogger!). Auf Grund dieser Erwägungen kann man sagen, daß die Annahme eines miocänen Alters die meiste Wahrscheinlichkeit für sich hat, ohne indes ein anderes direkt auszuschließen. Wie mir Herr Professor Rothpletz mitteilte, hat der zu früh der Wissenschaft entrissene Geheimrat v. Zittel die Stücke früher selbst einmal durchgesehen und eins derselben als Stylina n. sp. bestimmt. Da bei den Arten Isastraea turbinata und Stephanocoenia Fairbanksi die Polyparien direkt durch ihre Mauern verbunden sind, so kann er mit jener Bestimmung nur das von mir als Orbicella beschriebene Stück gemeint haben. Die Bestimmung desselben als Stylina wäre von großer Wichtigkeit, denn dann wäre ein tertiäres Alter der Stücke ziemlich unwahrscheinlich und es könnte sich nur um Jura

---

[1]) Duncan, On the fossil corals of the West-Indian Islands. P. I, p. 440. Proceed. Geol. Soc., London 1863.

[2]) Duncan, l. c., p. 423.

oder Kreide handeln, von welch beiden Formationen wiederum die letztere wegen des äußeren Habitus der Stücke sehr wenig Wahrscheinlichkeit für sich hätte. Man würde dann also auf ein jurassisches Alter der betreffenden Ablagerung schließen. Es mag daher hier noch ausdrücklich bemerkt sein, daß es mir auch auf einer Schliffläche von Orbicella Theresiana nicht möglich war, die für Stylina charakteristische Fortsetzung der Rippen von einem Kelch zum anderen zu beobachten. Die Septocosten haben vielmehr typische Spindelform, der septale Teil ist sehr dünn, der costale sehr kräftig und spitzt sich dann zu, so daß die Verbindung der Kelche fast ausschließlich durch Exothecalgewebe bewirkt wird. Daß manche der Rippen mit denen der Nachbarkelche zusammenstoßen, einzelne in gleicher Richtung verlaufend, miteinander zusammenstoßend sich von einem Kelch zum anderen fortsetzen, kann man bei fast allen Orbicella-Arten beobachten. Auch das Verhalten der Columella stimmt besser mit Orbicella als mit Stylina. Sie stellt nur in ihrem obersten Teil ein kompaktes Griffelchen dar, sonst erscheint sie in Durchschnitten stets von spongiöser Struktur.

Auf der geologischen Karte, welche Karsten seiner schönen Arbeit[1]) über die geognostischen Verhältnisse des westlichen Columbien beigegeben hat, ist in der Umgebung von Cartagena nur Tertiär verzeichnet; eine Angabe, welche mit meinen Resultaten in Einklang stehen würde.

Was die biologischen Verhältnisse der gefundenen Korallenarten anlangt, so sind es sämtlich typisch riffbildende Formen und finden sich in fast allen Korallenriffen vom Dogger bis zum Miocän. Jene Ablagerung von La Papa stellt uns also ein altes Korallenriff dar, welches durch eine Hebung der Küste in seine jetzige Lage von 50—75 m über den Meeresspiegel gelangte. Es ist bekannt, daß sich gegenwärtig die Nordküste Süd-Amerikas von der Mündung des Orinoko bis

[1]) Amtlicher Bericht über die 32. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Wien 1856, p. 80. Wien 1858.

zur Landenge von Panama im Zustande einer langsamen Hebung befindet. Eine solche ist teils direkt nachgewiesen, teils sehr wahrscheinlich. Dafür spricht zunächst das gewaltige, außerordentlich verzweigte Delta des Orinoko. Auch die Lagune von Maracaibo und die Bai von Cienega zeigen ganz den Charakter früher größerer Meerbusen, die jetzt im Begriff sind, ihre Zugehörigkeit zum Meer zu verlieren. Auch weitere Belege für die Hebung findet man bei Hahn[1]) angeführt. Diesen reiht sich nun als einer der schönsten Beweise das von Ihrer Kgl. Hoheit entdeckte Korallenriff von La Papa an und zeigt uns, daß diese Hebung wahrscheinlich bereits in der mittleren Tertiärzeit begann.

---

[1]) Hahn, Untersuchungen über das Aufsteigen und Sinken der Küsten, p. 97. Hab.-Schrift, Leipzig 1879.

Sitzung der math.-phys. Klasse vom 4. März 1905.

1. Herr Gustav Bauer legt eine Abhandlung vor: „Von der Kurve 6. Ordnung, welche der Ort der Brennpunkte der Kegelschnitte ist, welche durch vier Punkte gehen."

2. Herr Sebastian Finsterwalder berichtet über eine mit Herrn Professor Adolf Blümcke in Nürnberg gemeinsam durchgeführte Untersuchung der zeitlichen Änderung der Gletschergeschwindigkeit.

Es sind zu unterscheiden 1. langjährige Schwankungen, die auch in der Veränderung der Gletschergröße zum Ausdruck kommen, 2. Schwankungen in der Dauer von wenigen Jahren, die die Gletschergröße nicht merklich beeinflussen und 3. jahreszeitliche Schwankungen. Die am Hintereisferner ausgeführten Beobachtungen wurden auf zehn, meist mehrwöchentlichen Besuchen des Ferners in den Jahren 1899—1904 gesammelt. Sie ergaben bezüglich der zweitgenannten Schwankungen eine die Geschwindigkeit des Gletschereises mehr als fünfzigmal übertreffende Fortpflanzungsgeschwindigkeit von oben nach unten. Für die jahreszeitlichen Schwankungen muß die bisher festgehaltene Meinung, daß die Gletscher im Sommer schneller fließen, auf die untersten Teile der Zunge eingeschränkt werden; für die mittleren und oberen Teile ergab sich nämlich eine ausgesprochene Verminderung der Sommergeschwindigkeit gegenüber der Durchschnittsgeschwindigkeit des Jahres. An der Firnlinie ist die Sommergeschwindigkeit

nur mehr 70 % der Jahresgeschwindigkeit, in der Mitte der Zunge etwa 80 %, am unteren Ende dagegen 133 %. Der Grund dieser Erscheinung wird darin gesucht, daß von den beiden, die Gletscherbewegung beschleunigenden Faktoren Firnbelastung einerseits und Durchtränkung mit Schmelzwasser andererseits, der erste hauptsächlich im Winter den oberen, der zweite im Sommer den unteren Teilen des Gletschers zugute kommt.

3. Herr Richard Hertwig bespricht eine von dem Ornithologen Karl Eduard Hellmayr ausgeführte Revision der Spix'schen Typen brasilianischer Vögel. Die Arbeit soll in die Denkschriften der Akademie aufgenommen werden.

Diese Typen wurden gesammelt auf der bekannten Reise, welche Spix und Martius im Auftrage des Königs Maximilian Joseph 1817—1820 in das damals fast unerforschte Brasilien ausführten. Da die ursprüngliche Bearbeitung der Vögel Brasiliens durch Spix infolge mancher Zufälligkeiten und der Kränklichkeit des Verfassers keine sehr exakte war, so war eine genaue Revision der Spix'schen Typen schon längst ein Desiderat der Ornithologie. Dieselbe wurde von Herrn Hellmayr in sehr sorgfältiger Weise durchgeführt, wobei ihm viele andere Museen, besonders die Museen von Wien, Rothschild und Berlepsch ein reiches Vergleichsmaterial zur Verfügung stellten. Dadurch wurde es ermöglicht, daß sich die Revision einzelner Familien zu einer monographischen Darstellung derselben erweiterte. Die Arbeit, welche von zwei farbigen Tafeln und einer Anzahl von Textfiguren begleitet ist, wird daher für die Ornithologie Südamerikas und die Kunde von der geographischen Verbreitung der Vögel von großem dauerndem Wert sein.

4. Herr Adolf v. Baeyer hielt einen Vortrag über den Zusammenhang zwischen Färbung und chemischer Konstitution. Derselbe wird an anderer Stelle zur Veröffentlichung gelangen.

Von der Kurve 6. Ordnung, welche der Ort der Brennpunkte der Kegelschnitte ist, welche durch vier Punkte gehen.

Von Gustav Bauer.

(*Eingelaufen 4. März.*)

Um die Gleichung dieser Kurve zu bilden, verweist man gewöhnlich auf die von Moebius[1]) aus baryzentrischen Betrachtungen abgeleitete Relation

$$OA \cdot BCD - OB \cdot CDA + OC \cdot DAB - OD \cdot ABC = 0$$

(wo $ABC = \Delta ABC$ u. s. w.), welche die Bedingung ausspricht, daß die vier Punkte A, B, C, D auf einem Kegelschnitt liegen, von welehem O einer der Brennpunkte ist. Faßt man, was Moebius nicht erwähnt, die Punkte A, B, C, D als gegeben auf und O als veränderlich, so gibt diese Relation die Gleichung der Brennpunktkurve eines Büschels von Kegelschnitten mit den Basispunkten A, B, C, D.

Ausgehend von einer Bemerkung Sylvesters,[2]) daß die Brennpunktkurve sich ergeben müsse, wenn man in der Gleichung

$$\lambda \sqrt{A} + \mu \sqrt{B} + \nu \sqrt{C} + \bar{\omega} \sqrt{D} = 0,$$

wo A, B, C, D die vier Basispunkte als unendlich kleine Kreise betrachtet darstellen, die $\lambda, \mu, \nu, \bar{\omega}$ so bestimmt, daß die Gleichung vom 6. Grade wird, stellte Cayley[3]) die Gleichung der Kurve in der Form auf

---

[1]) J. Crelle, 1843, Bd. 20, p. 26—31. Ges. W., Bd. I, p. 581.

[2]) „Supplemental Note on the Analogues in Space to the Cartesian Ovals in plano." Phil. Mag. Vol. 31. Fourth Series, Mai, 1866, p. 380.

[3]) „On the locus of the foci of the conics, which pass through four given points." Phil. Mag. Vol. XXXII (1866). Coll. Math. Papers. Vol. VII, p. 1.

$$\sum\left(\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b & c & d \\ b_1 & c_1 & d_1 \end{vmatrix} \sqrt{(x-a)+(y-a_1)^2}\right) = 0,$$

wo $a_1\, a_1$, $b_1\, b_1$ . . . die Koordinaten der Basispunkte des Büschels bezeichnen. Die Gleichung stimmt offenbar mit der aus der Relation von Moebius abgeleiteten überein. Die Gleichung ist 8. Grades, reduziert sich aber, indem die unendlich entfernte Gerade sich doppelt gezählt von der Kurve abtrennt, auf den 6. Grad. Ist die Gleichung schon an und für sich kompliziert, so verliert sich noch vollends alle Übersichtlichkeit bei dem Versuch, sie durch Entwicklung auf den 6. Grad zu reduzieren.

Die bekannten Singularitäten der Kurve sind nun aber so sehr an das Polardreieck des Kegelschnittbüschels gebunden,[1]) daß es mir angezeigt erschien, dieses Dreieck als Fundamentaldreieck zu wählen und die Gleichung der Kurve in trimetrischen Koordinaten auszurechnen. Hiebei ergab sich nun, nach Entfernung des quadratischen Faktors für die Kurve eine Gleichung 6. Grades von so überraschender Durchsichtigkeit, daß sie wohl verdient, bekannt gegeben zu werden.

1. Der Büschel sei bestimmt durch zwei Kegelschnitte

$$\left.\begin{aligned} U &= a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + a_3 x_3^2 = 0 \\ V &= a_1' x_1^2 + a_2' x_2^2 + a_3' x_3^2 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad 1)$$

bezogen auf das gemeinsame Polardreieck ABC des Büschels. Unter den homogenen Koordinaten x_1, x_2, x_3 verstehe ich hier die senkrechten Entfernungen eines Punktes von den dre Seiten des Fundamentaldreiecks, welche resp. den drei Ecken A, B, C gegenüberliegen und die Zeichen dieser Koordinaten seien so gewählt, daß für einen Punkt im Innern des Dreiecks die drei Koordinaten positiv sind.

Die Brennpunkte eines Kegelschnitts seien ferner nach Plücker definiert als die Durchschnitte der zwei Tangenten-

---

[1]) Vgl. auch St. Haller, „Untersuchung der Brennpunktkurve eines Kegelschnittbüschels etc.“ (Diss. d. Techn. Hochsch. 1903), wo eine große Anzahl solcher Kurven verzeichnet ist.

paare, welche von den zwei unendlich entfernten imaginären Kreispunkten der Ebene I_1, I_2 an den Kegelschnitt gezogen werden können. Es sind deren also vier, zwei reelle und zwei imaginäre.

Nun sei

$$W = A_1 x_1^2 + A_2 x_2^2 + A_3 x_3^2 = 0 \tag{2}$$

die Gleichung irgend eines Kegelschnitts des Büschels, $P'(x')$, $P''(x'')$ zwei beliebige Punkte der Ebene, so sind die Tangentenpaare, welche von P', resp. P'' an den Kegelschnitt W gezogen werden können, durch die Gleichungen bestimmt

$$\begin{gathered}(W_1 x_1' + W_2 x_2' + W_3 x_3')^2 - W W' = 0\\(W_1 x_1'' + W_2 x_2'' + W_3 x_3'')^2 - W W'' = 0,\end{gathered}$$

wo W_1, W_2, W_3 die halben Abgeleiteten von W nach x_1, x_2, x_3 resp. bezeichnen und W', W'' die Werte von W bezeichnen, wenn man darin die Koordinaten x', resp. x'' einsetzt. Ausgerechnet reduzieren sich diese zwei Gleichungen auf folgende:

$$\left.\begin{array}{l}A_1 A_2(x_1 x_2' - x_2 x_1')^2 + A_1 A_3(x_1 x_3' - x_3 x_1')^2 + A_2 A_3(x_2 x_3' - x_3 x_2')^2 = 0\\A_1 A_2(x_1 x_2'' - x_2 x_1'')^2 + \qquad - \qquad\qquad - \qquad = 0\end{array}\right\} \tag{3}$$

Das System dieser zwei Gleichungen liefert die vier Durchschnittspunkte der zwei Tangentenpaare.

2. Wir nehmen jetzt für die Punkte P' P'' die unendlich entfernten Kreispunkte I_1, I_2. Die Koordinaten derselben sind, wie unschwer zu berechnen,

$$\begin{gathered}x_1' : x_2' : x_3' = 1 : -e^{+iC} : -e^{-iB}\\x_1'' : x_2'' : x_3'' = 1 : -e^{-iC} : -e^{+iB}\end{gathered} \tag{4}$$

wenn man unter A, B, C die Winkel des Fundamentaldreiecks ABC an den gleichnamigen Ecken versteht. Setzt man diese Werte der x' und x'' in die Gleichungen 3) ein, so gibt die Addition und die Subtraktion derselben, nach Weghebung eines Faktors 2, die folgenden zwei Gleichungen:

$$\begin{aligned}&A_1 A_2 (x_1^2 \cos 2C + x_2^2 + 2x_1 x_2 \cos C)\\&+ A_1 A_3 (x_1^2 \cos 2B + x_3^2 + 2x_1 x_3 \cos B)\\&+ A_2 A_3 (x_2^2 \cos 2B + x_3^2 \cos 2C - 2x_2 x_3 \cos (C - B)) = 0,\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} & A_1 A_2 (x_1^2 \sin 2C + 2x_1 x_2 \sin C) \\ & + A_1 A_3 (-x_1^2 \sin 2B - 2x_1 x_3 \sin B) \\ & + A_2 A_3 (-x_2^2 \sin 2B + x_3^2 \sin 2C - 2x_2 x_3 \sin(C-B)) = 0, \end{aligned} \tag{6}$$

welche, wenn man zur Abkürzung

$$\left.\begin{aligned} x_2 + x_1 \cos C &= X_3, & x_1 \sin C &= Y_3 \\ x_3 + x_1 \cos B &= X_2, & - x_2 \sin B &= Y_2 \\ x_2 \cos B - x_3 \cos C &= X_1, & -(x_2 \sin B + x_3 \sin C) &= Y_1 \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

setzt, übergehen in

$$\begin{aligned} & A_1 A_2 (X_3^2 - Y_3^2) + A_1 A_3 (X_2^2 - Y_2^2) + A_2 A_3 (X_1^2 - Y_1^2) = 0 \\ & A_1 A_2 \cdot X_3 Y_3 + A_1 A_3 \cdot X_2 Y_2 + A_2 A_3 \cdot X_1 Y_1 = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Aus dem System dieser zwei Gleichungen ergibt sich

$$A_1 A_2 : A_1 A_3 : A_2 A_3 = [12] : [31] : [23], \tag{9}$$

wo

$$\left.\begin{aligned} [12] &= (X_2^2 - Y_2^2) X_1 Y_1 - (X_1^2 - Y_1^2) X_2 Y_2 \\ [31] &= (X_1^2 - Y_1^2) X_3 Y_3 - (X_3^2 - Y_3^2) X_1 Y_1 \\ [23] &= (X_3^2 - Y_3^2) X_2 Y_2 - (X_2^2 - Y_2^2) X_3 Y_3 \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Aus 9) folgt sodann

$$A_2 : A_3 = [12]:[31], \quad A_1 : A_3 = [12]:[23], \quad A_1 : A_2 = [31]:[23]. \tag{11}$$

Es sei nun

$$W = U + \lambda V,$$

hiemit $A_1 = a_1 + \lambda a_1'$, $A_2 = a_2 + \lambda a_2'$, $A_3 = a_3 + \lambda a_3'$, so werden die Gleichungen 11)

$$\left.\begin{aligned} (a_3 + \lambda a_3') [12] - (a_2 + \lambda a_2') [31] &= 0 \\ (a_1 + \lambda a_1') [23] - (a_3 + \lambda a_3') [12] &= 0 \\ (a_2 + \lambda a_2') [31] - (a_1 + \lambda a_1') [23] &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Die Elimination von λ aus irgend zweier dieser Gleichungen ergibt die Gleichung des Orts der Brennpunkte des Büschels

$$(a_1 a_3' - a_3 a_1')[12][23] + (a_2 a_1' - a_1 a_2')[23][31] + (a_3 a_2' - a_2 a_3')[31][12] = 0 \tag{13}$$

oder, wenn wir zur Abkürzung

$$a_3' a_1 - a_3 a_1' = (31),\ a_1' a_2 - a_1 a_2' = (12),\ a_2' a_3 - a_2 a_3' = (23)$$

setzen,

$$\frac{(12)}{[12]} + \frac{(23)}{[23]} + \frac{(31)}{[31]} = 0. \qquad 13')$$

3. Da die [12], ... vom 4. Grade in den Koordinaten sind, so ist die Gleichung 13) vom 8. Grad. Aber es ist leicht zu sehen, daß die Verbindungslinie der zwei Punkte P', P'', von denen die Tangentenpaare an die Kegelschnitte des Büschels ausgehen, immer, doppelt genommen, ein Teil des Orts der Schnittpunkte der Tangentenpaare ist. Es muß sich also im vorliegenden Falle die unendlich entfernte Gerade

$$\Omega = x_1 \sin A + x_2 \sin B + x_3 \sin C = 0 \qquad 14)$$

doppelt gezählt von der Kurve abheben, oder also der Faktor Ω^2 aus der Gleichung 13) abspalten lassen. Diese Abspaltung läßt sich hier leicht ausführen; es lassen sich nämlich die Ausdrücke [12], [23], [31] in je zwei Faktoren zerlegen, deren einer den Faktor Ω enthält. So ist

$$\left.\begin{aligned} [23] &= (X_2 X_3 + Y_2 Y_3)(Y_2 X_3 - Y_3 X_2) \\ [31] &= (X_3 X_1 + Y_3 Y_1)(Y_3 X_1 - Y_1 X_3) \\ [12] &= (X_1 X_2 + Y_1 Y_2)(Y_1 X_2 - Y_2 X_1) \end{aligned}\right\} 15)$$

Die zweiten Faktoren reduzieren sich auf $-x_1 \Omega$, $+x_2 \Omega$, $-x_3 \Omega$; die ersten auf K_1, $-K_2$, K_3, wenn man setzt,

$$\left.\begin{aligned} x_2 x_3 + x_1(-x_1 \cos A + x_2 \cos B + x_3 \cos C) &= K_1 \\ x_3 x_1 + x_2(x_1 \cos A - x_2 \cos B + x_3 \cos C) &= K_2 \\ x_1 x_2 + x_3(x_1 \cos A + x_2 \cos B - x_3 \cos C) &= K_3 \end{aligned}\right\} 16)$$

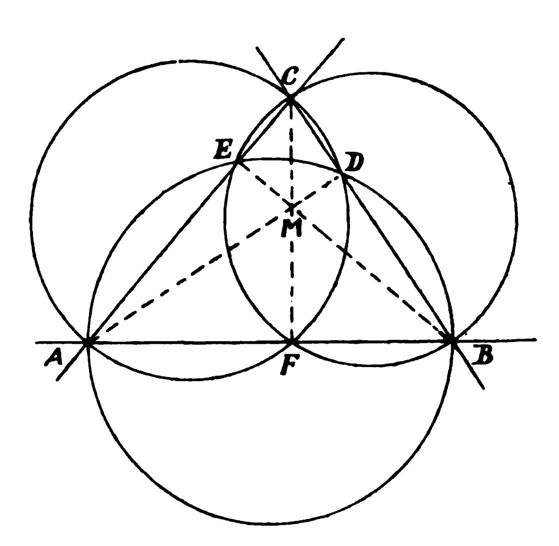
Die Gleichung der Brennpunktkurve des Büschels reduziert sich sodann auf folgende Form:

$$\frac{(12)}{x_3 K_3} + \frac{(23)}{x_1 K_1} + \frac{(31)}{x_2 K_2} = 0$$

oder

$$(12)\, x_1 x_2 K_1 K_2 + (23)\, x_2 x_3 K_2 K_3 + (31)\, x_3 x_1 K_3 K_1 = 0 \qquad 17)$$

eine Gleichung 6. Grades, bemerkenswerth wegen der einfachen geometrischen Bedeutung der Größen, die in dieselben eingehen. Denn die Konstanten (12), (23), (31) sind, wie aus den Gleichungen 1) hervorgeht, die Quadrate der Koordinaten der Durchschnittspunkte der Kegelschnitte U und V, d. h. also die Quadrate der Koordinaten der Basispunkte des Büschels. Die Größen $K_1 K_2 K_3$ aber stellen die über den Seiten des Fundamentaldreiecks ABC als Durchmesser beschriebenen Kreise dar. Um



sich hievon zu überzeugen, bemerke man, daß die Fußpunkte DEF der von den Ecken A, B, C auf die gegenüber liegenden Seiten des Dreiecks ABC gefüllten Senkrechten durch die Gleichungen bestimmt sind

$$x_1 = 0, \quad x_2 \cos B - x_3 \cos C = 0 \qquad D)$$
$$x_2 = 0, \quad x_1 \cos A - x_3 \cos C = 0 \qquad E)$$
$$x_3 = 0, \quad x_1 \cos A - x_2 \cos B = 0 \qquad F)$$

Es geht also z. B. die Kurve $K_3 = 0$ durch die Ecke A ($x_2 = 0$, $x_3 = 0$), die Ecke B ($x_1 = 0$, $x_3 = 0$) und durch die zwei Punkte D, E; außerdem zeigt eine kleine Rechnung,

daß sie auch durch die zwei Kreispunkte I_1, I_2 4) geht. Die Kurve ist also der über AB konstruierte Kreis.[1])

4. Die Brennpunktkurve hat, wie schon Cayley gefunden, acht Doppelpunkte.[2]) Vermöge der einfachen Zusammensetzung der Gleichung 17) lassen sich diese acht Doppelpunkte sofort aus derselben erkennen. Es sind die zwei Kreispunkte I_1, I_2, die drei Ecken des Fundamentaldreiecks A, B, C, und die drei Fußpunkte der Höhen desselben D, E, F, durch welche je zwei der Kreise K und eine Seite des Dreiecks ABC gehen. Jeder der Kreise K geht durch sechs dieser Doppelpunkte und hat mithin keinen weiteren Punkt mit der Kurve 6. Ordnung gemein.

Man bemerke, daß die Gleichung 17) nicht nur verwendbar ist, wenn die Basispunkte des Kegelschnittbüschels reell sind, sondern auch, wenn dieselben sämtlich imaginär sind, da auch in diesem Falle das Polardreieck ABC des Büschels ganz reell ist. Die Doppelpunkte der Brennpunktkurve bleiben mithin auch, außer I_1, I_2, sämtlich reell, wenn die zwei Kegel-

---

[1]) Will man die Gleichung des Kreises direkt berechnen, so kann man von einer allgemeinen Kreisgleichung in trimetrischen Koordinaten ausgehen. Um eine solche zu erhalten, bemerke man, daß, wenn $S = 0$ die Gleichung irgend eines Kreises ist, $S + (\alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3)\, \Omega = 0$, wo α, β, γ beliebige Konstanten sind, eine solche allgemeine Form der Kreisgleichung ist. Für S kann man allenfalls den unendlich kleinen Kreis um A beschrieben nehmen, also $S = x_2^2 + x_3^2 + 2\,x_2 x_3 \cos A$ setzen.

[2]) Cayley (a. a. O.) waren nur die fünf Doppelpunkte I_1, I_2, A, B, C bekannt. Um nachzuweisen, daß die Kurve acht Doppelpunkte habe, zeigt er zunächst, daß, wie schon Sylvester a. a. O. p. 384 bemerkt, jede Gerade, welche einen der Kreispunkte I_1, I_2 mit einem der vier Basispunkte des Büschels verbindet, Doppeltangente der Kurve ist, sodann daß noch zwei einfache Tangenten von jedem der Punkte I_1, I_2 an die Kurve gehen. Es gehen mithin von I_1 $2.4 + 2 = 10$ Tangenten an die Kurve. Daraus folgt die Klassenzahl der Kurve $= 14$. Dieselbe erfährt also, da $14 = 6.5 - 16$, eine Depression um 2.8, woraus zu folgern ist, daß die Kurve acht Doppelpunkte hat. — Daß die drei Punkte D, E, F auch Doppelpunkte der Kurve sind, hat K. Bobek auf synthetischem Wege nachgewiesen. („Die Brennpunktkurve des Kegelschnittbüschels." Monatshefte für Mathematik und Physik. Wien, III. Jahrg., 1892, p. 312.)

schnitte 1), welche den Büschel bestimmen, keinen reellen Punkt gemeinsam haben.

5. Es erübrigt noch zu zeigen, wie aus der Brennpunktkurve die Brennpunkte der einzelnen Kurven $U + \lambda V$ des Büschels zu erhalten sind. Dieß ergibt sich aber sofort aus den Gleichungen 12), aus welchen durch Elimination von λ eben die Gleichung der Brennpunktkurve hervorging. Nimmt man in diesen Gleichungen den Faktor Ω, der in den [12], [31], [23] enthalten ist, weg, so gehen dieselben über in folgende

$$\left.\begin{aligned} (a_2 + \lambda a_2')\, x_2 K_2 - (a_3 + \lambda a_3')\, x_3 K_3 &= 0 \\ (a_1 + \lambda a_1')\, x_1 K_1 - (a_3 + \lambda a_3')\, x_3 K_3 &= 0 \\ (a_2 + \lambda a_2')\, x_2 K_2 - (a_1 + \lambda a_1')\, x_1 K_1 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad 18)$$

welche Kurven dritter Ordnung darstellen, von denen jede die vier Brennpunkte (zwei reelle und zwei imaginäre des Kegelschnitts $U + \lambda V$ aus der Kurve 6. Ordnung 17) ausschneidet. Die erste dieser Kurve hat $A\,(x_2 = 0,\ x_3 = 0)$ zum Doppelpunkt, die zweite $B(x_1 = 0,\ x_3 = 0)$, die dritte $C\,(x_1 = 0,\ x_2 = 0)$ zum Doppelpunkt und jede derselben geht außerdem durch die Punkte D, E, F und die zwei Kreispunkte I_1, I_2. Von den $3 \cdot 6 = 18$ Schnittpunkten einer solchen Kurve 3. Ordnung mit der Kurve 6. Ordnung fallen also $4 + 5 \cdot 2 = 14$ auf die Doppelpunkte der letzteren. Die vier übrigen mit λ beweglichen Schnittpunkte sind eben die Brennpunkte von $U + \lambda V$.

6. Von speziellen Fällen soll hier nur der eine Fall betrachtet werden, wenn die vier Basispunkte des Büschels in einem Kreise liegen, da derselbe ein besonderes Interesse gewährt. Es hat nämlich Sylvester gefunden,[1]) daß in diesem

[1]) „Supplemental Note on the Analogues in Space to the Cartesian Ovals in plano.“ Phil. Mag. Vol. 31. Fourth Series, Mai, 1866, p. 380 Sylvester kommt hier auf eine zirkulare Kurve 3. Ordnung, von der er sagt: „Sie ist der Ort der Brennpunkte eines Systems von Kegelschnitten, deren Axen parallel sind und welche also durch vier Punkte, die in einem Kreise liegen, gehen“. . . „Diese Kurve geht nicht nur durch den Mittelpunkt des Kreises und die drei Diagonalpunkte, sondern ist

Falle der Ort der Brennpunkte des Büschels aus zwei Kurven 3. Ordnung besteht. Die für den Ort gefundene Gleichung 17) muß also in diesem Falle in zwei Gleichungen 3. Ordnung zerfallen. Und in der Tat ist die Form derselben so charakteristisch für die Kurve, daß sie uns einen geometrischen Einblick gewährt, wie dieses Zerfallen vor sich geht.

Nun ist die Gleichung des Kreises, der zu dem Büschel mit dem Polardreieck ABC gehört, wie sich leicht aus Nr. 3, Anmerkung, berechnet,

$$H = x_1^2 \sin A \cos A + x_2^2 \sin B \cos B + x_3^2 \sin C \cos C = 0 \qquad 19)$$

Der Mittelpunkt M dieses Kreises fällt mit dem Durchschnittspunkt der Höhen des Dreiecks ABC zusammen. Seine Koordinaten erfüllen also die Gleichungen

$$x_1 \cos A = x_2 \cos B = x_3 \cos C.$$

Der Kreis ist der Orthogonalkreis der Kreise K_1, K_2, K_3 und kann reell oder imaginär sein. Sind die Basispunkte des Büschels und also auch der Kreis reell, so ist das Polardreieck ABC stumpfwinklig, der Punkt M außerhalb des Dreiecks. Jedenfalls hat man, wenn die Basispunkte des Büschels auf dem Kreise liegen, nach der Bedeutung der Größen (12), (23), (31)

$$(12) \sin C \cos C + (23) \sin A \cos A + (31) \sin B \cos B = 0.$$

Mittelst dieser Gleichung können wir eine der Größen (12) . . ., etwa (23), aus der Gleichung 17) eliminieren und erhalten

auch in jedem dieser Punkte parallel zu der Asymptote, d. h. zu der Geraden, welche einen der Winkel, in welchem sich die Diagonalen schneiden, halbiert. Sie ist also identisch zu einer der zwei konjugierten zirkularen Kurven Salmons (Higher Plane curves, p. 175), von welcher die vier betreffenden Punkte im Kreise Brennpunkte sind. Die zwei konjugierten zirkularen Kurven 3. Ordnung, von welchen vier Punkte in einem Kreise die Brennpunkte sind, bilden also zusammen den vollständigen Ort der Brennpunkte des Systems von Kegelschnitten, welche durch eben diese vier Punkte gehen." Wie Salmon gezeigt hat, bestehen diese Kurven immer aus einem Oval und einem unpaaren Zug.

$$\begin{aligned}&(12)\, x_2 K_2 (x_1 K_1 \sin A \cos A - x_3 K_3 \sin C \cos C)\\ &+ (31)\, x_3 K_3 (x_1 K_1 \sin A \cos A - x_2 K_2 \sin B \cos B) = 0\end{aligned} \tag{20}$$

Um die Ausdrücke in den Klammern zu vereinfachen, bemerke man, daß die Reduktion des Kreises $K+(\alpha x_1+\beta x_2+\gamma x_3)\Omega$ auf die Form H die Relationen ergibt,[1])

$$\left.\begin{aligned}K_3 \sin C &= (x_1 \cos A + x_2 \cos B)\,\Omega - H\\ K_1 \sin A &= (x_2 \cos B + x_3 \cos C)\,\Omega - H\\ K_2 \sin B &= (x_3 \cos C + x_1 \cos A)\,\Omega - H\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Hiemit geht Gleichung 20) über in

$$\begin{aligned}&(12)\, x_2 K_2 (x_1 \cos A - x_3 \cos C)\,[H - x_2 \cos B \cdot \Omega]\\ &+ (31)\, x_3 K_3 (x_1 \cos A - x_2 \cos B)\,[H - x_3 \cos C \cdot \Omega] = 0\end{aligned} \tag{22}$$

7. Der Ausdruck $H - x_3 \cos C \cdot \Omega$ stellt einen Kreis dar und da er entwickelt

$$= x_1 \sin A\,(x_1 \cos A - x_3 \cos C) + x_2 \sin B\,(x_2 \cos B - x_3 \cos C)$$

ist, so ersieht man, daß dieser Kreis durch die Ecke C des Polardreiecks, den Höhepunkt M des Dreiecks und die Fußpunkte D, E der von A und B ausgehenden Höhen geht.

Setzen wir also um abzukürzen

$$x_1 \cos A - x_3 \cos C = (x_1\, x_3)$$

u. s. f.

wobei zu bemerken, daß

$$(x_3\, x_1) = -(x_1\, x_3),$$

und

[1]) Setzt man diese Werte der K in die Kurvengleichung 17) ein und macht sodann $\Omega = 0$, so erhält man, da H^2 sich weghebt, einen dem Dreieck $A\,B\,C$ umschriebenen Kegelschnitt, dessen Asymptoten die zwei unendlich entfernten Punkte markieren, welche die Kurve außer den Doppelpunkten I_1, I_2 hat. Macht man dieselbe Operation in Gleichung 22), so geht der umschriebene Kegelschnitt durch den Höhepunkt M; er wird also eine gleichseitige Hyperbel; die zwei Asymptoten sind reell und stehen senkrecht zueinander.

$$\left.\begin{aligned} H - x_3 \cos C \cdot \Omega &= x_1 \sin A\,(x_1 x_3) + x_2 \sin B\,(x_2 x_3) = K_3' \\ H - x_1 \cos A \cdot \Omega &= x_2 \sin B\,(x_2 x_1) + x_3 \sin C\,(x_3 x_1) = K_1' \\ H - x_2 \cos B \cdot \Omega &= x_3 \sin C\,(x_3 x_2) + x_1 \sin A\,(x_1 x_2) = K_2' \end{aligned}\right\} \quad 23)$$

so sind K_1', K_2', K_3' die Kreise, welche über den Strecken MA, MB, MC als Durchmesser beschrieben sind, und also durch je zwei der Höhenfußpunkte D, E, F hindurchgehen.

8. Die Kurvengleichung 22) schreibt sich jetzt

$$(12)\,(x_1 x_3)\,K_2 \cdot x_2 K_2' + (31)\,(x_1 x_2)\,K_3 \cdot x_3 K_3' = 0 \qquad 24)$$

und läßt sofort erkennen, daß nun auch der Punkt M, Mittelpunkt des Kreises, auf dem die Basispunkte des Büschels liegen, Doppelpunkt der Kurve ist. Sie enthält also nun neun Doppelpunkte, $A, B, C, D, E, F, M, I_1, I_2$. Da eine Kurve 6. Ordnung zehn Doppelpunkte haben kann, so ist durch Entstehen des neunten Doppelpunkts M das Zerfallen der Kurve nicht unmittelbar bedingt; aber es ist aus der Gleichung 24) leicht zu ersehen, daß in der Tat ein Zerfallen der Kurve in zwei Kurven 3. Ordnung, von denen jede durch die neun Doppelpunkte geht, eintritt. Das beruht darauf, daß die Kurvengleichung 24) aus lauter ausgearteten Kurven 3. Ordnung, durch die neun Punkte gehend, zusammengesetzt ist. (Das Oval ist in einen Kreis, der unpaare Zug in eine Gerade ausgeartet.) So sind

$$(x_2 x_3)\,K_1,\quad (x_3 x_1)\,K_2,\quad (x_1 x_2)\,K_3$$

solche ausgeartete Kurven 3. Ordnung, und ebenso auch

$$x_1 K_1',\quad x_2 K_2',\quad x_3 K_3'.$$

Die Kreise K, K' gehen durch je sechs der obigen neun Punkte hindurch, der lineare Faktor durch die drei übrigen. Bezeichnen wir diese ausgearteten Kurven der Reihe nach mit

$$\mathfrak{K}_1,\ \mathfrak{K}_2,\ \mathfrak{K}_3$$
$$\mathfrak{K}_1',\ \mathfrak{K}_2',\ \mathfrak{K}_3',$$

so erhält die Kurvengleichung 24) die Form

$$(31)\ \mathfrak{K}_3 \mathfrak{K}_3' - (12)\,\mathfrak{K}_2 \mathfrak{K}_2' = 0. \qquad 25)$$

Da nun die Kurven 3. Ordnung, welche durch die obigen neun Punkte gehen, einen Büschel bilden, so kann man die $\mathfrak{R}$, $\mathfrak{R}'$ durch irgend zwei derselben linear ausdrücken und dadurch die Gleichung 25) auf eine quadratische Gleichung, etwa in $\mathfrak{R}_3'$ und $\mathfrak{R}_2'$, zurückführen, deren Auflösung sodann die zwei Kurven 3. Ordnung, in welche die Kurve 6. Ordnung zerfällt, in der Form

$$\lambda \mathfrak{R}_2' - \mu \mathfrak{R}_3' = 0 \tag{26}$$

ergibt.

Zur Reduktion hat man die Relationen

$$\begin{aligned} \sin C \cdot \mathfrak{R}_3 &= -\cos A \cdot \mathfrak{R}_1' + \cos B \cdot \mathfrak{R}_2' \qquad & \sin C \cdot \mathfrak{R}_3' &= \cos A \cdot \mathfrak{R}_1 - \cos B \cdot \mathfrak{R}_2 \\ \sin A \cdot \mathfrak{R}_1 &= -\cos B \cdot \mathfrak{R}_2' + \cos C \cdot \mathfrak{R}_3' \qquad & \sin A \cdot \mathfrak{R}_1' &= \cos B . \mathfrak{R}_2 - \cos C \cdot \mathfrak{R}_3 \\ \sin B \cdot \mathfrak{R}_2 &= -\cos C \cdot \mathfrak{R}_3' + \cos A \cdot \mathfrak{R}_1' \qquad & \sin B \cdot \mathfrak{R}_1' &= \cos C \cdot \mathfrak{R}_3 - \cos A \cdot \mathfrak{R}_1 \\ \Sigma \sin C \cdot \mathfrak{R}_3 &= 0 & \Sigma \sin C \cdot \mathfrak{R}_3' &= 0. \end{aligned}$$

Die quadratische Gleichung in $\mathfrak{R}_3'$, $\mathfrak{R}_2'$ wird

$$(31) \cos A \cdot \mathfrak{R}_3'^2 + [(31) + (12)]\, \mathfrak{R}_3' \mathfrak{R}_2' + (12) \cos A \cdot \mathfrak{R}_2'^2 = 0, \tag{27}$$

woraus

$$\frac{\mathfrak{R}_3'}{\mathfrak{R}_2'} = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{-[(31)+(12)] + \sqrt{[(31)+(12)]^2 - 4\,(12) + (31) \cos^2 A}}{2\,(31) \cos A}.$$

Dem doppelten Zeichen entsprechen die zwei Kurven 3. Ordnung, in welche die Brennpunktkurve zerfällt, wenn die vier Basispunkte des Büschels auf einem Kreise liegen. Aus dem früheren folgt (Nr. 7, Anm.), daß ihre Asymptoten zueinander senkrecht stehen.

Zeitliche Änderungen in der Geschwindigkeit der Gletscherbewegung.

Von **A. Blümcke** und **S. Finsterwalder.**

(Eingelaufen 17. Mai.)

Seit man die Tatsache des Fließens der Gletscher erkannt hat, fehlt es nicht an Bestrebungen, neben den örtlichen auch zeitliche Änderungen in der Geschwindigkeit des Fließens festzustellen. Forbes[1]) und Agassiz,[2]) die Begründer die Lehre von der Gletscherbewegung und später Tyndall[3]) haben den Einfluß der Jahreszeit auf die Gletscherbewegung untersucht. Dauernde Beobachtungen der Geschwindigkeit an der gleichen Stelle eines Gletschers, wie sie von Held am Rhonegletscher, von Seeland[4]) an der Pasterze, von J. Vallot[5]) am Eismeer von Chamounix und von uns gemeinsam mit H. Heß am Vernagtferner, Gepatschferner, Hintereisferner und Gliederferner angestellt wurden, haben gezeigt, daß mehrjährige periodische Änderungen der Gletschergeschwindigkeit vorkommen, wie solche schon durch den Verlauf mancher Gletscherschwankungen wahrscheinlich gemacht wurden. Wenn man von den, wie es scheint, gesetzlos verlaufenden, ganz kurzen Geschwindigkeitsänderungen absieht, kann man hiernach dreierlei

---

[1]) J. D. Forbes, Reisen in den Savoyer Alpen, übers. v. Leonhard, Stuttgart 1845, S. 134.

[2]) L. Agassiz, Système glaciaire, Paris 1847, S. 472.

[3]) J. Tyndall, Das Wasser in seinen Formen als Wolken und Flüsse, Eis und Gletscher. Autor. Ausg., Leipzig 1873, S. 109.

[4]) Veröffentlicht von H. Angerer, Carinthia II, 1903, Nr. 6.

[5]) Annales de l'observatoire du Mont Blanc, t. 4 u. t. 5.

Schwankungen in der Geschwindigkeit der Gletscherbewegung unterscheiden:

1. Schwankungen, die sich über einen längeren Zeitraum erstrecken und entsprechende Änderungen in den Größenverhältnissen der Eiszungen im Gefolge haben;
2. Schwankungen in der Dauer weniger Jahre, die keine Änderung der Gletschergröße bewirken;
3. Jahreszeitliche Schwankungen.

In Bezug auf die Schwankungen erster Art haben die obenerwähnten Messungen am Vernagtferner und Gliederferner die bemerkenswertesten Aufschlüsse gebracht. Sie zeigen, daß dem Anwachsen des Gletscher eine, unter Umständen ungeheure Vermehrung der Abflußgeschwindigkeit vorausgeht, sowie, daß noch vor Erreichung des größten Gletscherstandes diese Abflußgeschwindigkeit erheblich zurückgeht. So ist an der gleichen Stelle, nahe am Beginne der Zunge des Vernagtferners die Jahresgeschwindigkeit von 17 m im Jahre 1889 auf über 250 m im Jahre 1899 gestiegen und vom Jahre 1901 bis 1904 wieder auf 50 m gesunken. Dabei war das Gletscherende bis zum Jahre 1897 noch im Rückzug, dann erreichte eine die Zunge herablaufende Schwellung das Gletscherende, dieses ging vor und hat erst im Vorjahre (1904) seinen größten Stand erreicht. In ähnlicher Weise hat sich am Gliederferner in der zentralen Zillertalergruppe in der Zeit von 1885 bis 1897 die Jahresgeschwindigkeit in der Mitte der Zungenlänge von 14 m auf 40 m gesteigert; seither ist sie wieder auf 34 m zurückgegangen. Das Wachsen des Gletscherendes wurde erst nach 1892 bemerkbar und scheint nunmehr seinem Ende nahe zu sein. Es ist wohl zu beachten, daß die genannten Beispiele möglicherweise Ausnahmen darstellen und daß die langsam verlaufenden aber ausgiebigen Größenschwankungen anderer Gletscher, von welchen bis jetzt keine genauer beobachtet werden konnte, vielleicht nur von weit geringeren Geschwindigkeitsschwankungen begleitet sind.

Daß die angeführten Geschwindigkeitsschwankungen nicht die einzigen sind, geht aus der fortgesetzten Beobachtung der

Gletschergeschwindigkeit an ein- und derselben Stelle ohne weiteres hervor. Eine sehr ausgedehnte Reihe von Messungen dieser Art wurde von Oberbergrat F. Seeland in Klagenfurt an der Pasterze und zwar in der Mitte des Querprofiles Hoffmannshütte-Glocknerfuß ausgeführt und nach dessen Tode von Herrn Professor Angerer fortgesetzt. Sie ergab für die Jahresgeschwindigkeit: 1882—86 50,4 m, 1886—88 30,6 m, 1888—90 42,0 m, 1890—91 51,1 m, 1891—92 47,5 m, 1892—93 58,0 m, 1893—94 42,7 m, 1894—95 52,9 m, 1895—96 46,4 m, 1896—97 48,5 m, 1897—98 50,0 m 1898—99 60,6 m, 1899—1900 35,4 m, 1900—1902 43,6 m, 1902—1903 48,2 m, im Durchschnitt 1882—1903 46,9 m. Der Gletscher war dabei an seinem unteren Ende in dauerndem Rückzug, nur in den höher gelegenen Teilen konnten gelegentlich vorübergehende Schwellungen festgestellt werden. Ähnliche Verhältnisse haben die dreißigjährigen Messungen am Rhonegletscher, dessen Ende in dieser Zeit ununterbrochen zurückging, zutage gefördert, nur scheinen dort die Geschwindigkeitsänderungen weit regelmäßiger zu verlaufen und mit den vorübergehenden Schwellungen des Gletscherstandes in den oberen Teilen der Zunge in voller Übereinstimmung zu sein. Die seit langem sehnlichst erwartete Veröffentlichung des überaus reichen und wertvollen Materials der Rhonegletschervermessung wird auch hierüber Licht verbreiten.

Die Frage nach den jahreszeitlichen Schwankungen der Gletschergeschwindigkeit hat früh die Aufmerksamkeit der Gletscherforscher erregt, da von der Antwort auf dieselbe die Entscheidung zwischen den damals strittigen Bewegungstheorien abzuhängen schien. Aus den vierziger Jahren des vorigen Jahrhunderts stammen einige ein Jahr umfassende Beobachtungsreihen von Forbes[1]) und Agassiz,[1]) aus welchen man schloß, daß die Gletscher in der warmen Jahreszeit rascher fließen als in der kalten. Das gleiche Ergebnis fand Steenstrup[1]) aneinigen nordischen Gletschern kleineren Umfangs, während Drygalski

[1]) Siehe: Heim, Handbuch der Gletscherkunde. Stuttgart 1885, S. 176 u. 177, sowie: Heß, Die Gletscher. Braunschweig 1904, S. 247 u. f.

an den großen Ausläufern des grönländischen Inlandeises keinen Einfluß der Jahreszeit wahrnehmen konnte. Heim glaubte auf Grund des bis dahin bekannten Materials folgende Sätze, allerdings mit vollem Vorbehalt späterer Prüfung ableiten zu können.

a) Je gewaltiger unter sonst gleichen Bedingungen der Gletscher, desto geringer der Einfluß der Jahreszeit auf die Bewegung.
b) Je steiler das Gletscherbett unter sonst gleichen Bedingungen, desto schwächer der Einfluß der Jahreszeit.
c) Im hohen Norden bei viel intensiverer Winterkälte ist der Einfluß der Jahreszeiten verhältnismäßig größer.

Spätere Beobachtungen bezogen sich nur mehr auf den Vergleich von Sommer- und Wintergeschwindigkeit an einzelnen Gletschern und schienen Heims Sätze zu bestätigen. So Westmanns[1]) Beobachtungen am Tuolpagletscher im Sulitelmagebiet und Axel Hambergs[2]) Beobachtungen am Mikajökul im nördlichen Schweden. Eine vier Jahre umfassende Reihe von Sommer- und Wintergeschwindigkeiten, die Herr J. Vallot[3]) am Eismeer von Chamounix beobachtete, und eine ähnliche, einjährige Reihe der Herren Gg. und W. S. Vaux[4]) vom Illicillewaetgletscher im Selkirkgebirge in Britisch-Kolumbia führten auf das gleiche Ergebnis. So schien an der Tatsache der größeren Sommerbewegung der Gletscher gemäßigter Zonen kein Zweifel mehr zu bestehen und nur über den Betrag des Unterschiedes waren neue Beobachtungen erwünscht. Entgegen stand eigentlich nur eine Beobachtung am Rhonegletscher, wo im Jahre 1883 in der heißesten Zeit die Eisgeschwindigkeit ebensogroß gefunden wurde als im Jahresdurchschnitt. Die Unterschiede im Überschuß der Sommerbewegung konnten sehr wohl davon herrühren, daß die seit 30 Jahren bevorzugte

[1]) Beobachtungen über die Gletscher von Sulitelma und Almajalos. Bull. of the geological Inst. of Upsala, Vol. IV, 1900.

[2]) Om Kvickjocksfjällens glacierer. Geol. Förenigen i Stockholm Förhandl. 1897, Bd. 19, S. 513.

[3]) Siehe das spätere Zitat S. 130.

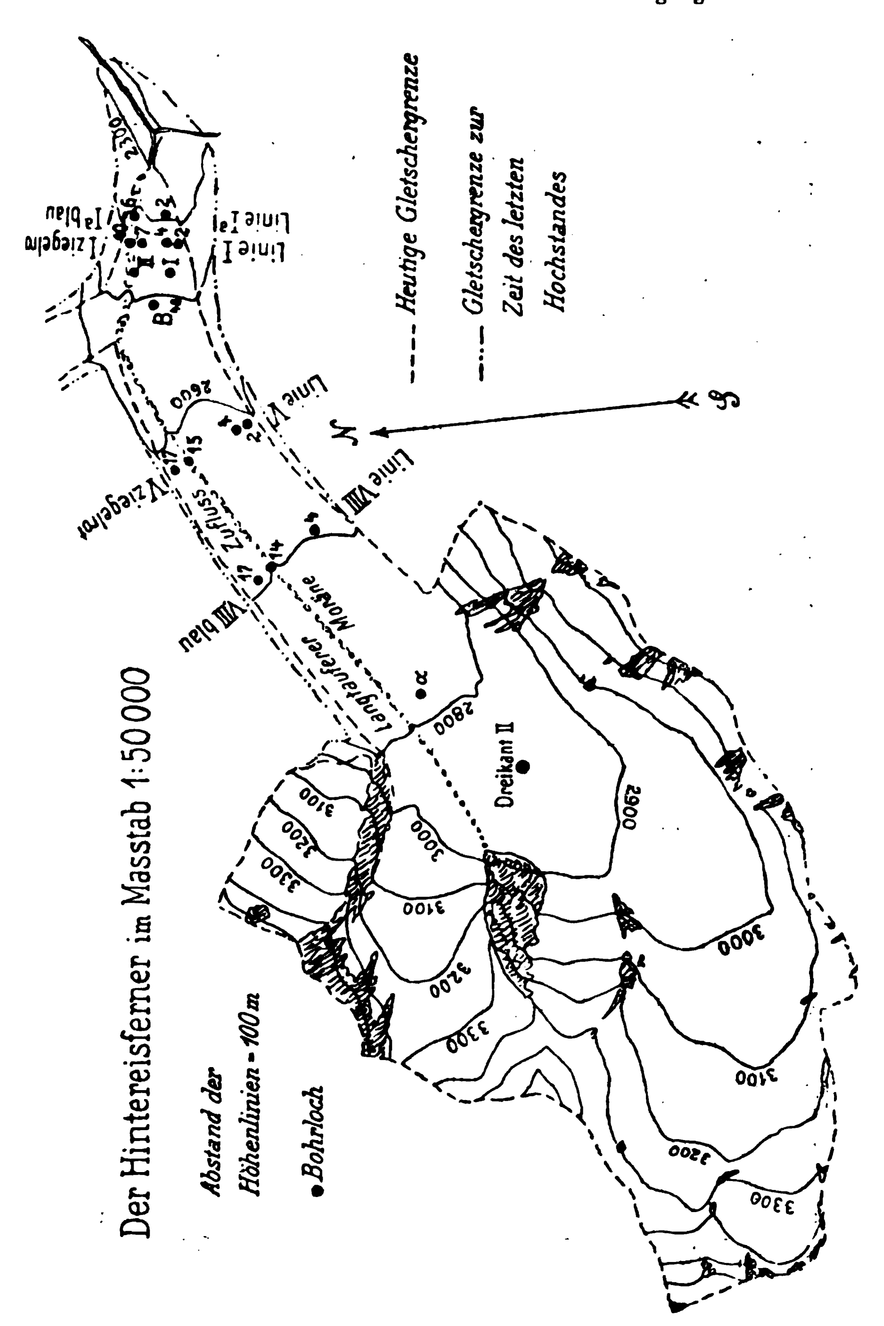
[4]) Les variations périodiques des glaciers VII. rapport. Archives des Sciences phys. et naturelles, Genève 1901, t. XII.

Art, die Geschwindigkeit mittels Steinmarken zu messen, eine durch das Abrutschen der Steine auf der Gletscherfläche bedingte Fehlerquelle in sich schließt, die sich je nach der Böschung der Gletscherfläche und deren Stellung gegen die Sonne in verschiedenem Grade bemerkbar macht; ja es schien nicht ganz ausgeschlossen, daß ein erheblicher Teil der beobachteten Sommerbewegung nur scheinbar ist und der genannten Fehlerquelle zugeschrieben werden muß.

Gründe dieser Art bestimmten uns vor fünf Jahren am Hintereisferner in den Ötztaler Alpen eine Messungsreihe zu beginnen, welche neben dem Studium der Ablation hauptsächlich der Untersuchung der zeitlichen Veränderung der Gletschergeschwindigkeit dienen sollte. Die örtliche Verteilung der Gletschergeschwindigkeit war durch frühere Vermessungen in der Hauptsache bekannt; damals war auch eine genaue Karte des Gletschers in 1:10000 aufgenommen worden, auf deren trigonometrisches Netz sich die neuen Beobachtungen gründen konnten.[1]) Die Absicht war, die Sommer- und Wintergeschwindigkeit an mehreren Punkten des Gletschers getrennt zu verfolgen. Als Marken wurden ausschließlich Bohrlöcher von 6—8 cm Durchmesser gewählt, die in solcher Tiefe (4—9 m) angelegt wurden, daß sie im Laufe eines Jahres nicht zur Ausschmelzung kamen. In der Nähe des Gletscherendes mußten die Löcher deshalb mindestens 7 m tief gebohrt werden. Zur leichteren Auffindung waren in die Löcher eine Reihe aufeinandergestellter, 2 m langer Holzstangen gesteckt, die zugleich als Ablationspegel dienten. Die Stangen wurden mit Eisenschuhen soweit beschwert, daß sie in Wasser gesetzt eben schwebten. Außerdem lieferten drei früher hergestellte Bohrlöcher von 40 m, 66 m und 86 m Tiefe, die in ähnlicher Weise mit Holzstangen ausgefüllt waren, Bewegungs-Marken. Zuerst gedachten wir unsere Messungen auf die eigentliche Gletscherzunge zu beschränken. Aus anderen Gründen waren aber von Anfang an einige in der Gegend der Firnlinie gelegene ältere

[1]) A. Blümcke u. H. Heß, Studien am Hintereisferner. Wiss. Ergänzungshefte des D. u. Ö. Alpenvereins, I. Bd., 2. Heft, München 1899.

Bewegungssignale — vom Schneedruck zusammengestürzte Holzpyramiden — einbezogen worden. Sie erwiesen sich später als von besonderer Wichtigkeit und wurden dann zur genaueren Festlegung noch durch Bohrlöcher ergänzt. Die übrigen Bohrlöcher waren zumeist an Stellen angelegt worden, wo vorher Steinmarken der älteren Bewegungsmessungen lagen, so daß die neuen Messungen als Fortsetzung der alten angesehen werden können. Es war beabsichtigt, die Bohrlöcher Ende Juli. sobald es der Schluß der Mittelschulen dem Einen von uns (Blümcke) erlaubte, und Mitte September, solange die Unterkunft am Hochjochhospiz noch zu benützen war, durch den Andern (Finsterwalder) einzumessen. Verschiedene Umstände brachten es mit sich, daß die Last der Beobachtung im Felde fast ganz auf die Schultern des Erstgenannten fiel, der von den zehn Messungen acht ausführte. Auch die weitläufige Rechnung hat er zumeist erledigt. Die Einmessung der Bohrlöcher erfolgte fast ausschließlich auf dem Wege des Rückwärtseinschneidens nach 4—8 trigonometrischen Punkten und es wurde strenge darauf gesehen, daß bei der Juli- und Septembermessung jeweils dieselben Festpunkte benützt wurden. Das Rückwärtseinschneiden hatte den Vorzug, daß über die Identität des bestimmten Punktes kein Zweifel herrschen konnte, und daß das Aufstellen eigener Signale auf den zu bestimmenden Punkten vermieden wurde. Der Nachteil einer etwas geringeren Genauigkeit der Winkelmessung auf dem Eise und weitläufiger Rechnung mußte eben in Kauf genommen werden. Das benützte trigonometrische Netz, obwohl für die früheren Zwecke voll ausreichend, erwies sich namentlich in den Höhen als etwas ungenau, während die Horizontalpositionen eben genügten. Immerhin überschritten die Fehlerreste bei den ausgeglichenen Winkeln weit die wirklichen Fehler der Winkelmessung und nur der sorgfältigen Einhaltung gleichen Messungsvorganges bei den Juli- und Septemberbestimmungen ist es zuzuschreiben, wenn die Werte für die Sommerbewegung genauer sind, als es nach den mittleren Fehlern der Koordinaten scheinen könnte.


Der Hintereisferner im Masstab 1:50000
Abstand der Höhenlinien = 100 m
Bohrloch
Heutige Gletschergrenze
Gletschergrenze zur Zeit des letzten Hochstandes
Dreikant II
Langtauferer Moräne
Zufluss
Linie I
Linie Ia
I ziegelm
Ia blau
Linie V
V ziegelrot
Linie VIII
VIII blau
N
S
2600
2800
2900
3000
3100
3200
3300

Die vorstehende Figur gibt im Maßstab 1:50000 einen Überblick über die Lage der Beobachtungsstellen. Eine Gruppe von neun Bohrlöchern, darunter drei tiefe, liegt im untern Teil der Zunge. Vier davon I 2, I 4, I 7 und I 10 sind neben den ziegelrotgestrichenen Steinen der mit I bezeichneten Markenlinie früherer Bewegungsmessungen angelegt. Die tiefer gelegenen Löcher I^a 2 und I^a 6 bei blauen Steinmarken kamen später hinzu. Die zweite in einer Querlinie angeordnete Gruppe V 2 V 4 V 14 V 17 von vier Bohrlöchern befindet sich etwas unterhalb der Längsmitte der Gletscherzunge an Stelle der ziegelroten Marken der Steinlinie V früherer Bewegungsmessungen. Etwas unterhalb des oberen Drittels der Zungenlänge an Stelle der älteren blauen Steinlinie VIII liegen die drei nächsten Bohrlöcher VIII 4 VIII 14 VIII 17. Den Mittelpunkt des Sammelbeckens nimmt das mit Dreikant II bezeichnete frühere Firnsignal ein. Die Bohrlöcher I^a 6, I 10, V 14 und VIII 14 wurden auf der großen Mittelmoräne angelegt. Alle übrigen liegen auf blankem Eis. An allen Bohrlöchern wurde mehrmals des Jahres die Ablation gemessen. Über die Resultate dieser Messung soll an anderer Stelle berichtet werden. Zur Kennzeichnung des Einflusses der Ablation auf die Unsicherheit der Geschwindigkeitsmessungen, wenn dieselbe an Steinmarken erfolgt, sei erwähnt, daß auf der untersten blauen Linie I^a in 2400 m Seehöhe die mittlere jährliche Ablation 7,3 m ausmacht, während dort die jährliche Bewegung nicht einmal das Doppelte hiervon, nämlich nur 13,2 m beträgt.

Wir lassen nun die Ergebnisse der 180 Positionsbestimmungen an den 18 Bohrlöchern in Tabellenform folgen. Dort wo das Bohrloch als Nachfolger einer vorher regelmäßig beobachteten Steinmarke erscheint, sind auch die letzten Lagen der Steinmarke mit aufgenommen. In der fünften Spalte ist unter V(m) die Verschiebung in horizontaler Richtung zwischen zwei Messungen eingetragen. Die sechste Spalte enthält die daraus gerechnete mittlere tägliche Bewegung in cm. In der siebenten Spalte ist ein Vergleich zwischen der Sommer- und der vorhergehenden Winterbewegung gezogen (S $\lesseqgtr$ W).

Punkt bei 2 Linie I^a.

	x	y	z	V m[1]	v cm[2]	
1. Aug. 00	5455,73 ± 0,18	11664,36 ± 0,12	2412,5	3,16	6,73	
17. Sept. 00	5452,62 ± 0,18	11664,89 ± 0,12	—	13,05	4,20	
25. Juli 01	5439,60 ± 0,09	11666,11 ± 0,06	2406,1	12,24*	3,38	S)W
22. Juli 02	5427,30 ± 0,07	11666,00 ± 0,05	2400,2	2,11	3,77	
16. Sept. 02	5425,27 ± 0,43	11666,57 ± 0,27	—	8,25	2,70	S)W
18. Juli 03	5417,68 ± 0,31	11669,81 ± 0,29	2393,2	1,81	3,69	
5. Sept. 03	5415,96 ± 0,23	11670,37 ± 0,21	—	10,87	3,39	S)W
23. Juli 04	5405,32 ± 0,23	11672,67 ± 0,15	2385,7	1,91	4,25	
5. Sept. 04	5403,42 ± 0,28	11672,48 ± 0,19	—			

Punkt bei 6 Linie I^a Langtauferer Moräne.

	x	y	z	V m[1]	v cm[2]	
2. Aug. 00	5422,07 ± 0,17	11490,33 ± 0,11	2427,6	3,57	7,76	
17. Sept. 00	5418,55 ± 0,19	11490,95 ± 0,13	—	12,33	3,97	
25. Juli 01	5406,39 ± 0,13	11493,24 ± 0,08	2419,5	15,04	4,15	S)W
22. Juli 02	5391,73 ± 0,07	11496,59 ± 0,03	2412,5			
22. Juli 02[3]	5391,51	11497,77	—	2,42	4,32	
16. Sept. 02	5389,24 ± 0,43	11498,60 ± 0,27	—	10,33	3,39	S)W
18. Juli 03	5379,11 ± 0,23	11500,61 ± 0,13	2404,9	2,46	5,02	
5. Sept. 03	5376,79 ± 0,30	11501,42 ± 0,18	—	11,26	3,51	S)W
22. Juli 04	5365,80 ± 0,29	11503,85 ± 0,22	2395,8			
22. Juli 04[3]	5366,11	11502,67	—	1,88	4,18	
5. Sept. 04	5364,30 + 0,31	11503,19 ± 0,25	—			

Punkt 2 Linie I.

	x	y	z	V m[1]	v cm[2]	
15. Aug. 99	5643,4	11702,6	2439,6	19,32	5,38	S)W
9. Aug. 00	5624,44 ± 0,14	11706,10 ± 0,14	2434,0	2,42	6,21	
17. Sept. 00	5622,05 ± 0,24	11706,50 ± 0,24	—	12,05	3,79	
1. Aug. 01	5610,00 ± 0,16	11706,63 ± 0,13	2432,2	10,70*	3,01	S)W
22. Juli 02	5599,39 ± 0,08	11707,76 ± 0,06	2427,8	2,59	4,63	
16. Sept. 02	5596,83 ± 0,17	11708,17 ± 0,14	—	8,31	2,70	S)W
22. Juli 03	5588,55 ± 0,37	11708,90 ± 0,29	2422,6	1,69	3,76	
5. Sept. 03	5586,87 ± 0,52	11709,11 ± 0,37	—	8,57	2,53	S)W
9. Aug. 04	5578,48 ± 0,13	11710,86 ± 0,13	2419,4	0,84	3,11	
5. Sept. 04	5577,84 ± 0,23	11710,31 ± 0,22	—			

Ein * bedeutet, daß bei Ermittlung von V eine unbedeutende, für das Gesamtresultat unerhebliche Verschiebung des nachgebohrten Bohrloches gegenüber dem ursprünglichen in Rücksicht gezogen wurde.

[1]) Verschiebung zwischen zwei Zeitpunkten in m.

[2]) Tägliche Geschwindigkeit in cm. [3]) Neugebohrtes Loch.

Punkt bei 4 Linie I.

	x	y	z	V m[1])	τ cm[2])	
15. Aug. 99	5624,5	11617,7	2446,5	21,54*	6,24	S⟩W
26. Juli 00	5602,95 ± 0,16	11618,50 ± 0,14	2441,6	4,32	8,15	
17. Sept. 00	5598,70 ± 0,17	11619,26 ± 0,10	—	15,94	5,01	
1. Aug. 01	5582,97 ± 0,16	11622,04 ± 0,13	2434,9	15,10*	4,25	S⟩W
22. Juli 02	5568,29 ± 0,08	11624,98 ± 0,06	2430,1	3,69	6,59	
16. Sept. 02	5564,67 ± 0,17	11625,69 ± 0,14	—	12,62	4,04	S⟩W
25. Juli 03	5552,28 ± 0,37	11628,11 ± 0,29	2423,5	2,46	5,86	
5. Sept. 03	5549,90 ± 0,52	11628,74 ± 0,37	—	13,51	4,21	S⟩W
22. Juli 04	5536,57 ± 0,16	11630,92 ± 0,13	2416,1	2,06	4,58	
5. Sept. 04	5534,66 ± 0,23	11631,68 ± 0,19	—			

Punkt bei 7 Linie I.

	x	y	z	V	τ	
15. Aug. 99	5596,4	11498,0	2443,3	20,77	6,00	S⟩W
25. Juli 00	5576,14 ± 0,25	11502,38 ± 0,26	2441,5	4,43	8,20	
17. Sept. 00	5571,80 ± 0,17	11503,38 ± 0,10	—	15,38	4,91	
27. Juli 01	5556,74 ± 0,11	11506,34 ± 0,09	2435,6	16,39	4,56	S⟩W
22. Juli 02	5541,32 ± 0,08	11511,86 ± 0,06	2430,7	3,06	5,46	
16. Sept. 02	5538,27 ± 0,17	11512,12 ± 0,14	—	12,90	4,18	S⟩W
22. Juli 03	5525,62 ± 0,37	11514.65 ± 0,29	2426,1	2,92	6,50	
5. Sept. 03	5522,78 ± 0,52	11515,32 ± 0,37	—	13,99	4,36	S⟩W
22. Juli 04	5509,07 ± 0,18	11518,10 ± 0,13	2419,6	2,34	5,20	
5. Sept. 04	5506,93 ± 0,33	11519,04 ± 0,19	—			

Punkt bei 10 Linie I.

	x	y	z	V	τ	
St.[3]) 15. Aug. 99	5606,3	11381,7	2450,3	38,29	10,97	S⟨W
St. 30. Juli 00	5590,96	11416,78	2446,0			
B.[4]) 30. Juli 00	5591,82 ± 0,44	11412,34 ± 0,18	2446,6	3,48	7,10	
17. Sept. 00	5588,36 ± 0,17	11412,71 ± 0,10	—	14,96	4,72	
31. Juli 01	5573,61 ± 0,14	11415,23 ± 0,09	2443,0	14,05*	3,98	S⟩W
19. Juli 02	5560,22 ± 0,21	11419,01 ± 0,35	2439,6	3,93	6,66	
16. Sept. 02	5556,40 ± 0,15	11419,94 ± 0,24	—	10,87	3,49	S⟩W
25. Juli 03	5545,74 ± 0,37	11422,09 ± 0,29	2436,9	2,73	6,50	
5. Sept. 03	5543,08 ± 0,52	11422,70 ± 0,37	—	13,07	4.07	S⟩W
22. Juli 04	5530,46 ± 0,36	11426,09 ± 0,55	2432,5	2,08	4,62	
5. Sept. 04	5528,42 ± 0,34	11426,51 ± 0,50	—			

[1]) Verschiebung zwischen zwei Zeitpunkten in m.

[2]) Tägliche Geschwindigkeit in cm. [3]) Stein. [4]) Bohrloch.

Bohrloch I (60 m tief).

	x	y	z	V m[1]	v cm[2]
18. Aug. 99	5777,20 ± 0,20	11622,66 ± 0,17	2469,7	23,04	6,60 } S > W
2. Aug. 00	5754,24 ± 0,11	11624,55 ± 0,06	2465,0	3,15	6,85 }
17. Sept. 00	5751,09 ± 0,04	11624,75 ± 0,09	—	16,38	5,32
22. Juli 01	5734,76 ± 0,06	11626,05 ± 0,07	2460,0	17,13	4,70 } S > W
22. Juli 02	5717,81 ± 0,13	11628,61 ± 0,20	2456,3	3,11	5,54 }
16 Sept. 02	5714,73 ± 0,24	11629,01 ± 0,35	—	14,07	4,51 } S > W
25. Juli 03	5700,72 ± 0,49	11630,28 ± 0,47	2451,0	2,91	6,93 }
5. Sept. 03	5697,83 ± 0,36	11630,58 ± 0,34	—	16,21	5,03 } S > W
23. Juli 04	5681,72 ± 0,23	11632,40 ± 0,24	2445,1	2,37	5,39 }
5. Sept. 04	5679,38 ± 0,12	11632,79 ± 0,29	—		

Bohrloch II (86 m tief).

	x	y	z	V	v
16. Aug. 99	5758,43 ± 0,26	11423,29 ± 0,30	2469,0	23,11	6,62 } S > W
2. Aug. 00	5735,34 ± 0,06	11424,24 ± 0,11	2463,2	3,11	6,76 }
17. Sept. 00	5732,23 ± 0,10	11424,31 ± 0,15	—	17,21	5,50
27. Juli 01	5715,04 ± 0,06	11425,02 ± 0,09	2456,9	18,08	5,02 } S > W
22. Juli 02	5697,16 ± 0,20	11427,70 ± 0,15	2452,9	3,22	5,75 }
16. Sept. 02	5693,96 ± 0,13	11428,08 ± 0,09	—	14,12	4,56 } S > W
23. Juli 03	5679,88 ± 0,22	11429,16 ± 0,41	2447,9	2,88	6,55 }
5. Sept. 03	5677,01 ± 0,24	11429,42 ± 0,48	—	15,80	4,89 } S > W
23. Juli 04	5661,30 ± 0,26	11431,06 ± 0,52	2441,6	2,55	5,80 }
5. Sept. 04	5658,78 ± 0,23	11431,44 ± 0,46	—		

Bohrloch B 40 (40 m tief).

	x	y	z	V	v
28. Aug. 95	5991,05 ± 0,08	11552,97 ± 0,09	2505,8	27,67	8,41
23. Juli 96	5963,89 ± 0,33	11553,69 ± 0,33	2501,7	32,44	8,87
24. Juli 97	5930,95 ± 0,15	11554,00 ± 0,45	2496,6	30,97	8,28
2. Aug. 98	5900,00 ± 0,05	11555,16 ± 0,16	2489,8	56,80	7,78 } S > W
2. Aug. 00	5843,26 ± 0,09	11557,71 ± 0,40	2476,0	3,76	8,17 }
17. Sept. 00	5839,55 ± 0,20	11558,32 ± 0,29	—	18,93	6,05
27. Juli 01	5820,64 ± 0,06	11559,28 ± 0,02	2470,2	19,75	5,49 } S > W
22. Juli 02	5800,97 ± 0,25	11561,06 ± 0,25	2465,8	3,49	6,23 }
16. Sept. 02	5797,49 ± 0,25	11561,35 ± 0,25	—	17,04	5,50 } S > W
23. Juli 03	5780,46 ± 0,35	11561,90 ± 0,47	2460,2	3,08	7,00 }
5. Sept. 03	5777,39 ± 0,37	11562,10 ± 0,34	—	19,40	6,03 } S > W
23. Juli 04	5758,07 ± 0,25	11563,81 ± 0,38	2454,5	2,89	6,57 }
5. Sept. 04	5755,20 ± 0,20	11564,18 ± 0,37	—		

[1]) Verschiebung zwischen zwei Zeitpunkten in m.
[2]) Tägliche Geschwindigkeit in cm.

Punkt 2 Linie V.

	x	y	z	V m [1]	v cm [2]	
26. Aug. 99	6866,0	12030,1	2608,6	33,07	9,73	S<W
1. Aug. 00	6836,03 ± 0,21	12016,16 ± 0,30	2604,5	4,45	9,47	
17. Sept. 00	6832,14 ± 0,21	12014,00 ± 0,30	—	21,62*	6,86	
29. Juli 01	6512,33 ± 0,26	12005,15 ± 0,34	2599,3	26,05	7,24	S<W
24. Juli 02	6790,76 ± 0,24	11990,54 ± 0,23	2595,1	3,41	6,43	
15. Sept. 02	6787,65 ± 0,16	11989,15 ± 0,15	—	24,99	8,06	S<W
22. Juli 03	6764,94 ± 0,31	11978,73 ± 0,37	2591,3	3,05	6,93	
4. Sept. 03	6762,04 ± 0,27	11977,78 ± 0,30	—	29,57	9,09	S<W
25. Juli 04	6735,65 ± 0,32	11964,45 ± 0,41	2585,9	2,58	6,27	
4. Sept. 04	6733,39 ± 0,39	11963,21 ± 0,45	—			

Punkt 4 Linie V.

	x	y	z	V m [1]	v cm [2]	
26. Aug. 99	6888,7	11950,5	2617,2	39,58	11,85	S<W
26. Juli 00	6853,49 ± 0,26	11932,39 ± 0,24	2613,0	5,51	10,40	
17. Sept. 00	6848,53 ± 0,21	11930,01 ± 0,10	—	23,44*	7,44	
29. Juli 01	6827,40 ± 0,28	11919,67 ± 0,24	2608,1	26,55	7,36	S<W
24. Juli 02	6803,50 ± 0,24	11908,12 ± 0,23	2605,0	3,42	6,45	
15. Sept. 02	6800,34 ± 0,16	11906,80 ± 0,15	—	27,19	8,77	S<W
22. Juli 03	6775,90 ± 0,31	11894,89 ± 0,37	2601,9	3,28	7,45	
4. Sept. 03	6772,77 ± 0,27	11893,91 ± 0,30	—	32,41	9,97	S<W
25. Juli 04	6743,79 ± 0,32	11879,40 ± 0,41	2596,8	2,79	6,80	
4. Sept. 04	6741,25 ± 0,39	11878.24 ± 0,45	—			

Punkt bei 15 auf der Moräne Linie V.

	x	y	z	V m [1]	v cm [2]	
St.[3] 26. Aug. 99	7087,2	11608,5	2618,5	35,94	10,79	S<W
St. 25. Juli 00	7058,7	11586,6	2615,7			
B.[4] 25. Juli 00	7064,72 ± 0,14	11577,83 ± 0,12	2615,6	4,56	8,94	
14. Sept. 00	7060,84 ± 0,14	11575,44 ± 0,14	—	22,54	7,07	
30. Juli 01	7041,41 ± 0,17	11564,00 ± 0,14	2610,5	25,45	7,09	S<W
24. Juli 02	7019,42 ± 0,26	11551,18 ± 0.35	2608,6	3,48	6,57	
15. Sept. 02	7016,59 ± 0,20	11549.16 ± 0,28	—	24,95	8,05	S<W
22. Juli 03	6995,24 ± 0,20	11536,25 ± 0,33	2605,6	33,29	7,49	
4. Sept. 03	6992,23 ± 0,34	11534,92 ± 0,40	—	30,25	9,37	S<W
23. Juli 04	6964,86 ± 0,77	11522,04 ± 0,56	2602,3	3,48	8,10	
4. Sept. 04	6961,71 ± 0,75	11520,57 ± 0,55	—			

[1]) Verschiebung zwischen zwei Zeitpunkten in m.
[2]) Tägliche Geschwindigkeit in cm. [3]) Stein. [4])* Bohrloch.

Punkt bei 17 (Langtauferer Zufluss) Linie V.

	x	y	z	V m[1]	v cm[2]	
25. Juli 00	7099,32 ± 0,14	11500,27 ± 0,12	2605,5			
30. Juli 01	7086,89 ± 0,17	11492,24 ± 0,24	2599,8	14,83	4,01	
24. Juli 02	7073,08 ± 0,26	11482,02 ± 0,35	2598,7	17,18	4,78 }	S<W
15. Sept. 02	7071,48 ± 0,20	11480,38 ± 0,28	—	2,29	4,32 }	
22. Juli 03	7057,60 ± 0,20	11470,11 ± 0,33	2597,1	17,27	5,57 }	S>W!
4. Sept. 03	7055,20 ± 0,34	11469,49 ± 0,40	—	2,48	5,64 }	
23. Juli 04	7036,79 ± 0,77	11459,19 ± 0,56	2593,7	21,10	6,53 }	S<W
4. Sept. 04	7034,39 ± 0,75	11458,59 ± 0,55	—	2,47	5,75 }	

Punkt bei 4 Linie VIII.

	x	y	z	V m	v cm	
St.[3] 25. Aug. 99	7724,5	12464,1	2707,0			
St. 9. Aug. 00	7688,1	12437,8	2702,4	44,9	12,86 }	S<W
B.[4] 9. Aug. 00	7696,25 ± 0,30	12441,03 ± 0,40	2702,4			
14. Sept. 00	7692,26 ± 0,21	12439,16 ± 0,29	—	4,41	12,25 }	
19. Aug. 01	7666,98 ± 0,34	12422,48 ± 0,41	2697,1	30,18*	8,90	
23. Juli 02	7638,55 ± 0,13	12404,71 ± 0,19	2695,4	33,53	9,92 }	S<W
15. Sept. 02	7634,80 ± 0,14	12402,73 ± 0,20	—	4,24	7,85 }	
23. Juli 03	7604,87 + 0,09	12383,80 + 0,11	2690,6	35,41	11,39 }	S<W
23. Juli 03[5]	7605,01	12383,72	—			
3. Sept. 03	7601,93 ± 0,09	12381,40 ± 0,38	—	3,86	9,20 }	
25. Juli 04	7566,82 ± 0,62	12361,50 ± 0,17	2683,4	40,35	12,38 }	S<W
4. Sept. 04	7563,81 ± 0,19	12359,81 ± 0,05	—	3,46	8,44 }	

Punkt bei 14 auf der Moräne Linie VIII.

	x	y	z	V m	v cm	
St.[3] 25. Aug. 99	7928,5	12170,0	2708,4			
St. 9. Aug. 00	7869,67	12152,62	—	42,52	12,19 }	S>W!
B.[4] 9. Aug. 00	7885,66 ± 0,25	12155,80 ± 0,25	2705,4			
14. Sept. 00	7881,50 ± 0,47	12154,07 ± 0,46	—	4,51	12,53 }	
29. Juli 01	7858,08 ± 0,13	12138,04 ± 0,13	2701,1	28,44*	8,94	
23. Juli 02	7826,66 ± 0,08	12119,16 ± 0,13	2698,1	36,66	10,21 }	S<W
4. Aug. 02	7826,24 ± 0,13	12118,66 ± 0,20	2697,2	0,65 } 4,39	5,42 } 8,30 }	
14. Sept. 02	7822,71 ± 0,48	12117,44 + 0,41	—	3,74 }	9,12 }	
23. Juli 03	7793,19 ± 0,13	12095,05 ± 0,23	2693,0	37,05	11,88 }	S<W
3. Sept. 03	7791,24 ± 0,12	12094,74 + 0,16	—	1,98	4,70 }	
25. Juli 04	7755,59 ± 0,33	12074,33 ± 0,14	2686,2	41,08	12,60 }	S<W
4. Sept. 04	7752,26 ± 0,47	12072,25 + 0,20	—	3,93	9,60 }	

[1]) Verschiebung zwischen zwei Zeitpunkten in m.
[2]) Tägliche Geschwindigkeit in cm.
[3]) Stein. [4]) Bohrloch. [5]) Neues Bohrloch.

Punkt 17 Langtauferer Zufluss Linie VIII.

	x	y	z	V m[1])	v cm[2])		
9. Aug. 00	7911,63 ± 0,25	11982,80 ± 0,25	2793,9	3,78	10,50		
14. Sept. 00	7908,21 ± 0,47	11981,19 + 0,46	—	18,59*	5,85		
29. Juli 01	7892,50 ± 0,13	11971,43 ± 0,13	2689,9	19,48	5,43		
23. Juli 02	7875,75 ± 0,08	11961,48 ± 0,13	2689,1	0,45 } 2,80	3,75 } 5,30		S ‹ W[3])
4. Aug. 02	7875,72 ± 0,13	11961,03 ± 0.20	2688,0	2,35	5,73		
14. Sept. 02	7873,42 ± 0,48	11960.56 ± 0,41	—	22,20	7,11 }	S ‹ W	
23. Juli 03	7857,15 ± 0,13	11945,46 ± 0,23	2685,5	1,69	4,02		
3. Sept. 03	7855,49 ± 0,12	11945.28 ± 0,13	—	21,59	6,62 }	S ‹ W	
24. Juli 04	7836,56 + 0,33	11934,90 ± 0,14	2681,4	2,34	5,58		
4. Sept. 04	7834,64 ± 0,47	11933,57 ± 0,20	—				

Punkt a am Beginne der Gletscherzunge.

	x	y	z	V	v	
15. Sept. 02	8815,75 ± 2,56	12983,05 ± 2,55	2782,7	45,65	12,93	
3. Sept. 03	8778,24 + 2,25	12957,03 ± 2,30	2781,1	42,00	12,68 }	S ‹ W
30. Juli 04	8741,29 ± 0,28	12937,10 ± 0,23	—	3,15	8,08	
7. Sept. 04	8738,85 ± 0,32	12935,11 ± 0,28	—			

Dreikant II.

	x	y	z	V	v	
1. Aug. 94	9475,5	13839,2	2855,2	43,4	11,63	
9. Aug. 95	9454,8	13801,0	2850,7	36,8	10,55	
23. Juli 96	9438,9	13767,9	2847,5	91,7	12,23	
10. Aug. 98	9404,3	13683,0	2843,6	52,3	13,73	
26. Aug. 99	9390,3	13632,6	2841,3	32,52	9,35 }	S ‹ W
9. Aug. 00	9362,44 ± 0,09	13615,94 + 0,33	2835,2	2,56	7,10	
14. Sept. 00	9362,08 ± 0,20	13613.41 + 0,71	—	29,55	8,64	
22. Aug. 01	9346,06 ± 0.20	13588,58 ± 0,84	2834,4	38,54	9,94	
15. Sept. 02	9325,72 + 0,18	13555,75 + 0,81	2833,6	38,96	11,03	
3. Sept. 03	9305,08 ± 0,37	13522,71 ± 1,54	2834,7	36,70	11,07 }	S ‹ W
30. Juli 04	9284,78 ± 0,28	13492,15 + 1,35	2829,4	2,48	6,56	
6. Sept. 04	9283,94 ± 0,24	13489,80 ± 1,13	—			

[1]) Verschiebung zwischen zwei Zeitpunkten in m.

[2]) Tägliche Geschwindigkeit in cm.

[3]) Die durchschnittliche Sommergeschwindigkeit ist kleiner als die vorausgehende Wintergeschwindigkeit.

Überblicken wird das Ergebnis vorliegender Zusammenstellung, so ergiebt sich zunächst ein unerwartet starker Wechsel der Geschwindigkeit der Gletscherbewegung in längeren wie in kürzeren Zeiträumen. Es hat also die Verschärfung der Beobachtungsmittel nicht, wie erwartet werden konnte, einen stetigeren Verlauf der Gletscherbewegung erkennen lassen. Man wird daraus sicher die Warnung entnehmen, aus kurzen, wenige Tage umfassenden Beobachtungen der Gletscherbewegung bündige Schlüsse zu ziehen. Wir machen hier insbesondere auf die Positionsbestimmungen bei Punkt 14 Linie VIII aufmerksam, wo die tägliche Gletscherbewegung vom 23. Juli 1902 bis 4. August 1902 5,4 cm, vom 4. August bis 14. September 1902 aber 9,1 cm betrug. Man muß sich stets vor Augen halten, daß die Gletscherbewegung tatsächlich in einzelnen Rucken mit vermehrter Geschwindigkeit erfolgt, zwischen welchen Pausen von geringerer Geschwindigkeit liegen.

Untersuchen wir alsdann die Geschwindigkeitsschwankungen längerer Dauer, so ist von vornherein zu bemerken, daß solche, welche eine Unterbrechung des Rückzuges am Gletscherende im Gefolge gehabt hätten, nicht vorgekommen sind. Wohl aber sind Schwankungen aufgetreten, welche sich in Oberflächenschwankungen schwach widerspiegeln. Die Fortpflanzung dieser Geschwindigkeitsschwankungen über die Länge der Gletscherzunge hinweg ist ungemein rasch. Herr Professor H. Heß[1]) hat sogar auf Grund früherer, an den acht Steinlinien des Hintereisferners gemachten Beobachtungen geschlossen, daß ein Minimum der Geschwindigkeit im Jahre 1895—96 gleichzeitig eingetreten ist. Auch für das darauffolgende Maximum deuten die seitherigen Messungen ein kaum erkennbares Fortschreiten von oben nach unten an. Am Dreikant II, welches am Ausgang der Firnmulde gelegen ist, trat dieses Maximum 1898—99 auf, während es beim Bohrloch B_{40} ziemlich nahe am Gletscherende, wenn überhaupt, erst 1899 —1900 ankam. Das zufällige Fehlen der Position dieses

---

[1]) H. Heß, Die Gletscher. Braunschweig 1904, S. 295, Fig. 54.

Bohrloches im Jahre 1899 läßt keinen sicheren Schluß zu. Dagegen ist am darauffolgenden Minimum ein deutliches Herabwandern über die Zunge zu erkennen, wie folgende Zusammenstellung ausweist:

Bezeichnung	Dreikant II	Linie VIII	Linie V	Tiefe Bohrlöcher	Linie I u. Ia
Entf. v. Ende	4800 m	2700 m	1750 m	600 m	350 m
Eintritt d. Min.	1900–01	1900–01	1900–02	1901–1903	1902–1904

Nach unten nimmt die Geschwindigkeit des Herabwanderns ersichtlich stark ab. Im Durchschnitt ist hier die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle 20–150 mal größer als die Bewegung des Eises. Diese Wellen sind somit von ganz anderem Charakter als jene, welche der eine[1]) von uns zur mathematischen Darstellung des Verlaufes der Gletscherschwankungen einführte und die man vielleicht als Schwellungswellen bezeichnen könnte. Während jene durch die Geschwindigkeitsänderungen, die die Massenverschiebungen im Gefolge haben, erzeugt und unterhalten werden, sind diese von den Massenverschiebungen unabhängig und gleichen mehr Druckwellen. Beide Arten von Wellen eilen der Eisbewegung voraus, die Schwellungswellen dagegen in viel geringerem Maße als die Druckwellen. Herr J. Vallot[2]) hat am Eismeer von Chamounix Schwellungswellen gefunden, die etwa vier- bis fünfmal rascher abwärts gehen als das Eis.

Wir wenden uns nun zu den jahreszeitlichen Schwankungen der Gletschergeschwindigkeit. Schon ein flüchtiger Blick auf die sechste Spalte der vorliegenden Tabellen belehrt uns, daß die bisher festgehaltene Ansicht von dem Vorherrschen der Sommerbewegung der Gletscher nicht zutrifft. In der Tat finden wir sie nur für das untere Drittel der Zunge bestätigt. Von der ziegelroten Linie V angefangen bis hinauf zum Dreikant II nahe an der Firnlinie überwiegt die Winterbewegung. Wenn wir insbesondere, so wie es in der letzten Spalte der

---

[1]) S. Finsterwalder, Bericht der internationalen Gletscherkommission, Comptes rendus Congrès géologique international de Vienne 1903, S. 161.

[2]) Annales de l'observatoire du Mont Blanc, Tome IV, S. 141 und Tome V, Pl. 36 u. f.

Tabelle $(S \gtrless W)$ geschehen ist, die Sommerbewegung mit der vorausgegangenen Winterbewegung vergleichen, trifft unter 63 Fällen 60 mal die Regel zu, daß an und oberhalb der Linie V die Sommerbewegung kleiner als die Winterbewegung $(S < W)$ unterhalb dagegen größer $(S > W)$ ist. Dabei verändert sich das Verhältnis der jahreszeitlichen Geschwindigkeiten durchaus gesetzmäßig. Um das Verhältnis möglichst unabhängig von einer vorgefaßten Meinung zum Ausdruck zu bringen, soll die Sommergeschwindigkeit mit der durchschnittlichen Jahresgeschwindigkeit M verglichen werden und um den Wechsel der Jahresgeschwindigkeit von einem Jahr zum andern auszuschalten, wollen wir die mittlere Jahresgeschwindigkeit, soweit es die Beobachtungen erlauben, aus einem annähernd zweijährigen Zeitraum, welcher die zu vergleichende Sommergeschwindigkeit nach beiden Seiten umfaßt, bilden. Für einige Sommergeschwindigkeiten zu Beginn und sämtliche am Schlusse der Beobachtungsreihe, die mit Herbst 1904 abbricht, ist diese Art der Berechnung allerdings nicht mehr durchführbar. Wir erhalten dann nachstehende Vergleichswerte für die Geschwindigkeiten und darausfolgend die Verhältnisse von Sommergeschwindigkeit zu Jahresgeschwindigkeit (S : M).

Mittlere Geschwindigkeiten in cm:

Linie I[a] Entfernung vom Gletscherende 300 m.

Punkt bei 2:

1. Aug. 00 - 25. Juli 01	4,53	1. Aug. 00—17. Sept. 01	6,73	$S > M$
25. Juli 01—18. Juli 03	3,12	22. Juli 02—16. Sept. 02	3,76	$S > M$
16. Sept. 02—22. Juli 04	3,10	18. Juli 03— 5. Sept. 03	3,69	$S > M$
5. Sept. 03—5. Sept. 04	3,50	22. Juli 04— 5. Sept. 04	4,25	$S > M$
	14,25		18,44	$S:M = 1,295$

Punkt bei 6:

2. Aug. 00—25. Juli 01	4,43	2. Aug. 00 —17. Sept. 00	7,76	$S > M$
25. Juli 01—18. Juli 03	3,84	22. Juli 02—16. Sept. 02	4,32	$S > M$
16. Sept. 02—22. Juli 04	3,56	18. Juli 03— 5. Sept. 03	5,02	$S > M$
5. Sept. 03—5. Sept. 04	3,59	22. Juli 04— 5. Sept. 04	4,18	$S > M$
	15,42		21,28	$S:M = 1,380$

Mittel für die Linie I[a] $S:M = 1,337$.

Linie I. Entfernung von Gletscherende 400 m.

Punkt bei 2:

15. Aug. 99—1. Aug. 01	4,59	9. Aug. 00—17. Sept. 00	6,21	$S>M$
1. Aug. 01—22. Juli 03	3,00	22. Juli 02—16. Sept. 02	4,63	$S>M$
16. Sept. 02—9. Aug. 04	2,68	22. Juli 03—5. Sept. 03	3,76	$S>M$
5. Sept. 03—4. Sept. 04	2,58	9. Aug. 04—4. Sept. 04	3,11	$S>M$
	12,85		17,71	S:M = 1,378

Punkt bei 4:

15. Aug. 99—1. Aug. 01	5,56	26. Juli 00—17. Sept. 00	8,15	$S>M$
1. Aug. 01—25. Juli 03	4,34	22. Juli 02—16. Sept. 02	6,59	$S>M$
16. Sept. 02—22. Juli 04	4,28	25. Juli 03—5. Sept. 03	5,86	$S>M$
5. Sept. 03—5. Sept. 04	4,25	22. Juli 04—5. Sept. 04	4,58	$S>M$
	18,43		25,18	S:M = 1,366

Punkt bei 7:

15. Aug. 99—27. Juli 01	5,70	25. Juli 00—17. Sept. 00	8,20	$S>M$
27. Juli 01—22. Juli 03	4,46	22. Juli 02—16. Sept. 02	5,46	$S>M$
16. Sept. 02—22. Juli 04	4,42	22. Juli 03—5. Sept. 03	6,50	$S>M$
5. Sept. 03—5. Sept. 04	4,46	22. Juli 04—5. Sept. 04	5,20	$S>M$
	19,04		25,36	S:M = 1,332

Punkt 10 auf der Langtauferer Moräne:

15. Aug. 99—31. Juli 01	7,96	30. Juli 00—17. Sept. 00	7,10	$S<M$!
27. Juli 01—25. Juli 03	3,99	19. Juli 02—16. Sept. 02	6,66	$S>M$
16. Sept. 02—22. Juli 04	3,95	25. Juli 03—5. Sept 03	6,50	$S>M$
5. Sept. 03—5. Sept. 04	4,15	22. Juli 04—5. Sept. 04	4,62	$S>M$
	20,05		24,88	S:M = 1,241

Mittel für die Linie I S:M = 1,329.

Tiefe Bohrlöcher. Mittlere Entfernung vom Gletscherende 700 m.

Bohrloch I (66 m tief):

18. Aug. 99—22. Juli 01	6,01	2. Aug. 00—17. Sept. 00	6,85	$S>M$
22. Juli 01—25. Juli 03	4,68	22. Juli 02—16. Sept. 02	5,54	$S>M$
16. Sept. 02—23. Juli 04	4,91	25. Juli 03—5. Sept. 03	6,93	$S>M$
5. Sept. 03—5. Sept. 04	5,08	23. Juli 04—5. Sept. 04	5,39	$S>M$
	20,68		24,71	S:M = 1,196

Bohrloch II (86 m tief):

16. Aug. 99—27. Juli 01	6,13	2. Aug. 00—17. Sept. 00	6,76	$S>M$
27. Juli 01—23. Juli 03	4,88	22. Juli 02—16. Sept. 02	5,75	$S>M$
16. Sept. 02—23. Juli 04	4,84	23. Juli 03— 5. Sept. 03	6,55	$S>M$
5. Sept. 03—5. Sept. 04	5,00	23. Juli 04— 5. Sept. 04	5,80	$S>M$
	20,85		24,86	$S:M=1,193$

Bohrloch B_{40} (40 m tief):

2. Aug. 98—27. Juli 01	7,30	2. Aug. 00—17. Sept. 00	8,17	$S>M$
27. Juli 01—23. Juli 03	5,55	22. Juli 02—16. Sept. 02	6,23	$S>M$
16. Sept. 02—23. Juli 04	5,85	22. Juli 03— 5. Sept. 03	7,00	$S>M$
5. Sept. 03—5. Sept. 04	6,09	23. Juli 04— 5. Sept. 04	6,57	$S>M$
	24,79		27,97	$S:M=1,129$

Mittel für die drei tiefen Bohrlöcher $S:M = 1,173$.

Linie V. Entfernung vom Gletscherende 1750 m.

Punkt bei 2:

26. Aug. 99—29. Juli 01	8,42	1. Aug. 00—17. Sept. 00	9,47	$S>M$!
29. Juli 01—22. Juli 03	7,53	24. Juli 02—15. Sept. 02	6,43	$S<M$
15. Sept. 02—25. Juli 04	8,48	22. Juli 03— 4. Sept. 03	6,93	$S<M$
4. Sept. 03—4. Sept. 04	8,78	25. Juli 04— 4. Sept. 04	6,27	$S<M$
	33,21		29,10	$S:M=0,877$

Punkt bei 4:

26. Aug. 99—29. Juli 01	9,76	26. Juli 00—17. Sept. 00	10,40	$S>M$!
29. Juli 01—22. Juli 03	7,90	24. Juli 02—15. Sept. 02	6,45	$S<M$
15. Sept. 02—25. Juli 04	9,41	22. Juli 03— 4. Sept. 03	7,45	$S<M$
4. Sept. 03—4. Sept. 04	9,61	25. Juli 04— 4. Sept. 04	6,80	$S<M$
	36,68		31,10	$S:M=0,849$

Punkt bei 15 auf der Langtauferer Moräne:

26. Aug. 99—30. Juli 01	8,64	25. Juli 00—14. Sept. 00	8,94	$S>M$!
30. Juli 01—23. Juli 03	7,44	24. Juli 02—15. Sept. 02	6,57	$S<M$
15. Sept. 02—23. Juli 04	8,64	23. Juli 03— 4. Sept. 03	7,49	$S<M$
4. Sept. 03—4. Sept. 04	9,21	23. Juli 04— 4. Sept. 04	8,10	$S<M$
	33,93		31,10	$S:M=0,917$

Punkt 17 auf dem Langtauferer Zufluß:

30. Juli 01—22. Juli 03	4,45	24. Juli 02—15. Sept. 02	4,32	S<M
15. Sept. 02—23. Juli 04	6,03	22. Juli 03— 4. Sept. 03	5,64	S<M
4. Sept. 03—4. Sept. 04	6,67	23. Juli 04— 4. Sept. 04	5,75	S<M
	17,15		15,71	S:M=0,917

Mittel für Linie V S:M = 0,890.

Linie VIII. Entfernung vom Gletscherende 2700 m.

Punkt bei 4:

25. Aug. 99—19. Aug. 01	10,96	9. Aug. 00—14. Sept. 00	12,25	S>M!
19. Aug. 01—23. Juli 03	14,09	23. Juli 02—15. Sept. 02	7,85	S<M
15. Sept. 02—25. Juli 04	11,73	23. Juli 03— 3. Sept. 03	9,20	S<M
3. Sept. 03—4. Sept. 04	11,94	25. Juli 04— 4. Sept. 04	8,44	S<M
	48,73		37,74	S:M=0,775

Punkt auf der Langtauferer Moräne:

25. Aug. 99—29. Juli 01	10,73	9. Aug. 00—14. Sept. 00	12,53	S>M!
29. Juli 01—23. Juli 03	10,79	23. Juli 02—14. Sept. 02	8,30	S<M
14. Sept. 02—25. Juli 04	11,78	23. Juli 03— 3. Sept. 03	4,70	S<M
3. Sept. 03—4. Sept. 04	12,24	25. Juli 04— 4. Sept. 04	9,60	S<M
	45,53		35,13	S:M=0,771

Punkt auf dem Langtauferer Zufluß:

29. Juli 01—23. Juli 03	6,13	23. Juli 02—14. Sept. 02	5,30	S<M
14. Sept. 02—25. Juli 04	6,69	23. Juli 03— 3. Sept. 03	4,02	S<M
3. Sept. 03—4. Sept. 04	6,52	25. Juli 04— 4. Sept. 04	5,58	S<M
	19,34		14,90	S:M=0,772

Mittel für Linie VIII S:M = 0,773.

Punkt α am Beginn der Gletscherzunge. Entfernung vom Gletscherende 4000 m.

3. Sept. 03—7. Sept. 04	12,68	30. Juli 04—7. Sept. 04	8,08	S<M

S:M = 0,637.

Dreikant II. Entfernung vom Gletscherende 4800 m.

26. Aug. 99—22. Aug. 01	8,89	9. Aug. 00—14. Sept. 00	7,1	S<M
3. Sept. 03—6. Sept. 04	10,78	30. Juli 04— 6. Sept. 04	6,6	S<M
	19,67		13,7	

Mittel für Dreikant II S:M = 0,693.

Wie man sieht, ordnen sich die Mittelwerte für S : M je nach der Entfernung vom Gletscherende in eine abnehmende Reihe:

Entf. v. Gletscherende	300 m	400 m	700 m	1750 m	2700 m	4000 m	4800 m
S : M	1,337	1,329	1,173	0,890	0,773	0,637 ?	0,693

Der Wert 0,637 für die Entfernung 4000 m, welcher aus der Reihe herausfällt, ist im Gegensatz zu den anderen nur aus einer einzigen Sommergeschwindigkeit erhalten, die noch dazu nur mit der vorausgehenden Jahresgeschwindigkeit verglichen werden konnte.

Es gilt somit (wenigstens für den Hintereisferner) das Gesetz, daß im unteren Drittel der Gletscherzunge die Sommerbewegung überwiegt, weiter hinauf aber bis in die Nähe der Firnlinie die Winterbewegung; sowie, daß das Verhältnis beider Bewegungen vom Zungenende gegen das Firnfeld zu regelmäßig abnimmt.

Den Grund für diese überraschende Erscheinung finden wir in folgender Überlegung. Die treibende Kraft der Gletscherbewegung ist offenbar die Schwere und der durch sie erzeugte Druck der Firnlager. Der Widerstand gegen die Gletscherbewegung geht von der inneren Reibung der Eismassen und von der Reibung am Gletschergrunde aus. Der Geschwindigkeitszustand des Gletschers entsteht aus dem Zusammenwirken von treibender Kraft und Widerstand. Die winterliche Beschleunigung der Gletscherbewegung in den oberen Teilen ist in erster Linie dem im Winter gesteigerten Firndruck zu verdanken, während die sommerliche Beschleunigung der Bewegung in den unteren Teilen auf verminderten Reibungswiderstand infolge von Durchtränkung des Eises und Gletschergrundes mit Schmelzwasser zurückgeführt werden muß.

Man darf nicht erwarten, das hier ausgesprochene Gesetz bei jeder Einzelbeobachtung bestätigt zu finden, dazu geht die Gletscherbewegung viel zu unregelmäßig vor sich. Wie schon hervorgehoben, setzt sich dieselbe aus vielen einzelnen unregelmäßigen Rucken zusammen, die nur im Durchschnitt eine leidlich regel-

mäßige Bewegung ergeben. Im Winter scheinen die Rucke in den oberen Teilen des Gletschers ergiebiger zu sein, im Sommer in den unteren. Das schließt aber nicht aus, daß für einzelne Rucke das Gegenteil gilt. Das geht insbesondere auch aus den Jahresreihen über die Veränderung der Gletschergeschwindigkeit am Unteraargletscher von Agassiz und am Eismeer von Chamounix von Forbes hervor. Eine Andeutung unseres Gesetzes über die Veränderlichkeit des Verhältnisses von Sommer- zu Wintergeschwindigkeit findet sich übrigens bereits in den langjährigen Beobachtungen des Herrn J. Vallot[1]) am Eismeer von Chamounix.

Wir lassen seine Liste von Sommer- und Jahresgeschwindigkeiten folgen und ergänzen sie durch die Entfernung der betreffenden Stelle vom Gletscherende:

Station	Jahr	M (cm)	S (cm)	S : M		Entfernung (m)
Échelets neue Linie	1897	32,6	33,8	1,04	1,04	2800
„ „ „	1898	32,6	33,8	1,04		2650
„ alte Linie	1895	34,0	36,0	1,06	1,06	2200
„ „ „	1897	32,6	33,4	1,03		1950
„ „ „	1898	33,5	36,2	1,08		1850
Montanvert	1895	32,9	34,2	1,04	1,13	1200
„	1897	27,7	32,4	1,14		950
„	1898	32,6	33,5	1,21		840
Mauvais Pas	1897	32,6	33,8	1,04	?	400

Trotz mancher Unregelmäßigkeiten ist eine Abnahme des Verhältnisses S : M mit der Entfernung vom Gletscherende zu erkennen. Im ganzen sind hier die Geschwindigkeiten erheblich größer, der Einfluß der Jahreszeiten ist merklich kleiner als am Hintereisferner, was zu der in der Einleitung angeführten Meinung A. Heims stimmt.

Das oben ausgesprochene Gesetz ist uns erst nach Schluß der Beobachtungsreihe klar geworden. Einige in den Tabellen

[1]) J. Vallot, Annales de l'observatoire du Mont Blanc, Tome 4, S. 107 und Tome 5, Pl. 47 u. f. Vallot rechnet der bedeutend tieferen Lage seiner Stationen (1500—1900 m gegen jene am Hintereisferner 2400—2800 m) entsprechend den Sommer zu drei Monaten.

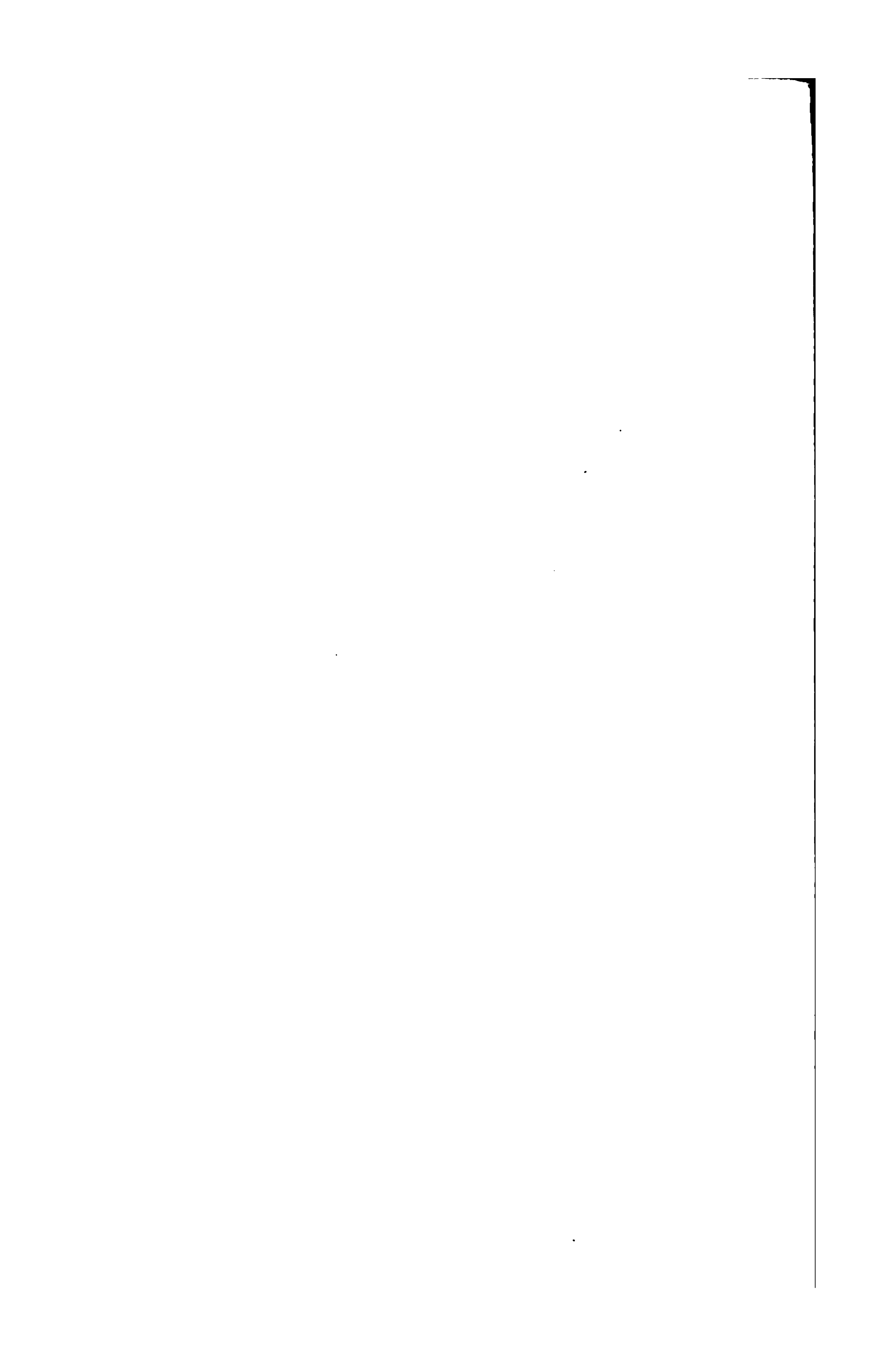
besonders hervorgehobene Unregelmäßigkeiten und Ausnahmen haben uns zu Beginn und im Verlaufe der Untersuchung andere Ansichten nahe gelegt, die zum Teil auch in der Literatur Eingang gefunden haben.[1]) Wir ziehen dieselben zu Gunsten der hier vorgetragenen auf dem Gesamtmaterial beruhenden ausdrücklich zurück.

Zum Schlusse sprechen wir noch dem Zentralausschusse des Deutschen und Österreichischen Alpenvereins, der unsere Untersuchungen jahrelang ausgiebig unterstützte, den wärmsten Dank aus.

[1]) H. Heß, Die Gletscher, S. 250 und Rapport de la Commission internationale des Glaciers Archives de Genève 1901, t. 12.

Berichtigung.

Auf S. 85, 92 u. 93 ist der Fundort der Korallen irrtümlich La Papa statt La Popa geschrieben.



Inhalt.

Die mit * bezeichneten Abhandlungen werden in den Sitzungsberichten nicht abgedruckt.

Sitzung vom 7. Januar 1905.

Seite

*K. v. Linde: Über die Feststellung der Dichte von gesättigten Wasserdämpfen und des thermischen Verhaltens von überhitzten Wasserdämpfen 1

S. Finsterwalder: Der „gefährliche Ort" beim Rückwärtseinschneiden auf der Kugel 3

A. Korn und E. Strauß: Über eine Beziehung zwischen Wanderungsgeschwindigkeit und Form der Ionen 13

O. Stolz: Beweis eines Satzes über das Vorhandensein des komplexen Integrals 21

Sitzung vom 4. Februar 1905.

J. Reindl: Ergänzungen und Nachträge zu v. Gümbels Erdbebenkatalog (mit Tafel I) 31

J. B. Messerschmitt: Magnetische Ortsbestimmungen in Bayern 69

J. Felix: Über einige fossile Korallen aus Columbien . . . 85

*A. Rothpletz: Bericht über die unter Aufsicht des Kustos Dr. Broili mit Unterstützung der Akademie veranstalteten Aufsammlungen permischer Fossilien aus Texas . . . 30

Sitzung vom 4. März 1905.

G. Bauer: Von der Kurve 6. Ordnung, welche der Ort der Brennpunkte der Kegelschnitte ist, welche durch vier Kegelschnitte gehen 97

A. Blümcke und S. Finsterwalder: Zeitliche Änderungen in der Geschwindigkeit der Gletscherbewegung 109

*R. Hertwig: Bericht über eine von dem Ornithologen K. E. Hellmayr ausgeführte Revision der Spix'schen Typen brasilianischer Vögel 96

*A. v. Baeyer: Über den Zusammenhang zwischen Färbung und chemischer Konstitution 96

Akademische Buchdruckerei von F. Straub in München

Sitzungsberichte

der



mathematisch-physikalischen Klasse

der

K. B. Akademie der Wissenschaften

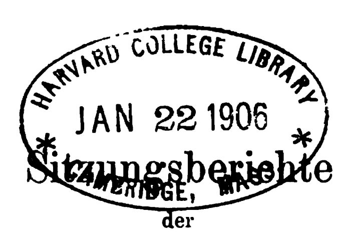
zu München.

1905. Heft II.

München
Verlag der K. B. Akademie der Wissenschaften
1905.

In Kommission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).





Sitzungsberichte
der
Königl. Bayer. Akademie der Wissenschaften.

Mathematisch-physikalische Klasse.

Sitzung vom 13. Mai 1905.

1. Herr H. v. SEELIGER legt eine Arbeit des Herrn Observators Dr. J. B. MESSERSCHMITT: „Beeinflussung der Magnetographen-Aufzeichnungen durch Erdbeben und einige andere terrestrische Erscheinungen" vor.

Der Verfasser untersucht die verschiedenen Störungen der magnetischen Aufzeichnungen des Erdmagnetischen Observatoriums in München. Zuerst wird die durch die elektrische Trambahn hervorgerufene Unruhe der Magnetnadeln erörtert, welche beispielsweise für die Mißweisung bereits mehrerer zehntel Minuten und für die Inklination noch mehr beträgt. Es wird also das seiner Zeit von der Trambahn-Gesellschaft garantierte Minimum schon jetzt beträchtlich überschritten und damit auch das Arbeitsfeld des Observatoriums in gewisser Weise beschränkt. Eine weitere Verlängerung der Trambahn in Bogenhausen um nur wenige Meter, geschweige denn eine Führung der Linie nach Ismaning oder durch den Englischen Garten nach Schwabing, hätte die sofortige Sistierung des Erdmagnetischen Dienstes an seiner jetzigen Stelle zur Folge. Die weiteren Untersuchungen betreffen die Erdbebenstörungen, die teils mechanischer, teils magnetischer Natur und überdies nicht so ganz selten sind, wie es nach den in München stärker fühlbaren Erdbeben angenommen werden könnte. Andere Störungen

erweisen sich von elektrischen Erscheinungen in der Atmosphäre, insbesondere von den Polarlichtern, abhängig.

2. Herr P. v. GROTH übergibt eine Arbeit von Herrn Pfarrer GEORG GLUNGLER in München: „Das Eruptivgebiet zwischen Weiden und Tirschenreuth und seine krystalline Umgebung, ein Beitrag zur Kenntnis der krystallinen Schiefer.“

Nach der Darstellung des Verfassers sind von den zahlreichen parallel struierten, krystallinen Gesteinen jenes Bezirks Dioritschiefer, Hornblendegneis, Hornblendeschiefer, Serpentin und Granulit, sowie die gneisartigen Granite primäre Eruptivgebilde, welche ihre Banderung oder Schiefrigkeit nur besonderen Bildungsbedingungen verdanken. Die einzelnen Glieder der archäischen Formationsgruppe dagegen haben eine Umwandlung erfahren. Sie sind aber nicht ein Produkt des Dynometamorphismus, sondern müssen als kontaktmetamorphosierte Sedimente betrachtet werden.

3. Herr H. EBERT überreicht eine Arbeit des Herrn Dr. HEINRICH ALT: „Über die Verdampfungswärme des flüssigen Sauerstoffs und Stickstoffs.“ Dieselbe soll in die Denkschriften der Akademie aufgenommen werden.

Die Bestimmung der genannten Größe namentlich bei den sehr tiefen Temperaturen (bis — 205 bezw. — 210° Celsius) bot darum ganz besondere Schwierigkeiten, weil der ganze Apparat in einen luftdicht schliessenden großen Kupferdom eingebaut und alle Manipulationen von aussen her vermittelst Hebel und Stangen ausgeführt werden mußten. Die Verdampfung der verflüssigten Gase wurde durch elektrische Heizung bewirkt, und die zur Verdampfung bestimmter Gewichtsmengen nötige Zeit mittels eines elektrischen Chronographen registriert.

Beeinflussung der Magnetographen-Aufzeichnungen durch Erdbeben und einige andere terrestrische Erscheinungen.

Von **J. B. Messerschmitt.**

(*Eingelaufen 13. Mai.*)

Die regelmäßigen Bewegungen der Magnetnadel erleiden von Zeit zu Zeit Störungen, deren Ursache teils auf kosmische, teils auf terrestrische Vorgänge zurückgeführt werden können. Die ersteren stehen bekanntlich mit den Erscheinungen auf der Sonne, insbesondere der Fleckenbildung und verwandten Phänomenen in naher Beziehung und werden hier nur so weit berührt, als es für den vorliegenden Zweck nötig erscheint. Sie wirken auf den gesamten Magnetismus der Erde, und sind daher überall bemerklich.

Die Störungen hingegen, welche durch terrestrische Vorgänge verursacht werden, haben meist einen mehr regionalen oder auch nur lokalen Charakter. Von diesen sollen hier an Hand der Aufzeichnungen des Münchener Magnetischen Observatoriums aus dem Jahre 1903, besonders die Einwirkungen der Erdbeben auf die Registrierungen untersucht werden. Dazu aber ist es nötig, die rein lokalen Störungen, die durch den elektrischen Betrieb der Trambahnen und durch die elektrischen Entladungen bei Gewittern registriert werden, im Voraus auszuscheiden. Einige weitere Aufzeichnungen terrestrischen Ursprungs können nur kurz gestreift werden, auf sie einzugehen, muß einer späteren Untersuchung vorbehalten bleiben.

Wie ich bereits anderweitig[1]) gezeigt habe, ist der Einfluß des elektrischen Betriebes der Trambahn in München auf die Registrierungen der drei Komponenten des Erdmagnetismus verschieden. Am geringsten wirken die vagabundierenden Ströme auf die Horizontalintensität. Bei der jetzt verwendeten Empfindlichkeit von 1 mm gleich 5 γ ist die Kurve bei Tag meist nur unbedeutend weniger scharf, als bei Nacht. Bei der Deklination dagegen befindet sich die Nadel während der Betriebszeit des Trams in fortwährender Unruhe, wobei die Erzitterungen einen Betrag von 0.'2 bis 0.'4 erreichen, so daß die photographische Kurve drei- bis viermal so breit als zur Nachtzeit und dabei unscharf wird und aus lauter verwaschenen Stellen, Knoten und kurzen schärferen Strichen zusammengesetzt erscheint. Da die Empfindlichkeit des Deklinations-Variometers für 1 mm Ordinate 1.'2 ist, so können kleinere Schwankungen von mehreren Zehntelminuten, auch bei sonst völlig ungestörter Kurve, unter Tags nicht mit Sicherheit von der allgemeinen Unruhe unterschieden werden und daher kann beispielsweise eine geringe mechanische Erschütterung des Apparates durch ein Erdbeben oder eine kleine Pulsation der Nadel durch Erdströme und dergl. entweder gar nicht oder wenigstens nicht mit der nötigen Sicherheit erkannt werden. Erst bei stärkeren Bewegungen, bei welchen die Nadel um nahe 1 mm oder darüber aus ihrer Ruhelage abgelenkt wird, verschwindet diese Unsicherheit.

Übrigens hängt die Unschärfe der Kurven sehr von dem Feuchtigkeitsgehalte des Bodens ab; bei längerer Trockenheit sehen die Kurven unschärfer aus, als bei größerem Feuchtigkeitsgehalte der Erde.

Am ungünstigsten wird die magnetische Wage beeinflußt, welche die Änderungen der Vertikalintensität aufzeichnen soll. Bei einer Empfindlichkeit von 5 γ für 1 mm Ordinate schwankt die Nadel beständig hin und her, so daß die Registrierkurve

[1]) Veröffentlichungen des Erdmagnetischen Observatoriums, Heft I. München 1904, Seite 25.

aus lauter kleinen Zacken von mehreren Zehntelmillimeter Höhe zusammengesetzt erscheint. Durch diese fortgesetzten unruhigen Bewegungen wird einerseits die Schneide des Wagebalkens sehr rasch abgenützt und andererseits werden auch die Korrektionsschräubchen leicht verschoben. Es unterliegt daher die Empfindlichkeit der Wage fortwährend unkontrollierbaren Schwankungen, welche es unmöglich machen, daß in München mit diesem Instrumente fortlaufend vergleichbare Resultate erhalten werden. Will man daher die Vertikalvariationen in befriedigender Weise zur Aufzeichnung bringen, so muß man instrumentelle Änderungen vornehmen. Hierauf bezügliche Vorversuche haben ein gutes Resultat ergeben.

Im übrigen bleiben wenigstens die absoluten Werte der drei Elemente so gut wie ungeändert, so daß die Mittel der Stunden, Tage, Monate und des Jahres brauchbare Resultate liefern, während man allerdings auf die Verfolgung der feineren und kleinsten Bewegungen der Magnetnadel fast ganz Verzicht leisten muß. Dieses verhältnismäßig noch günstige Resultat kann natürlich nur so lange bestehen, als das Trambahnnetz in der Nähe des magnetischen Observatoriums keine Veränderungen erleidet. Eine Verlängerung der jetzt bestehenden Bogenhauserlinie nur um wenige Meter dürfte wohl von ganz schlimmen Folgen sein. Eine Fortführung gar bis nach Ismaning, oder der Bau einer Linie von Schwabing her durch den Englischen Garten und Führung durch die Montgelas- und Törringstraße würde die Aufhebung des erdmagnetischen Dienstes an seiner jetzigen Stelle zur unmittelbaren Folge haben.

Man erkennt dies, abgesehen von rein theoretischen Überlegungen schon aus einigen Vorgängen, die gelegentlich Trambahnstörungen aufgetreten sind. So war während eines schweren Gewitters, das am 14. Juni 1903 nachmittags 3 Uhr begann, durch mehrfache Blitzschläge in die Oberleitung der Trambahn der Verkehr völlig unterbrochen worden. Ein oder zwei solcher Blitzschläge würden ein solches Resultat wohl kaum verursacht haben, so aber schlug der Blitz etwa fünf Mal in die Oberleitung, darunter in einer besonders heftigen Entladung am

Götheplatz, wobei die Speisungskabel beschädigt wurden. Die Entladungen hatten verschiedene Isolationen so erhitzt, daß sie schmolzen und Erdschluß entstand. Erst nach einer zweistündigen Störung kamen wieder einige Linien in Betrieb und erst um Mitternacht waren sämtliche schadhaften Stellen im Leitungsnetz gefunden. An der Talkirchnerstraße und am Götheplatz hatten ein Nebenspeisekabel und mehrere unterirdische Ausschaltekabel auf die angegebene Weise Erdschluß bekommen. Obwohl nun diese Orte mindestens 4 km von dem Erdmagnetischen Observatorium entfernt sind, zeigten die Registrierungen der Magnetnadeln außergewöhnliche Unregelmäßigkeiten.

Die Deklinationskurve verlief an diesem Tage ganz ungestört, so daß sie mit dem Charakter 1 zu bezeichnen ist. Nach Beginn des Gewitters traten zunächst einige kleine Wellen auf, deren Ursprung jedoch anderer Art ist, da sie auch an anderen Observatorien aufgezeichnet sind. Gegen 5 Uhr aber erscheinen in der Kurve kleine Absätze, bei welchen die Nadel plötzlich nach oben oder nach unten bis 1 mm verschoben wurde und in der neuen Lage jeweilen mehrere Minuten verharrte. Gegen 6 Uhr setzte etwa 10 Minuten lang eine geringe Unruhe ein, die die Kurve über einen Millimeter breit und verwaschen erscheinen läßt, ohne aber ihren Stand zu verändern. Danach trat wieder das gewöhnliche Aussehen der Kurve ein.

Die Horizontalintensität war an diesem Tage nur schwach gestört, Charakter 2, aber zwischen 5 und 7 Uhr treten ebenfalls mehrere stufenförmige Absätze von 5 bis 10 Minuten Dauer auf, bei welchen die Horizontalintensität um mehr als 5 γ gestört ist.

Die Kurve der Vertikalintensität zeigt ebenfalls um 5 Uhr einen solchen Absatz, vorher nur zwei kleine Zacken, während sie sonst ganz ruhig verläuft.

Es ergibt sich somit daraus, daß die Magnetnadel während dieser Trambahnunterbrechung systematisch aus ihrer normalen Lage abgelenkt worden war und zwar um Beträge von solcher

Größe, wie sie bei den Registrierungen nicht vorkommen dürfen.

Gewitterstörungen. Die vorstehende Beobachtung führt unmittelbar zu den Gewitterstörungen. Lamont hat darüber keine eigenen Beobachtungen angestellt; spricht jedoch in seinem Buche „Astronomie und Erdmagnetismus" (Stuttgart 1851, Seite 277) sich dahin aus, daß auch bei den stärksten Gewittern die Magnetometer keine außergewöhnlichen Bewegungen zeigen. Er führt dazu die Tatsache an, daß er im Jahre 1842 gerade in dem Augenblicke beobachtete, als der Blitz in der Nähe des Observatoriums auf freiem Feld einschlug und keine besondere Bewegung wahrnehmen konnte. Ein anderes Mal, am 8. September 1842 abends 5 Uhr, sah er gemäß einer Bemerkung im Beobachtungsbuche die Nadeln bei einem Gewitter schwach schwingen, eine Beobachtung, die er wohl noch öfter machte[1]). Ebenso wurden einmal, am 15. Mai 1869, die Eisenstäbe der Inklinatorien durch Magnetisierung stark geändert gefunden, nachdem in den nahe liegenden Leitungen für Erdstrommessungen bei einem Gewitter starke Entladungen stattgefunden hatten (Wochenberichte der Sternwarte, Nr. 202 vom 9.—15. Mai 1869).

Eine Durchsicht sämtlicher Registrierungen des Münchener Observatoriums seit 1899 ergaben das nachstehende Resultat. Im Jahre 1899 ist bei keinem der 20 beobachteten Gewitter von einem der drei Elemente mit Sicherheit ein Einfluß aufgezeichnet worden.

1900	wurden	auf	der	Sternwarte	in	München	23	Gewitter
1901	„	„	„	„	„	„	15	„
1902	„	„	„	„	„	„	20	„
1903	„	„	„	„	„	„	22	„
1904	„	„	„	„	„	„	21	„

[1]) In seinem Buche „Der Erdstrom" (Leipzig 1862), sagt er nämlich Seite 66, daß Stöße, die sowohl die Galvanometernadeln, als auch die magnetischen Instrumente in kleinere oder größere Schwingungen versetzen, bei jedem stärkeren Gewitter, so oft ein Blitz erscheint, beobachtet werden können.

notiert, davon zeigten die meisten ebenfalls keine Einwirkung auf die Registrierungen, wobei freilich zu berücksichtigen ist, daß allfällige kleine Schwankungen unter Tags wegen des Trambahnbetriebs nicht erkannt werden können. Bei einigen Gewittern erscheinen zwar die Kurven etwas mehr verwaschen, als vorher, doch sind die Unterschiede nicht derart, um sie auf diese Ursache sicher zurückführen zu können.

Dagegen sind an folgenden Tagen innerhalb des untersuchten Zeitraumes ausgesprochene Bewegungen der Nadeln aufgezeichnet worden, die allein von den Gewittern herrühren. Dabei waren an sämtlichen Tagen die magnetischen Kurven ungestört, so daß ihnen der Charakter 1 zukommt[1]).

1900, Juni 6. 11 p in D[2]) und H zwei kleine Ausschläge.

Juni 13. 9—10 p und 11 p in D mehrfach verwaschene Stellen mit geringen Ausschlägen, in H ebenfalls und besonders um $^1/_2$11 p ein starker Ausschlag von über 3 mm.

Juli 21. In H ein Ausschlag von 1 mm um $7^3/_4$ p, in D weniger.

1901, Mai 16. Von 4—5 p sind die Kurven stärker verwaschen, außerdem zeigt D eine plötzliche Abnahme von 0′.2 und H eine Zunahme von 5 γ, welche später wieder ebenso zurückgeht. Vielleicht hatte Kurzschluß bei der Trambahn stattgefunden.

Juni 3. H zeigt um 1 a und 2—3 a einige kleine Zacken.

Juni 15. Zwischen $9^1/_2$—11 p deutliche Schwankungen der Magnetnadeln besonders in D, auch scheint eine Trambahnstörung dabei gewesen zu sein.

1902, Jan. 25. Von $6^1/_2$—7 p in allen drei Elementen Ausschläge und kleine Zacken.

April 19. Beginn des Gewitters 6^{20} p, in H drei sehr schöne Ausschläge, aber auch in D deutliches Erzittern.

Juli 27/28 in D und H einige kleine Zacken.

---

[1]) Charakter 1 bedeutet völlig ungestörte Kurve, 5 größte Unruhe. Vgl. Veröffentlichung 1. Heft, Seite 31.

[2]) D = Deklination, H = Horizontalintensität.

Aug. 20 in D und H um 1 a und 4—5 a mehrere deutliche Ausschläge.

1903, Juni 14. Vgl. oben S. 137.

Juli 4. 1 a—3 a vielfaches unruhiges Hin- und Herschwanken der Nadeln. Besonders charakteristisches Bild.

Nov. 22. $11^1/_2$ a in H eine größere Ablenkung aus der Ruhelage, in D nichts zu sehen.

1904, Juni 4. Zwischen $4^1/_2$ und $4^3/_4$ p in D sehr deutliche Ausschläge, in H nur schwach angedeutet.

Aug. 5. Zwischen 7—9 p besonders in D unruhige Bilder.

Aug. 21. Um $5^3/_4$ p in D und H eine sehr große Ablenkung.

Sept. 7. In D zwischen 9 und 10 p sehr deutliches, in H nur schwaches Zittern der Nadeln.

Es ist somit nur etwa der achte Teil der aufgetretenen Gewitter von den Magnetometern erkennbar aufgezeichnet worden. Dabei wurde aber niemals der Erdmagnetismus selbst geändert, sondern nur die Nadel jeweilen momentan aus ihrer Ruhelage abgelenkt, etwa ebenso, wie wenn derselben ein Magnet genähert und sofort wieder entfernt worden wäre[1]), worauf sie wieder, um ihre Anfangslage herumpendelnd, entsprechend der vorhandenen Dämpfung rascher oder langsamer in die frühere Richtung zurückkehrte. Meist war es nur ein geringes Zittern der Nadeln, einige Male kamen jedoch auch größere Ausschläge bis etwa 3 mm Ordinate vor, die wahrscheinlich von stärkeren elektrischen Entladungen herrühren. Ob hiebei ein direktes Einschlagen der Blitze in der Nähe der Sternwarte stattfand, konnte nachträglich nicht mehr festgestellt werden. Lamont nahm ja auch einmal in einem solchen Falle gar keine Schwankung wahr. Zu bemerken ist noch, daß nicht immer alle Komponenten gleich stark beein-

[1]) Es versteht sich von selbst, daß die Besucher des Variationsraumes keine magnetischen Gegenstände, Eisenteile u. dgl. mitnehmen; überdies wird die Zeit, zu welcher sich etwa Personen daselbst aufhalten, jeweilen notiert, um allfällige äußere Einflüsse nachweisen zu können.

flußt werden; es kann vorkommen, daß die eine stark abgelenkt wird, während die andere keine Störung erleidet.

Erdbeben. Die Einwirkung der Erdbeben auf die magnetischen Variationsinstrumente kann zweierlei Art sein, nämlich rein mechanische Erschütterungen oder magnetische Störungen.

Durch die mechanische Erschütterung eines magnetischen Apparats gerät der Magnet[1]) plötzlich in pendelartige Bewegung und beruhigt sich gemäß seiner Eigenschwingung und der etwa vorhandenen Dämpfung allmählig wieder. Es entsteht daher in den registrierten Kurven zunächst eine Unterbrechung in Form einer > förmigen, verwaschenen Stelle. Sobald der Magnet wieder in Ruhe gekommen ist, was bei unseren Variationsinstrumenten ohne Dämpfer in etwa 1 Minute der Fall ist, setzt sich die Kurve in der gleichen Richtung wie vorher fort. Die verwaschene Stelle ist eine Folge der kürzeren Belichtungszeit des photographischen Papiers durch den schwingenden Magneten. Es bricht also die Kurve plötzlich mit einem scharfen Striche ab, der die Zeit des Beginns des Bebens angibt. Eine magnetische Wirkung ist in diesem Falle nicht vorhanden. Das Bild ist somit ähnlich den oben beschriebenen Gewitterablenkungen, nur etwas schärfer und regelmäßiger, da eben bei Gewittern die Störung zwar plötzlich eintritt, aber durch mehrfache Entladungen, durch Induktionswirkung und durch allenfällige Luft- und Erdströme erst nach einer etwas längern Zeit wieder aufhört.

Das interessanteste Beispiel dieser Art bietet das große Beben auf der Balkanhalbinsel vom 4. April 1904 Vormittag. Es ist dies zugleich die größte mechanische Störung, die seit der Aufstellung des Magnetographen in München, d. i. seit Ende 1898 beobachtet worden ist. Unifilar und Bifilar haben beide sehr starke Ausschläge aufgezeichnet; die magnetische Wage

[1]) Bei den Variationsapparaten für die Deklination und die Horizontalintensität sind die Magnete an 70 cm langen feinen Drähten aufgehängt. Die Vertikalintensität wird durch einen Magneten, der auf einer Schneide, wie ein Wagebalken ruht, aufgezeichnet.

dagegen, die allerdings nicht sehr empfindlich gestellt war (1 mm = 14 γ), hat fast gar keine Wirkung verspürt.

Die Bewegung des photographischen Papiers des Magnetographen beträgt 20,5 mm in der Stunde; es lassen sich daher die Zeiten auf nicht mehr als $^1/_4$ Minute ablesen. Der Stand der Registrieruhr wird täglich um 9 Uhr Vormittag auf 0^s5 bestimmt. Die Gangschwankungen während des Tages betrugen meist nur wenige Sekunden, was man aus der gleichbleibenden Länge der Stundenlinien und der gleichförmigen Schwärzung der Basislinien erkennen kann, so daß der Uhrstand stets recht sicher ermittelt werden kann. Wie bei allen photographischen Kurven bleibt aber immer eine gewisse Unsicherheit beim Ablesen übrig, so daß die unten mitgeteilten Zeiten wohl auf nicht mehr als $\pm$ 0,5 Minuten genau sein werden.

Die erhaltenen Zeiten der Erdstöße in M. E. Z. sind in der beistehenden Tabelle enthalten; bei den Amplituden sind die halben Ausschläge eingeschrieben.

	Unifilar		Bifilar	Bemerkungen
	Zeit	Ampl.	Ampl.	
	h m	mm	mm	
1. Erschütterung	10 32,5	0,2	0,4	Dauer ca. 1^m
2. Erschütterung				
Vorphase . . .	11 5,6	. . .	1,0	Beginn
1. Hauptphase .	7,1	$>$ 0,2	1.7	Beim Unifilar sind die Aufzeichnungen zu schwach, um im Einzelnen abgelesen werden zu können
2. Phase . . .	9,6	.	1,0	
3. Phase . . .	11,6	.	0,3	
Ende	13,0	—	—	
3. Erschütterung				
Vorphase . . .	11 28,5	0,3	0,6	
Hauptphase . .	29,8	1,0	7,0	
2. Phase . . .	33,0	1,3	1,6	
Ende	34,3	—	—	
Neuer Stoß . .	36,0	.	1,4	
" " . .	39,1	.	0,7	
" " . .	40,1	.	1,0	
" " . .	40,6	0,6	0,4	
Ende	43,6	.	.	
Stoß	50	0,3	0,4	Die beiden letzten Stöße können ev. nur von der Unruhe des Trams entstanden sein.
"	12 2,6	0,2	.	

Beim Unifilar (Deklinationsvariometer) sind die einzelnen Abschnitte weniger deutlich, als beim Bifilar (Horizontalintensität). Die Zeiten stimmen jedoch bei beiden Instrumenten innerhalb der Ablesegenauigkeit überein. Das Aussehen der Aufzeichnungen gleicht demjenigen von Seismographen mit optischer Aufschreibung bei langsamer Bewegung des Papiers, wie z. B. der Milne'schen Seismographen. Man hat es eben hier mit einer rein mechanischen Erschütterung der Variationsinstrumente zu tun, der jede Beimischung von magnetischen Wirkungen oder Erdströmen fehlt. Der Umstand, daß die magnetische Wage fast gar nichts aufzeichnete, läßt sich daraus erklären, daß eben auch bei stärkeren Beben die Vertikalbewegungen äußerst geringfügig sind.

Eine andere, recht deutliche Erschütterung wurde erst kürzlich wieder bei dem großen Erdbeben vom 4. April dieses Jahres, durch welches in Nordindien, besonders in der Gegend von Lahore schreckliche Verwüstungen angerichtet worden sind, aufgezeichnet. Beim Unifilar sind zwei zeitlich getrennte Störungen zu erkennen, die beide spindelförmige Verdickungen der Kurven mit je einem Maximum von etwa 0,5 mm hervorgebracht haben. Die Bewegungen des Bifilars sind noch mannigfaltiger gewesen, indem man deutlich 7 Stöße unterscheiden kann. Der seitliche Ausschlag war allerdings auch nicht größer als 0,5 mm im Maximum. Die einzelnen Phasen lassen sich aus den folgenden Zeitangaben (M.E.Z.) erkennen.

	Unifilar		Bifilar
	h m		h m
Beginn	2 22 a.m.	Beginn	2 19 a.m.
Maximum(Hauptphase)	22,5	Maximum(Hauptphase)	21,5
Ende	25	Ende	23,5
Beginn	2 28,5	Einzelner Ausschlag .	25,5
Maximum	30	" " .	28,5
Ende	31		
		Beginn	31
		Maximum	32
		Letzter Ausschlag .	34
		Ende	34,5

Eine zweite Art der durch Erdbeben erzeugten Störungen kann magnetischer Art sein, woran man besonders bei vulkanischen Beben denken kann, wenn Erdströme entstehen. Diese Störungen unterscheiden sich in dem Aussehen der Kurven in nichts von den sonstigen magnetischen Störungen, so daß ihre Ursache nicht so leicht nachweisbar ist, wie im ersten Falle, insbesondere so lange nicht ein benachbarter Seismograph zur Kontrolle vorhanden ist, was ja in München durch die Aufstellung eines Wiechertschen Pendelseismometers bald der Fall sein wird.

Das auffälligste Beispiel dieser Art hat in neuester Zeit der schreckliche Ausbruch des Mont Peleé auf Martinique vom 8. Mai 1902 geliefert[1]). Vor der Katastrophe war die Bewegung der Magnetnadeln normal und gleichmäßig; genau zur Zeit des Ausbruches aber setzte bei fast allen Magnetographen der Erde, ohne Anzeichen mechanischer Erschütterung, eine heftige Störung ein, die dann über sieben Stunden andauerte. Auch die Kompasse auf den Schiffen, die sich in der Nähe der unheilvollen Insel befanden, wurden unruhig, ein Beweis für die Stärke der so entstandenen Erdströme. Übrigens zeigten die Seismometer in größerer Entfernung von der Insel kein Erdbeben an, von dem auch auf der Insel selbst nur wenig verspürt worden war. Mit sichtbaren Vorgängen auf der Sonnenoberfläche läßt sich dieser magnetische Sturm nicht in Zusammenhang bringen, da zu dieser Zeit die Sonne ohne Flecken war, wie überhaupt das Minimum der Sonnentätigkeit in diese Zeit fällt.

Freilich werden ähnlich verlaufende Störungen, mit einem plötzlichen Einsetzen der Unruhe auch durch kosmische Vorgänge hervorgerufen, wovon das große magnetische Gewitter vom 31. Oktober 1903[2]) das beste Beispiel bietet, das mit dem

---

[1]) Vgl. Terr. Magnetism. Vol. VII, S. 57, 1902 und Meteor. Zeitschr. Bd. 19, S. 316, 1902. Die Münchner Aufzeichnungen sind in den „Annalen der Hydrographie" Bd. 31, S. 150, 1903 diskutiert. Siehe auch Sitzungsber. der Münch. Akad. Bd. 33, S. 201, 1903.

[2]) Diese Berichte Bd. 34, S. 29, 1904.

Durchgange einer großen Sonnenfleckengruppe durch den Zentralmeridian der Sonnenscheibe in auffälliger Beziehung stand. Eine der interessantesten Kurven dieser Art ist erst kürzlich wieder am 3. März 1905 aufgezeichnet worden, als eine der größten jemals gesehenen Fleckengruppen die Sonnenmitte passierte. Es wurden dabei zwar keine besonders große Amplituden in den Schwingungen hervorgerufen, aber die Nadeln, insbesondere der Horizontalintensität, gerieten in fast rythmische Schwingungen, als ob derselbe Einfluß der Erregung in fast gleicher Weise sich mehrfach allmählich aber schwächer werdend, wiederholt hätte. Man könnte daran denken, daß auf der Sonne, diese als Sitz der Störungsursache betrachtet, Ausbrüche in ähnlichen gleichförmigen Perioden stattfanden, wie man sie oft bei den Geysirs beobachtet und diese so oszillierende magnetische Wirkungen erzeugt hätten. Diese Unruhe währte gegen 20 Stunden, während die einzelnen Perioden nicht ganz eine Stunde dauerten.

Man erkennt aus diesen Angaben, daß eine strenge Diskussion jedesmal vorangehen muß, ehe man bei diesem Störungstypus auf Erdbeben schließen darf.

Es gibt noch eine andere Art Störungen, welche möglicherweise mit Erdbebenvorgängen in Zusammenhang stehen, nämlich kurz verlaufende Schwingungen mit geringen Amplituden, die den regelmäßigen Gang nur wenig beeinträchtigen. Ihre Dauer ist meist wenige Stunden. Man kann sie sich so entstanden denken, daß durch die Umlagerungen der Massen und durch die Veränderungen der Spannungen bei tektonischen Vorgängen jeweilen auch Änderungen in den Erdströmen entstehen und damit die Magnetnadel in kleinen Ablenkungen um ihre Mittellage herumgeführt wird.

Um alle diese Fälle prüfen zu können, habe ich die Registrierungen des Jahres 1903, das noch in die Zeit kurz nach dem Minimum der magnetischen Tätigkeit fällt und daher meist ruhige Kurven aufweist, durchgesehen und drei Tabellen ausgezogen. Die erste enthält die kurz andauernden Ausschläge, die dem Typus der mechanischen Erschütterungen entsprechen.

Dabei sind die oben bezeichneten Gewitterzacken fortgelassen worden, da deren Ursache ja bereits sicher nachgewiesen ist.

Die zweite Tabelle umfaßt alle diejenigen Störungen, welche mit einem plötzlichen stärkeren Ausschlage beginnen und dann längere Zeit, oft mehrere Tage, andauern, wie bei dem Vulkanausbruche des Mont Pelé.

Endlich folgen in einer dritten Tabelle die magnetischen Störungen mit kleinen, oft scharfen und spitzigen Pendelungen um den normalen Gang. Die Amplituden sind dabei höchstens 3' in D bez. 15 γ in H; sie dauern nur wenige Stunden oder auch nur Bruchteile davon.

Die Zeiten sind von Mitternacht an, von 0 bis 24^h durchgezählt, in M.E.Z. angegeben. Die halben Amplituden werden in absolutem Maße angegeben, wobei zu bemerken ist, daß bei der Deklination 1 mm nahe gleich 1'.2 und bei der Horizontal-Intensität 0,00005 CGS = 5 γ entspricht. Der Charakter bezeichnet die Art der Kurven, wobei 1 = ganz ruhiger, normaler Gang, 2 = leicht gestörte, 3 = bewegte, 4 = stark gestörte und 5 = ganz unregelmäßige Kurven mit großen, rasch wechselnden Ausschlägen bezeichnen.

Tabelle I.

Störungen mechanischen Charakters.

Nr.	Datum	M. E. Z.	Deklination		Hor.-Intens.		Bemerkungen
			Ampl.	Char.	Ampl.	Char.	
	1903	h m					
1	Jan. 18.	2 55,7	0,1	1	—	1	Am 19. und folgende Tage starke Beben in Andidschan in Turkestan und Provinz Ferghana
2		58,5	0,1	1	—	1	
3	20.	2 22,6	0,1	1	—	1	2^h 20^m Beben in Zaleszczyki (Galizien) und Umgegend, Stärke IV
4		25,6	0,1	1	—	1	
5	22.	2 10,8	0,2	1—2	—	1	
6	30.	5 21,9	0,1	1	—	1	
7	Febr. 10.	22 5,6	—		0,8	1—2	auch in Vert.-Int. angedeutet (Nr. 7–8)
8		9,4	—		0,8	1—2	
9	14.	23 52,1	0,6	1	0,2	1—2	
10	15.	0 50,8	0,1	1	—	1	in H kaum angedeutet, dagegen in V schwach zu sehen (Nr. 10–14)
11		0 59,3	0,1	1	—	1	
12		1 10,8	0,1	1	—	1	
13		15,2	0,1	1	—	1	
14		28,8	0,1	1	—	1	
15	März 4.	0 45,6	0,1	1	—	1	In Eger nachts (Zeit?) starker Erdstoß, um 0^h 40^m in Falkenstein schwaches Beben und später noch mehrfache Stöße im Voigtland
16	10.	23 55,0	0,2	1	—	1	Linie ganz scharf
17	April 2.	3 14,1	0,2	1—2	nichts (Nr. 17–19)	1	Beben in Hechingen und auf der Alb am Vormittag (Zeit?) mit starkem Getöse
18		19,1	0,7	1—2		1	in V ein Zacken von 0,3 mm
19		4 32,6	0,1	1—2		1	in V angedeutet. 2^m später nochmals
20	3.	1 44,8	0,1	1	—	1	
21	8.	1 19,0	0,15	1	—	1	1^m später ein zweiter kleiner Ausschlag

22	11.	0 25,4	0,1	1	—	1	
23	April 18.	4 37,6	0,2	1	—	1	
24	Juni 8.	20 38,0	0,2	1	—	1	bis $8^h 47^m$ stärker verwaschene Stelle mit 2 Maxima. In H nichts
25	16.	22 59,7	—	3—2	1,4	3—2	Beginn einer Abnahme. An beiden Tagen nirgends Beben gemeldet
26	21.	23 9,6	—	2	0,1	2—3	
27	Aug. 18.	20 55,6	—	1	—	1	in D etwas später ein kleiner abnehmender Bogen
28	Sept. 10.	0 40,8	0,1	2	0,1	2	Am 10. Sept. morgens im südlichen Graubünden und den anliegenden Gebieten Tirols Beben. Am heftigsten in Pontresina. (Zeit ?)
29	10.	0 50,8	0,1	2	0,1	2	
30	25.	23 15,9	0,1	1	0,1	2	Die Stadt Turshis in Persien wurde (Zeit ?) fast ganz zerstört
31	Okt. 3.	3 11,0	0,6	1	—	1	
32	17.	2 28,4	0,1	1—2	0,1	1—2	
33		6 42,5	—	1—2	1,3	1	in D setzt zur nämlichen Zeit ein abnehmender Bogen ein, etwas später in H ein zunehmender Bogen
34	Nov. 14.	1 53,9	0,1	1	0,1	1	$1^h 28^m$ und $2^h 15^m$ leichte Beben registriert in Rocca di Papa
35		2 1,1	0,1	1	0,2	1	
36		4 52,4	0,1	1	0,5	1	
37	18.	5 17,9	0,1	1—2	—	1—2	
38	21.	2 42,1	0,1	2	—	2	Vom 21. zum 22. Nov. an vielen Orten des Voigtlands Beben
39	22.	8 57,6	0,1	2	1,1	3	bei Beginn eines stärkeren Ausschlages
40	25.	2 0,8	—	1	0,3	1—2	bei Beginn je eines kleinen flachen Bogens. Am 25. im Obermaintal und Saaletal heftige Erschütterung (Zeit ?)
41	26.	23 46,1	0,2	2—1	0,1	2	vielleicht *m*-förmige Wellen?
42	Dez. 23.	3 42,6	—	1	0,1	1	in D beginnt ein kleiner flacher Bogen
43	28.	2 38,1	0,1	1	—	1	in H *m*-förmige Wellen
44		4 18,6	0,1	1	—	1	In Leipzig beginnt $4^h 8^m$ ein Beben vom ostindischen Typus (Wiecherts Seismometer) das 90^m dauert; auch in Potsdam, Hamburg, Straßburg u. s. w. registriert.
45		4 27,6	0,1	1	—	1	

Plötzlich einsetzende Störungen. Tabelle II.

Nr.	Datum	M. E. Z.	R	Bemerkungen
	1903	h m		
46	Jan. 26.	9 56,2	7	D beginnt mit einem kleinen Ausschlag von 0,5 mm, dann bei sonst ungestörtem Gange bis Nachmittag 3^h viele scharfe Zacken von 1' Größe. Erst abends 7^h beginnt eine größere Abnahme der Deklination und die Kurve erreicht von 22^h bis zum 27. Januar 2^h den Charakter 3 H. Plötzliche Zunahme um 6 γ, dann leichte Unruhe, die von $^1/_2 12^h$ bis 15^h stärker ist (Char. 2—3), doch bleibt der tägliche Gang noch erkenntlich. Um 20^h und 22^h bis Jan. 27. 2^h Charakter 3—4. Amplituden über 50 γ. Auch in V sind diese Bewegungen vorhanden. Charakter 2. Die Sonne ist fast fleckenfrei. — Erdbeben in der Pfalz. (Vgl. diese Berichte, Bd. 33, Seite 186, 1903.)
47	Febr. 12.	18 15,6	28	In H rasche bogenförmige Zunahme, dann Unruhe bis 13. Febr. 2^h, mäßige Störung. In D nur mit einem flachen Bogen beginnend bleibt die Störung gering (Char. 2). In Leipzig ist eine Erdbeben-Störung von $19^h 53^m$—$20^h 40^m$ registriert; die Hauptphase entspricht einem Beben aus mäßiger Entfernung. Die Sonne zeigt mehrere Flecken.
48	März 4.	22 24,2	7	In H plötzliche Zunahme um 21 γ, dann Störung Char. 3 über 24 Stunden. In D erster Ausschlag 0.'6 nach Westen, dann Kurve vom Char. 2. In V wenig gestört, Char. 2. Die Sonne zeigt eine geringe Fleckentätigkeit. — In Stonyhurst (Lanceshire) werden die magnet. Kurven als ungestört bezeichnet; in Pola vom gleichen Charakter wie in München. Am 5. von früh an und 6. viele Erdstöße im Erzgebirge und Fichtelgebirge mit Böhmerwald. (Mitteil. der Hamburger Erdb.-Station, März 1903.) Vgl. auch diese Berichte, Bd. 33, S. 186, 1903 und Reindl, das Erdbeben am 5. und 6. und 22. März 1903. Geognostische Jahreshefte, 1903, Jahrg. 16. Am 5. März von 1^h an ein von Erdbeben begleiteter Ausbruch des Vulkans Colima in Mexiko, die bis abends dauern.

49	März 22.	13 57,9	16	H nimmt um 11 γ zu, dann mäßig bewegt bis 23. März 2h. Keine großen Zacken. Vorher den ganzen Tag ruhig. D zunächst eine kleine Abnahme von 0ʹ.2, dann gleich Zunahme von 1ʹ.3. Hierauf fast ganz ungestört nur 22h—24h eine flache konkave Einbuchtung und daran anschließend m-förmige Schwingungen. — Die Sonne zeigt nur eine kleine Fleckengruppe. Am 22. März ziemlich heftiges Beben in der Rheinpfalz, besonders 6h, 7h, 1/210h und gegen 14h. Vgl. die vorhergehend zitierten Abhandlungen. In der Nacht vom 21. zum 22. heftiger mit starken Erdbeben verbundener Ausbruch des Vulkans Soufrière auf St. Vincent. Ebenfalls Vulkanausbruch eines Vulkans in Kolumbien mit Erdbeben, der das Dorf Tiojo bei Galera de Zamba zerstörte. Auch Mont Pelé Ausbruch ohne Zeitangabe am 21.
50	April 6.	0 24,3	28	D zuerst Abnahme 0ʹ.9, dann Zunahme 4ʹ.8. Hierauf Unruhe (3—4) mit vielen kleinen Zacken und großen Amplituden, besonders 3h—6h und 9h—15h. Ende 20h. H nimmt zwei Minuten später als D um 35 γ plötzlich zu, dann zunächst wieder ruhig, hierauf Störung 4 fast 24 Stunden. Auch V gestört, Char. 2—3. Sonne kleine Fleckentätigkeit. An den deutschen Erdbebenstationen keine Beben registriert. In Italien Vormittag mehrere Beben registriert. 0h 25m starker Stoß in Spoleto verspürt.
51	Mai 16.	23 2,0	9	D Zunahme 1ʹ.3, dann wieder langsame Abnahme mit vielen kleinen Zacken. Ende Mai 17. 6h. Char. 2—3. H Zunahme 32 γ, dann viele Schwingungen von über 10 γ bis 15h, dann langsame Abnahme der Intensität. Anfangs-Char. 3 später 2. In V zuerst Zunahme von 4 γ dann wieder zurück. Char. 2. Geringe Fleckentätigkeit. Keine besonderen Beben bekannt, nur in der Woche 11.—18. Mai wiederholte mit Erdbeben verbundene Ausbrüche des Vulkans Colima (Mexiko). Vier Orte am Fuße des Berges, auch das entfernter belegene Tonila, sind von den Bewohnern verlassen worden.
52	Mai 21.	14 30,9	23	H erst 1 γ Abnahme, dann 9 γ Zunahme und geringe Unruhe mit kleinen Wellen bis Mitternacht (Char. 2—3). In D fast nichts, nur 22h zwei flache konkave Buchtungen. Etwas größere Fleckentätigkeit. Vormittag 1h 15m und 10h 23m in Bagnères und Pic du Midi mit unterirdischem Geräusche verbundenes starkes Erzittern.

Nr.	Datum	M.E.Z.	R	Bemerkungen
	1903	h m		
53	Juni 15.	10 47,1	14	H erst 1 γ Abnahme, dann 5 γ allmähliche Zunahme. Unruhe 2—3 bis 19^h. D ruhig. Sonne wenige Flecken. Nach den Taschkenter Angaben Beben in Werny, Semirotschenkgebiet 10^h 39^m.
54	Juni 20.	13 14,1	58	H nimmt um 10 γ zu, bis 22^h Char. 2—3. D nichts. Sonne ziemlich viele Flecken.
55	Juni 21.	10 54,6	58	In H Zunahme um 10 γ, dann Störung 2—3 bis 22. Juni 3^h. In D fast nichts zu sehen, Char. 1. Unruhe erst 20^h bis nächsten Morgen 4^h. (Char. 2—3.) Sonne ziemlich tätig.
56	Aug. 25.	11 57,9	17	D nimmt erst um 1:1 ab, um sogleich um 1:8 wieder zuzunehmen, dann während 24 Stunden Störung 3—2. H zuerst Abnahme um 5 γ, dann rasche Zunahme um 30 γ. H bleibt zunächst größer und nimmt erst am 26. Aug. 7^h schnell ab. Char. 3. Dauer 24^h ca. Sonne wenige Flecken. Ziemlich heftiges Beben in Fiume um 23^h 43^m.
57	Sept. 27.	15 51.9	24	H nimmt plötzlich um 7 γ zu und gleich darauf um weitere 10 γ. Kleine Störungen bis 22^h, dann größere (Char. 3) bis nach Mitternacht. In D ist der Beginn zu sehen, aber schwach. Kurve erst von 22 p ab: Char. 2—3. Sonne ziemlich Flecken.
58	Okt. 12.	13 59,2	62	Beginn einer großen Störung in D u. H mit Char. 3. An den beiden nächsten Tagen 4—5. Auf der Sonne befindet sich ein außergewöhnlich großer Fleck nahe zentral.
59	Okt. 31.	7 0.0	53	Berühmte große Störung, siehe oben, Char. 5. Ein größerer Fleck befindet sich nahe dem Zentrum der Sonne. Nordlichter. Telegraphenstörungen.
60	Nov. 7.	8 14,0	91	In D Abnahme. in H Zunahme, Störung 3 bis Mitternacht. Größere Sonnentätigkeit.

61	Nov. 18.	13	2,4	10	D zuerst eine kleine Abnahme von 1.'3, dann ruhig. Erst von 20^h bis zum nächsten Morgen um 5^h starke Unruhe Char. 4. H nimmt um 20 γ zu und zeigt Störung vom Char. 3—4 bis morgens 4^h. Geringe Sonnentätigkeit.
62	Nov. 21.	23	23,6	12	H vorher Char. 2—1, dann Zunahme um 25 γ in 9^m. D vorher Char. 1—2, dann Abnahme um 6′ in 30^m. Unruhe ca. 24^h. Sonne wenig Flecken. Gegen Mitternacht schwache Erschütterung in Auerbach (Vogtland) und bis zum Morgen mehrere Beben im Voigtland.
63	Nov. 22.	20	57,6	14	In D Abnahme um 9.'6 in 15^m und dann stärkere Unruhe (3—4) bis Mitternacht. In H erst eine verwaschene Stelle, dann Zunahme um 30 γ in 12^m. Unruhe (3—4) bis Mitternacht. Sonne wenig tätig.
64	Nov. 26.	16	54,6	21	In H erst Zunahme um 3′, dann leichte Unruhe (2—3) bis Mitternacht. In D 16^h $57,6^m$ Abnahme um 1′, dann wieder ruhig und erst gegen Mitternacht 2 flache konkave Bogen. Sonne zeigt eine mäßige Tätigkeit. Am 26. und folgende Tage im südwestlichen Bulgarien mehrere ziemlich heftige mit unterirdischem Rollen verbundene Stöße. In Stonyhurst sind die magnetischen Kurven ruhig gewesen, in Pola nur H am Nachmittag Char. 2, sonst 1.
65	Dez. 13.	13	27,9	40	D nimmt plötzlich um 1.'1 ab, dann Beginn einer Störung vom Char. 4—5 bis nächsten Morgen 2^h. H zuerst Abnahme 3 γ, dann gleich Zunahme 5 γ, dann sehr unruhig, Char. 4—5 bis 14. Dez. 6^h; vorher waren beide Kurven ganz ungestört. Sonne ziemlich viele Flecken.
66	Dez. 30.	4	15,8	44	Zuerst in D Abnahme um 1.'6 und gleich darauf Zunahme um 6.'5. Dann folgen viele kleine Zacken bis Mittag. In H plötzliche Zunahme um 38 γ und gleich darauf um ebensoviel Abnahme. Hierauf viele kleine Schwankungen bis Nachmittag. Sonne ziemlich tätig.

Tabelle III.

Rasch verlaufende Störungen mit geringen Amplituden, die den regelmässigen Gang wenig beeinträchtigen.

Nr.	Datum	Deklination	Hor.-Int.	R	Bemerkungen
	1903	h m h m	h m h m		
67	Jan. 4.	5 50 — 8 21	5 42 — 12 3	16	In D spitze Zacken 8^h 10^m von 2′, in H 8^h 2^m von 10 γ. In V angedeutet.
		9 42 — 11 42	— —		Von 6^h—9^h registrieren fast alle Erdbebenstationen auch in Asien und Amerika.
68	Jan. 5.	2 45 — 7 36	0 48 — 11 42	8	Ebenfalls überall registrierte Beben von 2^h—3^h.
69	Jan. 7.	— —	18 0 — 19 36	15	Zacken bis 5 γ.
70	Jan. 23.	nur angedeutet	10 0 — 21 0	25	Zacken bis 6 γ. Um 20^h 35^m in Botosani, Rumänien Erdbeben gefühlt.
71	Jan. 26.	9 50 — 15 0	— —	7	Pfälzer Erdbeben, dann in Mineo und in Taschkent. Siehe oben Nr. 46.
72	Febr. 5.	13 25 — 13 36	— —	7	Nur einige Zacken. In Italien und Südfrankreich Beben.
73	Febr. 20.	18 34	18 34 — 20 46	20	Beben im Vogtland. Den ganzen Tag Stöße.
74	März 14.	— —	15 57 — 16 37	10	Zacken bis 5 γ. Mehrfache Stöße im Vogtland an diesem Tage.
75	März 15.	11 59 — 12 42	11 59 — 12 42	14	Ausschläge bis 5 γ (Tramstörung?)
76	März 30.	7 42 — 9 10	7 42 — 9 10	54	Zacken bis 1′ bez. 5 γ.
77	Mai 17.	nur angedeutet	10 0 — 18 0	7	Besonders zwischen 14^h — $15^3/_4{}^h$.
78	Juni 4.	„ „	12 10 — 21 10	4	Besonders von 15^h—19^h viele kleine Schwankungen von 5 γ bis 10 γ, die aber den täglichen Gang nicht beeinträchtigen. Von 16^h—18^h an vielen Stationen Erdbeben aufgezeichnet, besonders auch in Italien, Taschkent und San Fernando.

79	Juni 9.	gut angedeutet	11 40 — 20 10	8	Vielleicht Tramstörung dabei?
80	Juni 11.	5 40 — 7 40	6 10 — 8 10	14	In D deutlicher als in H, auch in V angedeutet. Taschkent meldet um $6^h 42^m$, $7^h 2^m$ und $10^h 2^m$ Beben.
81	Juni 15.	— —	10 47	14	$10^h 39^m$ Stoß in Werny (Rußland) II.
82	Juni 19.	6 0 — 19 0	6 0 — 19 0	34	Besonders in H schön. $10^h 8^m$—$11^h 12^m$ mehrere Stöße in England, besonders an der Nordwestküste, in Wales u. s. w.
83	Juni 28.	2 0 — 7 0	2 0 — 7 0	8	Besonders schöne Zacken in D. Vorläufer einiger stark gestörter Tage vom Char. 4—5. Die Sonne war am 29. und 30. Juni fleckenfrei. Keine Beben bekannt.
84	Juli 1.	11 30 — 13 10	11 0 — 24 0	17	In H sehr schön. Keine Beben.
85	Juli 18.	5 0 — 7 0	5 0 — 7 0	29	In H schwächer.
86	Aug. 1.	11 30 — 11 40	11 30 — 11 40	18	Einige kurze Ausschläge bis 5' bez. 20 γ, teilweise treppenförmig. Vielleicht Tramstörung?
87	Aug. 11.	6 0 — 8 0	7 30 — 8 20	57	Auch vorher leicht gestört (1—2). Beben Tirol und östl. Mittelmeer.
88	Sept. 4.	schwach	10 10 — 24 0	0	Besonders um 16^h einige größere Ausschläge bis 50 γ.
89	Sept. 10.	4 0 — 9 0	schwächer	16	Leichte Zacken. $4^h 45^m$ bis 5^h mehrere Stöße in Waldmünchen (Böhmerwald), auch früh Ortler- und Berninagebiet (Zeit?)
90	Okt. 25.	10 0 — 11 30	10 0 — 24 0	17	
91	Nov. 5.	11 0 — 14 0	11 0 — 14 0	113	Besonders in H sehr gleichmäßiger Rythmus in den Ausschlägen bis 10 γ. — Gegen $11^h 30^m$ schwaches Beben in Wels (Ober-Österreich).
92	Nov. 10.	8 30 — 13 0	10 30 — 12 0	58	Die Kurven sind auch sonst gestört (2—3).
93	Dez. 25.	18 0 — 19 0	14 0 — 22 0	15	

Tabelle IV.

Vergleich mit den gefühlten Beben.

a) Norden und Osten.

Datum	Zeit	Gegend	Char. d. Kurven	Bemerkungen
1903	h h			
31. Jan.	$0^{1/4}$ u. $3^{3/4}$	Krain	1	schwache Störungen
5. März	abends	Straubing	1	nichts
6. März	6	"	1	"
20. März	1 u. 6^{30}	Semmering und Weichselgebiet	1	$1^h 15^m$ einige Zacken
8. Juni	16^2	Ungarn, Siebenbürgen	1	geringe Unruhe
17. Aug.	8^{45}	Agram	1	nichts
31. Aug.	1^5	Krain	1	"
11. Okt.	1^{30} u. 2^{30}	Kroatien, Slavonien	1	$1^{10}-3^0$ ca. in H kleine Wellen. — Eine größere Fleckengruppe passiert den Sonnenmeridian.

Von den Beben an der sächsisch-bayerischen Grenze und im Vogtland sind fast niemals Anzeichen von direkten Stößen oder auch von magnetischen Einflüssen nachweisbar.

Vgl. noch oben: Nr. 3 (Galizien), Nr. 15 (Eger), Nr. 38 (Vogtland). Nr. 40 (Ober-Main und Saale), Nr. 48 (Fichtelgebirg und Böhmerwald), Nr. 62 (Vogtland), Nr. 73 (Vogtland), Nr. 74 (Vogtland), Nr. 80 (Waldmünchen und Ortlergebiet), Nr. 91 (Ober-Österreich).

b) Im Süden, Alpengebiet ev. Italien.

(Von letzterem Lande sind nur die stärkeren nachgesehen worden.)

Datum	Zeit	Gegend	Char. d. Kurven	Bemerkungen
3. Jan.	4^{57}	Chur, St. Gallen	1	Seit $4^h 30^m$ schwache Unruhe
4. Jan.	$6^{30}-7^{30}$	Italien	1	Schwache magn. Unruhe
14. Jan.	$3-4^{30}$	"	1	do., besonders in H
11. Febr.	?	Tirol (Oberinntal)	1	nichts
29. April	1 ca.	Hauptwarten Italiens etc. (vielleicht Asiat. Türkei)	1—2	seit 28. IV, 22^h etwas Unruhe
13. Mai	8—9	alle Hauptwarten Italiens	1	nichts
7. Sept.	8^2	Gemona (Urbino)	1	nichts
15. Sept.	4	Rigi u. Engadin	1	nichts
26. Sept.	23^{20}	Kanton Waadt	1	nichts
26. Nov.		Bulgarien	—	siehe oben Nr. 64
14. Dez.	23^{25}	Unteres Inntal, Zillertal auch Wallgau (Oberbayern)	1—3	nichts. 14. XII Größere Sonnenfleckengruppe im Meridian.

Vgl. oben auch: Nr. 28 u. 29 (Tirol, Pontresina), Nr. 50 (Italien), Nr. 87 (Tirol).

c) Im Westen.

Datum	Zeit	Gegend	Char. d. Kurven	Bemerkungen
1903	h h			
25. Jan.	?	Pfalz	1	18^h etwas Unruhe
26. Jan.	Vor- und Nachm.	"	1	schwache Störungen
28. Febr.	8	Pic du Midi	1	nichts
22. März	6^4	Pfalz	1	siehe Nr. 49
26. März	9	Friedrichshafen (Württ.)	1	nichts
29. März	21^{30}	Schwarzwald	1	nichts
2. April	9^7 u. 9^{30}	Hohenzollern u. Württemberg	1	nichts
14. April	0^{15}	Württemberg (Rottweil)	1	nichts
24. April	19^{12}	Straßburg i. E.	1	nichts
13. Juli	1^{42}	leicht Jungingen (Hohenzollern)	1	nichts
19. Juli	19	Pfalz	1—2	geringe Unruhe
5. Aug.	12^7	Hohenheim (Württemberg)	—	in D beginnt um 12^h eine Störung (2) bis 18^h In H Störung seit 12^h (2-3) bis nächsten Tag. Sehr kleine Gruppe nahe der Mitte der Sonne
20. Okt.	22^{36}	Hohenheim	1	nichts. Eine Sonnenfleckengruppe im Meridian
4. Dez.	12^{36}	Hohenheim	1	12^{40}—1^{40} leichte Unruhe mit spitzen Zäckchen.

Vgl. oben auch: Nr. 17 (Hechingen), Nr. 46 (Pfalz), Nr. 52 (Südfrankreich), Nr. 71 (Pfalz), Nr. 72 (Südfrankreich).

d) Entferntere Gegenden.

Datum	Zeit	Gegend	Char. d. Kurven	Bemerkungen
1903				
7. Jan.	8^h ca.	Andishan	1	nichts
21. Febr.	und folgenden Tag	starke Erdbeben mit Ausbrüchen des Vulkans Colima (Mexiko)	1—2	etwas gestört. Am 21. auch Fleckengruppe im Sonnenmeridian
5. März	1^h u. 5^h	do.	3	siehe oben Nr. 48. Keine Sonnenflecken
22. März	10^{30}	Ausbruch des Vulkans Soufrière m. Beben	—	siehe Nr. 49
20. Juli	11 ca.	Beben mit Ausbruch des Soufrière auf St. Vincent	1—2	geringe Unruhe

Datum	Zeit	Gegend	Char. d. Kurven	Bemerkungen
1903 27. Juli	früh	Ligurisch-Toskanisches Beben	2—3—4	In H Unruhe von 10^h an, stärker in D und H von 15^h an. Wenig Sonnenflecken.
11. Aug.	5^{30} h	heftiges Beben in Griechenland und östl. Mittelmeer	2—3	In H von 1^{30}—4^0 und 7^{30}—8^{20} und in D von 3^h—4^h und 6^h—9^h unruhiger. Eine kleinere Sonnenfleckengruppe im Meridian
13. Sept.	9^3	Rumänien, Bulgarien	1	nichts
23. Sept.	2^{45}	Algier	1	aber in D von 3^{30h}—4^{30} und in H von 4^0—5^0 zwei größere Ausbuchtungen.

Vgl. auch oben: Nr. 30 (Persien), Nr. 44 u. 45 (nach Leipzig, ostindischer Typus), Nr. 48 (Ausbruch des Colima in Mexiko mit Beben). Nr. 49, 51 und 53 (Asiat. Rußland), Nr. 64 (Bulgarien), Nr. 67, 68 und 70 (Rumänien), Nr. 78, 80 und 81 (Asiat. Rußland), Nr. 82 (England), Nr. 87 (östl. Mittelmeer).

Die Sonnenfleckentätigkeit und damit zusammenhängend die magnetische Tätigkeit ist im Jahre 1903 zwar in Zunahme begriffen, aber namentlich in der ersten Hälfte des Jahres ganz geringfügig gewesen. Die Wolf'schen Sonnenflecken-Relativzahlen (R) betrugen:

1901	2,7
1902	5,0
1903	24,4

Um einen Anhaltspunkt über die solaren Vorgänge zu haben, sind auch in den Tabellen II und III jeweilen die täglichen Relativzahlen (R) eingeschrieben[1]) und überdies ist angegeben, ob in der Nähe des Zentral-Meridians der sichtbaren Sonnenscheibe sich eine Fleckengruppe befindet.

[1]) Astr. Mitt. gegr. von R. Wolf. Nr. 95, Seite 153 (Sep.-Abdr. aus Vierteljahrschr. der Nat.-Ges. Zürich, Jahrg. 49, 1904).

Die in der zweiten Hälfte des Jahres beobachteten größeren Fleckengruppen sind auch alle um diese Zeit von magnetischen Störungen begleitet gewesen. Bei den Flecken des ersten Halbjahres, die allerdings auch nie eine besondere Größe erreichten, ist keine solche Koincidenz nachzuweisen, nämlich März 27., April 2., April 29. und Juli 7. Nur die beiden größeren Gruppen von Febr. 15. und April 8. hatten magnetische Störungen im Gefolge. Es bietet dies keine Verwunderung, da eben das Gesetz oder die Regel über das Auftreten der Sonnenflecken und der magnetischen Störungen bekanntlich keineswegs so allgemein und so einfach und auch nicht umkehrbar ist. Für unseren Zweck genügt dieser kurze Hinweis und es ist jetzt nur noch anzugeben, welche der oben aufgeführten magnetischen Störungen wohl mit einiger Wahrscheinlichkeit mit dem Sonnenfleckenphänomen in Zusammenhang stehend zu betrachten sind.

Von den 21 Störungen der Tabelle II stehen 12 mit den Sonnenvorgängen[1]), 9 mit Erdbeben[2]) (davon 2 zugleich mit der Sonne) zeitlich nahe, während zu zweien, nämlich Nr. 56 und 63 keines von beiden vorliegt.

Von den „rasch verlaufenden Störungen" der Tabelle III kommen bei 10 Sonnenflecken[3]) in Betracht, bei 14 Erdbeben[4]), davon bei 6 zugleich Sonnenflecken. Für 9[5]) sind weder von der Sonne noch von der Erde Vergleichsvorgänge vorhanden.

Von den größeren Störungen der Tabelle II sind Nr. 46 und 49 mit benachbarten Beben in der Rheinpfalz, von den kleineren der Tabelle III Nr. 71, 87 und 89 mit Beben in der

---

[1]) Es sind dies: Nr. 47 (Febr. 12), 54 (Juni 20), 55 (Juni 21), 57 (Sept. 27), 58 (Okt. 12), 59 (Okt. 31), 60 (Nov. 7), 61 (Nov. 18), 62 (Nov. 21), 64 (Nov. 26), 65 (Dez. 13) und 66 (Dez. 30).

[2]) Nr. 46, 48, 49, 50, 51 (?), 52, 53 (?), 62 und 64, letztere beide auch oben.

[3]) Nr. 75, 76, 77, 78, 80, 82, 87, 89, 91 und 92.

[4]) Nr. 67, 68, 70, 71, 72, 73, 74, 81 und zugleich mit der Sonne: 78, 80, 82, 87, 89 und 91.

[5]) Nr. 69, 79, 83, 84, 85, 86, 88, 90 und 93.

Pfalz, Tirol und dem Böhmer Wald zeitlich nahe. Zu den häufigen Beben im Vogtland, die ja teilweise nach Nordbayern noch fühlbar hinübergreifen, läßt sich nur selten eine Aufzeichnung der magnetischen Kurven herbeiziehen. Es kommen hiebei nur die Nr. 47 und 48 der Tabelle II und die Nr. 73 und 74, in Frage. Es dürften aber wohl bei diesen auch nur zufällig die Zeiten übereinstimmen, um so mehr als bei einigen Beben auch nur unbestimmte Zeitangaben vorliegen und überdies eine genaue Vergleichung aller übrigen Vogtländischen Beben[1]), die manchmal ja ziemlich heftig waren, keinen Anhaltspunkt lieferten, wonach Erdströme aufgetreten seien. Es ist daher der Schluß gerechtfertigt, daß die Vogtländischen Erdbeben keine magnetischen Wirkungen außerhalb des Schüttergebietes hervorbringen. Innerhalb desselben können sie auch nur äußerst gering gewesen sein, da auf besondere Anfrage von Prof. Credner bei den Telegraphenämtern nie irgend welche Wahrnehmungen gemacht worden sind.

Dagegen scheinen mir die oben angeführten Beben der Rheinpfalz und des Alpengebiets mit den beobachteten magnetischen Störungen in einem gewissen Zusammenhang zu stehen.

Die übrigen Beben der Tabelle II, welche mit magnetischen Störungen zusammenfallen, sind weiter entfernt, wie Nr. 50 (Italien), 52 (Frankreich), 64 (Bulgarien) oder gar 53 (Asien). Bei 51 wird neben Erdbeben in Mexiko noch ein Vulkanausbruch daselbst gemeldet, das gleiche gilt von Nr. 49 (Antillen), zu welcher Zeit auch Erschütterungen in der Rheinpfalz stattfanden. Es erscheint nicht ausgeschlossen, daß hierbei ein Zusammenhang besteht, man müßte aber hierfür erst ein größeres Material von anderen magnetischen Observatorien zur Verfügung haben.

---

[1]) Verglichen wurden insbesondere: Credner H., Der Vogtländische Erdbebenschwarm vom 13. Febr. bis 18. Mai 1903. Abh. d. Sächs. Ges. der W., Bd. XXVIII, Nr. VI, Leipzig 1904 und Etzolds Erdbebenberichte in den Berichten dieser Gesellschaft 1903, Seite 296—321 und 1904 Seite 289—295.

Bei den kleinen magnetischen Störungen der Tabelle III wären besonders Nr. 70 (Rumänien), 72 (Italien und Südfrankreich) zu nennen, aber auch bei diesen sind die Bebenherde schon zu weit entfernt, als daß man sicher eine Beziehung annehmen könnte, noch mehr ist dies bei den übrigen Störungen der Fall.

Von den 45 Störungen „mechanischen Charakters“ der Tabelle I lassen sich nur 10 mit einiger Sicherheit mit bekannten Erdbeben in Zusammenhang bringen, eine immerhin beträchtliche Zahl, wenn man bedenkt, daß fühlbare Beben in München während des Jahres 1903 überhaupt nicht vorgekommen sind. Die übrigen sind aber Störungen mit ganz kleinen Amplituden, die nur während der Ruhezeit des Trambahnbetriebes wahrgenommen werden konnten. Sie können aber auch sehr kleine rasche Bewegungen magnetischen Ursprungs darstellen, mit wenigen Sekunden Schwingungszeit, so daß die einzelnen Phasen wegen der zu langsamen Bewegung des Papiers nicht getrennt werden können, die man eben erst mit den hochempfindlichen Feinregistrierungen trennen kann. Einige größere Ausschläge jedoch, so besonders Nr. 7 und 8 (Febr. 10.!), Nr. 9 (Febr. 14), Nr. 18 (April 2.), Nr. 23 (April 18.), Nr. 25 (Juni 16.!), Nr. 33 (Okt. 17.!) und Nr. 35 (Nov. 14.!) müssen wohl als rein lokale Beben angesprochen werden, da die Art der Amplituden und das Aussehen des Ausschlages nicht von magnetischen Störungen herrühren können. Es wäre also darnach zu schließen, daß unsere Gegend doch nicht so ganz erdbebenarm ist, wie man nach den direkten Wahrnehmungen folgern muß, ein Resultat, das ja durch die Aufstellung eines Wiechertschen Pendelseismometers nunmehr bald verifiziert werden kann. Bei neun Aufzeichnungen liegen Vergleichsbeben vor, welche besonders den Zusammenstellungen der Hauptstationen für Erdbebenforschungen in Straßburg i. E. und Hamburg entnommen worden sind.

Zu Nr. 17—19 sind Beben in Hechingen und auf der Alb, zu Nr. 28 und 29 in Tirol und der Schweiz allerdings ohne genaue Zeitangabe bekannt. Die Nr. 15, 38, 40 lassen sich mit Vogtländischen Beben in Beziehung bringen, es dürfte aber ein Zusammenhang doch wohl ausgeschlossen sein, ins-

besondere da andere, viel stärkere Beben nicht gefühlt worden sind und auch die Zeitangaben teilweise mangeln. Nr. 3 ist mit dem Beben in Galizien gut zu verifizieren. Bei den entfernten Beben zu Nr. 30 in Persien fehlt die Zeit; dagegen sind zu Nr. 44, 45 die Seismometerangaben fast sämtlicher Erdbebenstationen in guter Übereinstimmung.

Es mag auffallen, daß fast sämtliche Erschütterungsangaben in die Nachtstunden fallen. Es rührt dies daher, daß diese kleinen Bewegungen eben erst dann erkannt werden können, wenn der Trambahnbetrieb aufgehört hat. Ob diese Erzitterungen in der gleichen Anzahl und der gleichen Weise auch unter Tags vorkommen, kann daher nicht angegeben werden. Hierüber kann eben erst der eigentliche Seismometer Auskunft erteilen.

Pulsationen und Ausbuchtungen der Kurven.

Bei der Durchsicht der Kurven fallen, besonders an sonst ganz ruhigen Tagen, öfter kleine Erzitterungen auf, die in Form von Sinuslinien sich darstellen. Die Amplituden überschreiten kaum 2 mm, d. h. die Schwankungen gehen in Deklination höchstens bis etwa 3' und bei der Horizontalintensität bis 15 γ. Häufig sind die Oscillationen nahe gleich groß, es kommt aber auch vor, daß sie allmählig bis zu einem maximalen Ausschlag zunehmen und dann wieder abnehmen. Die Schwingungsdauer einer Oscillation liegt ungefähr zwischen 1^m und 6^m; eine genauere Zeitbestimmung läßt sich wegen der langsamen Bewegung des Uhrwerkes nicht angeben. Die Anzahl der Schwingungen ist ebenfalls ganz verschieden, oft sind es nur wenige, manchmal aber auch 20 und noch mehr, dementsprechend kann ihre Dauer von wenigen Minuten bis über eine Stunde schwanken. Meist spielt sich jedoch diese Bewegung in 10^m bis 20^m ab.

Soweit dies Phänomen beurteilt werden kann, ist es mit den von Dr. van Bemmelen[1]) bezeichneten Pulsationen und

[1]) van Bemmelen W., Erdmagnetische Pulsationen. Sonderdruck

wohl meist auch mit den von Dr. Arendt[1]) erwähnten *m*-strichförmigen Bewegungen identisch. Ich habe daher die Bezeichnung van Bemmelens benützt.

Eine andere Form von kurz andauernden Störungen der ruhigen Kurven sind kleinere und größere Ausbuchtungen. Sie unterbrechen den normalen Gang durch eine bogenförmige Linie, wonach die Kurve wieder ihre alte Richtung fortsetzt.

Tabelle Va.

Pulsationen.

Jährliche Verteilung.

Monat	Dekl.				Hor.-Int.				Gleichzeitig in D und H
	↓	→	↑	Summe	↓	→	↑	Summe	
1903									
Jan.	3	11	3	17	1	25	15	41	12
Febr.	6	12	4	22	—	12	13	25	19
März	6	14	8	28	6	28	19	53	17
April	1	12	2	15	1	15	9	25	12
Mai	4	9	4	17	1	14	6	31	12
Juni	1	19	1	21	1	19	3	23	19
Juli	—	13	1	14	1	17	4	22	12
Aug.	1	1	2	4	2	7	2	11	2
Sept.	1	4	4	9	1	6	3	10	8
Okt.	3	2	3	8	—	3	3	6	3
Nov.	1	—	1	2	1	2	4	7	2
Dez.	—	2	2	4	—	14	13	27	4
Summen	27	99	35	161	15	172	94	281	122

aus Natuurk. Tijdsch. voon Nederlandsch-Indië. Deel LXII, Seite 71—88 mit 1 Tafel, 1902.

[1]) Arendt Th., Beziehungen der elektrischen Erscheinungen unserer Atmosphäre zum Erdmagnetismus. Das Wetter, 13. Jahrg., Seite 241—253 und 265—280, 1896.

Pulsationen.

Tägliche Verteilung. Tabelle V b.

Stunde	Dekl.				Hor.-Int.			
	↓	→	↑	Summe	↓	→	↑	Summe
h h								
0— 1 a	2	16	8	26	1	18	16	35
— 2	1	21	7	29	2	18	10½	30½
— 3	1	21	4	26	—	16	6	22
— 4	1	11	4	16	—	12	2	14
— 5	1	8	1	10	1	6	1	8
— 6	—	2	—	2	—	2	—	2
— 7	—	—	—	—	—	2	—	2
— 8	—	—	—	—	—	—	—	—
— 9	—	1	—	1	—	3	—	3
—10	—	1	—	1	—	3	—	3
—11	—	—	—	—	—	5	1	6
—12 M	—	—	—	—	1	3	—	4
— 1 p	—	—	—	—	—	3	—	3
— 2	—	—	—	—	—	2	1	3
— 3	—	—	—	—	1	4	—	5
— 4	—	—	—	—	—	7	—	7
— 5	—	—	1	1	1	6	1	8
— 6	1	—	—	1	1	6	3	10
— 7	2	1	—	3	1	9	—	10
— 8	2	—	1	3	—	7	7	14
— 9	4	—	2	6	2	9	9	20
—11	7	2	3	12	1	12	11½	24½
—12	3	7	2	12	1	12	12	25
— MN	2	8	2	12	2	7	13	22
Summen	27	99	35	161	15	172	94	281

Ausbuchtungen.

Jährliche Verteilung. Tabelle VI a.

Monat	Dekl.			Hor.-Int.			
	↓	↑	Summe	↓	↑	Summe	Davon gleichzeitig in D u. H
1903							
Jan.	27	10	37	18	20	38	26
Febr.	17½	7	24½	6	15	21	19
März	21½	9½	31	6	21	27	24
April	14½	13½	28	9	22	31	19
Mai	18½	4	22½	6	17	23	22
Juni	3	7	10	2	9	11	10
Juli	14½	3½	18	5	13	18	18
Aug.	13½	5½	19	4	16	20	19
Sept.	13½	8	21½	10	21	31	21
Okt.	9	5	14	6	9	15	13
Nov.	11½	1	12½	3	11	14	12
Dez.	18	7	25	11	12	23	22
Summen	182	81	263	86	186	272	225

Tabelle VI b.

Ausbuchtungen.

Tägliche Verteilung.

Stunde	Dekl.			Hor.-Int.		
	↓	↑	Summe	↓	↑	Summe
h h						
0— 1 a	9	10	19	10	16½	26½
— 2	6¾	12¾	19½	1	19	20
— 3	2¾	8¾	11½	4	9½	13½
— 4	—	4½	4½	2	5	7
— 5	½	6½	7	4	4	8
— 6	2	2½	4½	3	2½	5½
— 7	1½	1½	3	2	1½	3½
— 8	1½	—	1½	1	1	2
— 9	1	—	1	—	—	—
—10	1	—	1	—	—	—
—11	½	1	1½	2	—	2
—12 M	2	1½	3½	3	1	4
— 1 p	1½	—	1½	½	—	½
— 2	1½	—	1½	1½	—	1½
— 3	4	½	4½	3	1	4
— 4	½	1	1½	½	—	½
— 5	1½	½	2	½	1	1½
— 6	8	—	8	1½	7	8½
— 7	16	1	17	6½	8	14½
— 8	20½	4½	25	7	18½	25½
— 9	27	1	28	8	16	24
—10	27¾	1¼	29	6	22	28
—11	24½	9	33½	13	25½	38½
— MN	23¾	10¼	34	6	27	33
Summen	182	81	263	86	186	272

Die Ausschläge können in Deklination von weniger als 1′ bis 20′ und mehr gehen, analog bei der Horizontalintensität von einigen γ bis über 80 γ, entsprechend ist die Dauer zwischen wenigen Minuten und mehr als zwei Stunden gelegen. Man kann flache und steile Bogen, bei zunehmenden und abnehmenden Elementenwerten unterscheiden. Es kommt auch vor, daß Zu- und Abnahme sich wellenartig wiederholen; das wichtigste dabei ist, daß nach Verlauf der Störung der normale Gang wieder einsetzt. Häufig sind damit auch die oben beschriebenen Pulsationen verbunden.

Um nun einen ersten Überblick über die Häufigkeit dieser Störungen zu erhalten, ist in den Tabellen V und VI die monatliche und stündliche Anzahl ausgeschieden worden, dabei ist für die Pulsationen unterschieden, ob die Kurve ganz ruhig war, also gleichmäßig verlief (→), oder ob eine Zunahme (↑) bezw. Abnahme (↓) der betreffenden magnetischen Elemente stattfand. Bei den Ausbuchtungen wird unterschieden, ob zuerst eine Zunahme (↑) oder eine Abnahme (↓) stattfindet. Wenn eine Ausbuchtung in zwei aufeinanderfolgenden Stunden fiel, ist in der Tabelle für jede Stunde $^1/_2$ eingeschrieben worden, bei mehr als zwei Stunden mußten noch $^1/_4$ gebucht werden.

Die Pulsationen treten in überwiegender Mehrheit bei ganz ruhigen Kurven auf und sind bei der Horizontalintensität häufiger als bei der Deklination. Doch sind sie auch bei zunehmender Intensität noch recht zahlreich, was zum Teil mit den gleichzeitigen Ausbuchtungen zusammenhängt. Ein großer Prozentsatz der Pulsationen findet fast gleichzeitig in beiden Koordinaten statt. Zuweilen kommt es auch vor, daß das eine Element Pulsationen zeigt, während bei dem anderen zur gleichen Zeit eine kleine, meist ganz flache Ausbuchtung auftritt.

Die Ausbuchtungen finden fast immer gleichzeitig in beiden Koordinaten statt. Dabei ist in mehr als zweidrittel Fällen der Sinn der Ausbuchtung der gleiche wie der der säkularen Variation; d. h. bei der Deklination überwiegt die Abnahme der westlichen Deklination und bei der Horizontalintensität die Zunahme der Intensität. Während der gewöhnlichen Störungen der Horizontalintensität findet fast immer das Gegenteil statt, nämlich eine starke Abnahme der Intensität; bei der Deklination hingegen ist der Sinn in beiden Fällen der gleiche.

In dem hier untersuchten Jahre 1903 sind in der ersten Hälfte des Jahres mehr Pulsationen aufgezählt worden, als in der zweiten; auch bei den Ausbuchtungen ist dieser Unterschied, wenn auch weniger ausgesprochen, angedeutet, was man am besten aus den Summen der Vierteljahre sieht:

	Pulsationen		Ausbuchtungen	
	D	H	D	H
I. Quartal	67	119	92	86
II. „	53	79	60	65
III. „	35	43	58	69
IV. „	14	40	51	52

Ob dieser Gang nur zufällig ist, oder ob er etwa mit der Zunahme der allgemeinen Störungen zusammenhängt, läßt sich während eines so kurzen Zeitraumes nicht entscheiden; für die Pulsationen ist aber auch in den von Bemmelen und Arendt veröffentlichten Reihen keine jährliche Periode zu erkennen.

Anders verhält es sich mit der Verteilung unter Tags. Hier fand Arendt ein Maximum zwischen $9^{1}/_{2}$ p und $10^{1}/_{2}$ p für die Jahre 1890—94; Bemmelen (1892—98) und für Zi Ka Wei (1897, 1900) ein Maximum zwischen 0^{a} und 1^{a}. Diese letztere Zeit ergibt sich auch aus dem vorliegenden Material von München für 1903. Bei den Ausbuchtungen hat das Maximum etwas vor Mitternacht stattgefunden, also zeitlich nur um weniges verschieden. Es ist klar, daß eine solch ausgesprochene tägliche Periode nur in terrestrischen Erscheinungen ihren Ursprung haben kann und man wird nicht fehl gehen, wenn man ihn in den elektrischen Vorgängen der Atmosphäre sucht. Alle hierher gehörigen Erscheinungen, wie z. B. die Halophänomene[1]), deuten auf einen innigen Zusammenhang mit den Polarlichtern hin, deren tägliche Periode für die meisten Orte der Erde ein Maximum ein bis zwei Stunden vor Mitternacht aufweist. Man braucht hiebei gar nicht an die besonders glänzenden, mit blossen Augen sichtbaren Erscheinungen zu denken, da ja Wiechert[2]) nachweisen konnte, daß die Erde in unseren Breiten auf weiten Gebieten mit einer in Polarlicht leuchtenden Schicht überdeckt ist. Die wechselnden Vorgänge

[1]) Messerschmitt J. B., Über Halophänomene. Ann. der Hydr. und Mer. Met., 28. Jahrg., S. 32—41, 1900 und Met. Zeitschr., 18. Jahrgang, S. 120—131, 1901.

[2]) Wiechert E., Polarlichtbeobachtungen in Göttingen. Met. Zeitschr., 19. Jahrg., S. 315—316, 1902.

dieses Phänomens können wohl imstande sein, die Magnetnadel in der hier beschriebenen Weise zu beeinflußen.

Man kann daher die wichtigsten Resultate der vorstehenden Untersuchungen in die folgenden Sätze zusammenfassen:

1. Die Gewitter rufen keine Veränderungen in dem Magnetismus der Erde hervor. Es verursachen nur manchmal die stärkeren Entladungen naher Gewitter ein schwaches Erzittern der Nadeln.

2. Die Erdbeben können auf zweierlei Weise die Registrierungen der magnetischen Elemente beeinflussen; einmal durch mechanische Erschütterung der Instrumente, wodurch die Nadeln in Eigenschwingungen versetzt werden, ohne daß damit eine magnetische Wirkung verbunden ist. Dann aber treten auch, in gewissen Fällen sogar recht starke, magnetische Störungen auf, die zum Teil wohl mit vulkanischen Vorgängen zusammenhängen. Diese können am besten durch Erdströme erklärt werden.

3. Im allgemeinen hat man es in München mit entfernten Erdbeben zu tun, deren Ursprung außerhalb des Landes liegt. Es kommen aber auch öfter, als man bisher vermutete, schwache lokale Beben vor.

4. Häufig wird der ruhige Gang der magnetischen Kurven durch magnetische Störungen besonderer Art, sog. Pulsationen und Ausbuchtungen, unterbrochen. Diese scheinen mit luftelektrischen Vorgängen, insbesondere auch mit den Polarlichtern in naher Beziehung zu stehen und zeigen daher eine ausgesprochene tägliche Periode.

Das Eruptivgebiet zwischen Weiden und Tirschenreuth und seine kristalline Umgebung.

Ein Beitrag zur Kenntnis der kristallinen Schiefer.

Von Pfarrer **Glungler** in München.

(Eingelaufen 18. Mai.)

Einleitung.

Das Eruptivgebiet zwischen Weiden und Tirschenreuth kann in Verbindung mit seiner kristallinen Umgebung als eine petrographische Provinz betrachtet werden. Sowohl die geotektonischen wie die petrographischen Verhältnisse dieses Distrikts berechtigen zu der Zusammenfassung aller einzelnen Gebirgsglieder desselben zu einer Art Einheit. Das ostbayerische Grenzgebirg, welches von der Donau bis zum Fuß des Fichtelgebirgs in der Richtung von SO nach NW hinstreicht, gliedert sich naturgemäß in den Bayerischen und in den Oberpfälzer Wald.

Der Oberpfälzer Wald wird im Süden von der Chambeintiefung, im Norden von der Gebirgseinsenkung zwischen Erbendorf, Wiesau, Waldsassen und Eger, im Westen von der Talung der Naab und im Osten von der Kammhöhe des bayerisch-böhmischen Waldgebirgs begrenzt. Es ist augensichtlich, daß der Oberpfälzer Wald ein in sich geschlossenes Ganzes bildet, dessen Ausläufer nach Böhmen hinein sich allmählich abdachen. Es kann aber auch keinem Zweifel unterliegen, daß dieses in sich geschlossene Gebirgsglied in zwei

von einander wohl unterscheidbare Teile zerfällt. Zwei Hauptrichtungen sind es, welche das ganze „herzynische Gebirgssystem“ beherrschen. Es ist die Richtung von SO nach NW, wie sie sich in der Sudetenkette und im bayerisch-böhmischen Waldgebirge ausprägt und die Richtung von SW nach NO, wie sie in der Längserstreckung des Erzgebirgs und des mährischen Mittelgebirgs sich darstellt.

Diese beiden Hauptdirektionslinien begegnen sich innerhalb des Oberpfälzer Waldes unweit Vohenstrauß, wo sie gleichsam stehen bleiben und miteinander ringen. Der Erfolg aber ist der Umschlag der einen in die andere Richtung. Eine Linie von Luhe nach Tachau gezogen, bezeichnet die ungefähre Grenze. Herrscht nördlich dieser Linie in der Schichtenstellung des Gebirges die Richtung des Erzgebirgssystems vor, so führt südlich derselben die Richtung der Sudetenkette die unbedingte Vorherrschaft.

Aber nicht bloß die geologischen, sondern auch die lithologischen Verhältnisse veranlassen und motivieren die angeführte Teilung. Anders sind die granitischen Massen des Tirschenreuther Waldes, anders diejenigen des Naabgebirges. Der „Schuppengneis“, welcher das Granitmassiv zwischen Weiden und Tirschenreuth umgrenzt, ist allerdings mit dem benachbarten „Dichroitgneis“ viel näher verwandt, als es nach der Darstellung Gümbels scheinen möchte; aber gewisse habituelle und strukturelle Merkmale lassen doch einen Unterschied zwischen diesen beiden Gneisvarietäten nicht verkennen. So ist die Grenzlinie Luhe—Tachau wie eine Direktionslinie in geotektonischer so auch eine Demarkationslinie in petrographischer Hinsicht und das Gebiet, welches zur Untersuchung gestellt ist, kann mit Recht als eine petrographische Provinz bezeichnet werden.

Die Hauptmasse unter den Eruptivgesteinen dieses Distrikts bildet zweifellos der Granit. Ihm gegenüber spielen alle andern eruptiven Felsarten nur eine untergeordnete Rolle. Der Granit beherrscht nicht bloß den Untergrund, sondern auch die Oberflächenbeschaffenheit. Das Relief des Bodens ist ganz

wesentlich durch den Charakter dieser Gesteinsart bedingt. Die ganze Gegend muß als der Typus einer Granitlandschaft bezeichnet werden, wie sie im Mittelgebirg ausgebildet zu sein pflegt. Überall findet man kuppel- und domförmige Erhebungen; überall sanfte Gehänge und breite Rücken. Nirgends ist die Neigung des Untergrundes der Art, daß sie den Tagewässern jene Stoßkraft zu verleihen vermöchte, welche der Erosion einen Vorsprung vor der Verwitterung ermöglicht. Die Waldnaab zieht in mäandrischen Windungen um und durch das Granitmassiv mit seinen Ausläufern. Die Schlattein und die sonstigen kleineren Bäche halten ein sehr mäßiges Tempo in ihrem Lauf ein. In den Niederungen trifft man nicht selten Weiher und kleine Seen.

Neben dem Granit treten aber auch basischere Mischungen in größerer oder geringerer Mächtigkeit auf. Syenitische und dioritische Gesteine erscheinen an verschiedenen Lokalitäten. Ja selbst Gabbro und Peridotit finden sich hin und wieder. Auch effusive Bildungen sind vertreten. So durchbricht der Quarzporphyr in bald größeren, bald kleineren Kuppen den „Schuppengneis".

Auch diese Gesteinstypen sind in ihrer Eigenart nicht ohne Einfluß auf die Bodenkonfiguration. So verdankt der Nikolaiberg bei Floß seine Höhe der Widerstandsfähigkeit des serpentinisierten Peridotits gegen die Einwirkung der Atmosphärilien, während die tiefe Einfurchung des Tales zwischen der Almesbacher Mühle und Theiseil in ursächlichem Zusammenhang mit den tektonischen Erschütterungen steht, welche die verschiedenen Quarzporphyrausbrüche als natürliche Begleiterscheinungen im Gefolge hatten. Im allgemeinen aber ist das Landschaftsbild durch die Vorherrschaft des Granits bestimmt.

Schließlich begegnet man auch allenthalben der dem stark vorwaltenden Gestein entsprechenden Ganggefolgschaft. Aplite und Pegmatite breiten sich in reichlicher Entwickelung aus. Es sind also hier nicht bloß die chemisch verschiedensten Gesteinsfamilien, sondern auch alle Arten der Eruptiv-

bildungen auf einem verhältnismäßig beschränkten Raum vereinigt. Es kann dies nicht auffallend erscheinen. Die Peridotite müssen ja als Grenzformen der Gabbrogesteine gelten. Granite und Gabbroarten sind auch sonst nicht selten vergesellschaftet. Zudem ist die Bildung von Gesteinen vom hypersauern bis zum ultrabasischen Pol hier durch die örtlichen Verhältnisse besonders veranlaßt.

Spaltungsprozesse, so schreibt Weinschenk in seinen Grundzügen der Gesteinskunde, Spaltungsprozesse in mächtigen Eruptivmassen führen oft zu einer ganz allmählichen Änderung des Gesteinscharakters, welche vom Zentrum gegen die Peripherie hin allseitig verfolgt werden kann. So tritt nicht selten die Erscheinung auf, daß der Kern eines granitischen Stockes aus einem an Plagioklas armen Zweiglimmergranit besteht, welcher durch Abnahme des lichten Glimmers und gleichzeitige Zunahme von Plagioklas zu einem normalen Biotitgranit wird. Weiterhin entwickelt sich ein plagioklasreicher Amphibolgranit, der in einen Quarzdiorit und durch Zurücktreten des Quarzes in Diorit übergeht; schließlich können selbst gabbroähnliche Gesteine die äußeren Zonen eines solchen Granitstockes einnehmen, ohne daß dabei die geologische Einheitlichkeit des ganzen Gebildes verloren geht. Man bezeichnet alle diese Modifikationen als Fazies des Granites. Besonders weitgehend pflegen solche Modifikationen dort entwickelt zu sein, wo kieselsäurereiche Gesteine, z. B. Granite, kalkreiche Gesteine durchbrechen."

Es wird sich im Laufe der folgenden Untersuchungen zeigen, wie zutreffend diese Darlegung gerade für unser Gebiet ist. Hier aber soll schon bemerkt sein, daß die genannten Gesteinstypen nicht bloß durch lückenlose Übergänge enge miteinander verbunden sind, sondern ihre Blutsverwandtschaft auch durch ihren mineralischen Bestand deutlich bekunden. Die mikroskopische Untersuchung, welche durch die chemische Analyse vollauf bestätigt wird, zeigt in all diesen Gesteinen einen ungewöhnlich hohen Gehalt an Titansäure auf. Es darf deshalb wohl als höchst wahrscheinlich angesehen werden,

daß alle diese Gesteinsfamilien einem Magmabassin entstammen.

In engster Verknüpfung mit den Eruptivgesteinen stehen die kristallinischen Schiefer der Umgebung. Diese Schiefer beteiligen sich sehr wesentlich an dem Aufbau des ganzen Gebirges. Fast alle Glieder dieser eigenartigen Bildungen kommen hier zu einer mehr oder weniger mächtigen Entwickelung. Da, wo sie die weiteste Entfaltung erreichen, zeigen sie auch die gesetzmäßige Reihenfolge, welche man anderwärts vielfach konstatiert hat. Wohl ist zuweilen der „Gneis" unmittelbar von „Glanzschiefer" überlagert, anderwärts aber schreitet die Entwicklung in strenger Gesetzmäßigkeit vom „Gneis" durch „Glimmerschiefer" zum „Phyllit", an den sich der Tonschiefer anschließt. Die Verbindung der Eruptivgesteine und der krystallinen Schiefer ist aber eine so nahe, daß man von ihr allein schon ziemlich sichere Schlüsse auf Natur und Entstehungsart der letzteren ziehen kann. Nimmt man dann noch die ganze Erscheinungsweise der Schiefer hinzu, so gewinnt man hinreichende Anhaltspunkte zu einer richtigen Beurteilung derselben. Die ganze sogenannte archäische Formationsgruppe liegt wie ein aufgeschlagenes Buch vor unsern Augen und drinnen steht gar manches bedeutsame Wort über die Genesis dieser sogenannten kryptogenen Gesteine. Wohl müssen die einzelnen Blätter dieses Buches manchmal gar unsanft umhergeworfen worden sein. Kataklastische Erscheinungen sind hier keine Seltenheit; aber niemals gewinnen dieselben eine solche Ausdehnung und Intensität, daß über die genetischen Beziehungen ernstliche Zweifel entstehen könnten.

Das Eruptivgebiet zwischen Weiden und Tirschenreuth bietet mit seiner kristallinen Umgebung sowohl in geologischer wie petrographischer Hinsicht eine Menge höchst interessanter Erscheinungen. Die Ergebnisse der Seigerung und magmatischen Spaltung liegen vor Augen. Gesteinsverwitterung und Gesteinszersetzung lassen sich deutlich in ihrer Verschiedenheit erkennen. Der Umfang der postvulkanischen Prozesse schließt sich vor unsern Blicken auf. Die Prozesse der Kaolinisierung

und Saussüritisierung, der Serizitisierung und Serpentinisierung wie der Talkbildung haben hier ihre Spuren hinterlassen. Nichts aber scheint so beachtenswert und lehrreich zu sein, als die Wechselbeziehungen zwischen den Eruptivgesteinen und den kristallinischen Schiefern, wie sie hier zutage treten. Ihnen sollen denn auch die folgenden Untersuchungen vorzugsweise gewidmet sein.

Das Problem der kristallinischen Schiefer ist ja wohl vielfach behandelt worden. Aber es hat seinen Reiz noch nicht verloren. Man wird auch nicht sagen können, daß es bereits gelöst sei. Mit Recht erklärt Rosenbusch (Elemente der Gesteinslehre 1901, S. 478): „In keinem Gebiet der Gesteinslehre begegnet eine präzise Darstellung unserer Kenntnisse und ihre logische Ordnung solchen Schwierigkeiten, wie bei den kristallinen Schiefern. Es fehlt allenthalben an der nötigen Klarheit der Begriffe und damit der Nomenklatur. Eine solche wie durch einen Schöpfungsakt hervorzuzaubern, ist untunlich; sie muß und wird sich historisch entwickeln mit fortschreitender allgemeiner Erkenntnis und dann aus dem gefühlten Bedürfnis herauswachsen.“ Als eine Lösung des Rätsels will die folgende Abhandlung selbstverständlich nicht gelten. Aber als ein Beitrag zur Lösung desselben wird sie wohl bezeichnet werden dürfen.

Bevor indes in die Erörterung des Wechselverhältnisses zwischen den Eruptivgebilden und ihrer kristallinen Umgebung eingetreten werden kann, sind die beiden Hauptklassen der Gesteine, wie sie sich in unserm Gebiet finden, näher zu betrachten und zu schildern. Eine erschöpfende und abschließende Darstellung aller Verhältnisse ist dabei ebenso unmöglich als unnötig. Sie ist unmöglich, weil z. Z. noch nicht hinreichend gute Aufschlüsse vorhanden sind und sie ist unnötig, weil in dem Rahmen dieser Arbeit nicht sowohl die vorhandenen Gesteine an sich, als ihre gegenseitigen Beziehungen zu einander besprochen werden sollen. So unvollständig jedoch das gesammelte Beobachtungsmaterial auch sein mag, so erscheint es

doch genügend, um auf Grund desselben an die Erörterung der eigentlichen Kernfrage herantreten zu können.

Der Oberpfälzer Wald wurde bereits durch Gümbel eingehend beschrieben, auch der Zusammenhang zwischen den eruptiven Bildungen und den sie umgebenden Schiefergesteinen wurde von ihm ausführlich behandelt. Es wird sich aber zeigen, daß die Gesteinsbeschreibung dieses hervorragenden Forschers teils der Ergänzung, teils der Korrektur bedarf und daß seine Theorie über die kristallinen Schiefer doch wohl als antiquiert betrachtet werden muß. Um indes Mißverständnisse zu verhüten und allenfallsigen Verwechselungen vorzubeugen, soll bei der folgenden Darstellung die von ihm angewandte Terminologie zunächst beibehalten und nur am Schluß der Schilderung der einzelnen Gesteine und ihrer Wechselverhältnisse die abweichende Auffassung zum Ausdruck gebracht werden.

Für die mühevolle Kontrollierung und mannigfache Förderung der Arbeit spreche ich Herrn Professor Dr. Weinschenk, für die freundliche Zuweisung und Überlassung der einschlägigen Literatur Herrn Professor Dr. von Groth meinen verbindlichsten und wärmsten Dank aus.

Beschreibung der Gesteine.

Granit.

Das Granitmassiv des Tirschenreuther Waldes wird der Hauptmasse nach durch eine Linie begrenzt, welche Tirschenreuth, Falkenberg, Neuhaus, Wildenau, Plößberg, Iglersreuth, Schwarzenbach und Liebenstein miteinander verbindet. Gegen Süden springen zwei Ausläufer auf weite Entfernung vor. Der westliche, schmälere streicht gegen Leuchtenberg hin, der östliche, breitere reicht bis Neuenhammer und Georgenberg. Im Norden tritt bei Leugas ein kleiner, isolierter, granitischer Eruptivkörper zutage. Auch gegen Osten treten einzelne Granitkuppen von größerer oder geringerer Mächtigkeit hervor. Das Gesteinsmaterial dieses mächtigen Granitstockes mit seinen verschiedenen Abzweigungen

gehört zu den Zweiglimmergraniten. Es ist nicht sehr mineralreich, aber doch immerhin mineralreicher, als es nach der Darstellung Gümbels scheinen möchte.

Neben der bestimmenden Mineralkombination Quarzalkalifeldspat und Plagioklas erscheinen als glimmerige Gemengteile Biotit und Muskovit in wechselndem Verhältnis. Als Nebengemengteile finden sich fast allgemein Apatit, Zirkon und Eisenerze. An Übergemengteilen sind Titanit, Turmalin und Andalusit vorhanden. Sehr häufig trifft man Chlorit. Auch Sillimanit ist weit verbreitet. Rutil und Anatas scheinen nur Sekundärprodukte zu sein. Dagegen ist in manchen Gesteinen Hussakit als primärer Gesteinskomponent mit Sicherheit nachzuweisen.

Von den Alkalifeldspaten sind Orthoklas, Mikroklin, Albit, Perthit und Mikroklinperthit vertreten. Der Orthoklas zeigt bezüglich der Ausbildungsweise, des Glanzes und der Spaltbarkeit die in normalen Graniten gewöhnlich zu beobachtenden Erscheinungen. Er hat wie in allen Tiefen- und Ganggesteinen dieses Gebietes graulich weiße Farbe. Vielfach erkennt man jedoch deutlich einen Stich ins Bläuliche. Besonders in den Gesteinen von Altenhammer, Flossenbürg und Versdorf besitzt er eine ausgesprochen bläuliche Färbung. Der Mikroklin ist ein nicht seltener Gemen gteil Sind auch die triklinen Feldspate mit doppeltem Lamellensystem nicht alle als Mikrokline zu betrachten, so ist in vielen Schliffen jener Kalifeldspat durch die eigenartige Durchkreuzung der nach dem Albitgesetz gebildeten Lamellen so deutlich charakterisiert, daß Zweifel an seiner Identität nicht aufkommen können. Besonders reich an diesem Mineral ist der Granit von Falkenberg. Auch in den granitischen Gesteinen von Leugas und Liebenstein ist es häufig zu finden. Albit ist als selbständiges Gesteinselement sehr selten. In dem Granit von Münchsgrün konnte er jedoch mit Sicherheit nachgewiesen werden. Hier erscheint er sowohl in einzelnen Kristallen als auch als äußerste isomorphe Schicht auf zonar struierten Plagioklasen. Auch in dem Granit von Ellenfeld

ist Albit anwesend. Sehr häufig findet man ihn in perthitischer Verwachsung mit anderen Alkalifeldspaten. Besonders sind die Mikrokline oft mit Albitadern reichlich durchtrümt. An Kalknatronfeldspaten ist das ganze Massiv durchaus nicht arm. Sehr häufig beobachtet man Albit-Oligoklas und Oligoklas-Andesin. Makroskopisch sind sie von den Alkalifeldspaten meist kaum zu unterscheiden. Ihre polysynthetische Zwillingsbildung und ihre leichtere Angreifbarkeit durch die Atmosphärilien machen sie zuweilen auch dem unbewaffneten Auge kenntlich. Unter dem Mikroskop aber treten sie sofort durch ihre Lamellierung nach dem Albitgesetz, mit welcher sich nicht selten auch eine solche nach dem Periklingesetz verbindet, stark hervor. Sehr häufig enthalten die Feldspate mehr oder weniger zahlreiche, zuweilen bestimmt orientierte meist aber richtungslose, nadelförmige Kristalle, welche alle Merkmale des Sillimanits an sich tragen. Besonders in den Graniten von Münchsgrün, Altenhammer und Bärnau sind derartige Einschlüsse eine oft wiederkehrende Erscheinung. Zersetzung zu Sericit ist oft wahrzunehmen; Karbonatbildung dagegen nie.

Der Gehalt an farbigen Gemengteilen schwankt in weiten Grenzen. Auch das relative Mengenverhältnis von Kali- und Magnesiaglimmer ist sehr verschieden. Im Diepoltsreuther Granit scheint der Biotit der einzige Glimmer zu sein. In den Gesteinen von Münchsgrün, Flossenbürg und Altenhammer dagegen waltet der Muskovit vor. Ausbildung, Verteilung und Farbe dieser Gesteinsbestandteile sind so normal, daß sie zu einer besonderen Bemerkung keinen Anlaß bieten. Nur die eine Tatsache soll hervorgehoben sein, daß die Zirkoneinschlüsse in den braun durchsichtigen Biotitblättchen das Phänomen der pleochroitischen Höfe mit ihren Besonderheiten bezüglich der Licht- und Doppelbrechung zuweilen in wunderbarer Vollkommenheit und Schönheit bilden.

Quarz ist meist reichlich vorhanden. Er erscheint in kompakten, unregelmäßigen Körnern von grauer Farbe, zeigt

deutlich Fettglanz und muschligen Bruch und erweist sich unter dem Mikroskop fast durchweg als letzte Ausfüllungsmasse. Nur selten begegnet man bei ihm den Spuren der Kataklase, häufig dagegen haar- und stabförmigen Kristalliten als Einschlüssen.

Die Verbreitung der Nebengemengteile ist in den verschiedenen Vorkommnissen sehr wechselnd. Eisenerz ist durchgehends nur spärlich vorhanden. Meist ist es Magnetit. In dem Granit von Altenhammer findet man auch sechsseitige Täfelchen von Eisenglanz, in dem von Diepoltsreuth Titaneisen. Apatit, welcher vielfach nicht in den sonst so häufigen langen Nadeln und prismatischen Kristallen, sondern in Körnerform auftritt, ist in dem Gestein von Münchsgrün spärlich, in dem von Diepoltsreuth reichlich zugegen. Der Zirkon ist allenthalben nicht gerade selten und besitzt die gewöhnliche Ausbildungsform. Der Hussakit, sonst schwer von Zirkon zu unterscheiden, ist in den Gesteinen von Diepoltsreuth und Liebenstein so bestimmt gekennzeichnet, daß eine Verwechselung als ausgeschlossen gelten muß.

Der Titanit ist ein hochcharakteristischer Übergemengteil aller granitischen Gesteine unseres Gebietes. Er erscheint gern in der Briefkuvertform in sehr vollkommener Ausbildung. Scharf und regelmäßig umgrenzte Individuen beherbergt besonders der Granit von Liebenstein. Turmalin und Andalusit, jener durch seine bräunliche beziehungsweise bläuliche Farbenzeichnung, dieser durch seinen bekannten Pleochroismus bestimmt charakterisiert, sind in ihrem Vorkommen naturgemäß lokal beschränkt. Beide, obwohl genetisch so sehr verschieden, haben das miteinander gemeinsam, daß sie so ziemlich ausschließlich auf der Gesteinsgrenze sich einstellen. Der Chlorit, ein sehr häufiger Gesteinskomponent, ist wohl in den meisten Fällen aus Biotit hervorgegangen. Aus dem letzteren scheidet sich auch nicht selten in feinen Nadeln Rutil aus. In dem Granit von Falkenberg erscheint dieser auch öfters in sagenitartigen Aggregaten. Anatas ist selten, aber sicher vorhanden. Der Sillimanit schließlich tritt wie als Einschluß

in Feldspat und Quarz so auch als selbständiges Glied im Gesteinsgewebe in ziemlicher Häufigkeit auf.

Für die chemische Konstitution aller Granitvorkommnisse dieses Distriktes ist der hohe Gehalt an Titan am bezeichnendsten. Die Dünnschliffe zeigen allenthalben einen unverhältnismäßigen Betrag an Titanmineralien. Und die Richtigkeit des mikroskopischen Befundes wird durch die chemische Untersuchung gewährleistet. Ein Vergleich der von Gümbel mitgeteilten Analyse des „Kristallgranits" vom Tirschenreuther Wald mit der von Rosenbusch für verschiedene granitische Gesteine aufgestellten Analysenreihe stellt dies außer Zweifel. Sonst bekunden die einzelnen Gesteinsteile eine unverkennbare Abhängigkeit von ihrer Lage innerhalb des Gesteinskörpers. Hier trägt das Gestein lichten, dort dunklen Charakter. Randliche Modifikationen in Bestand und Struktur sind insonderheit keine seltene Erscheinung. Eine schlierige Differenzierung des Eruptivmagmas zur Zeit der Injektion hat wie anderwärts, so auch hier Anlaß zu mancherlei Faziesbildungen gegeben. In dem Aufschluß von Münchsgrün treten die Glimmer und insbesondere der Biotit stark zurück. Die Kalknatronfeldspate werden seltener. Eisenerz ist kaum mehr in Spuren vorhanden. Die Orthoklasindividuen werden von Schnüren zwillingslamellierter Plagioklase durchzogen. Der Quarz bildet nicht mehr eine Art zementierender Füllmasse; augensichtlich offenbart er das Streben nach idiomorpher Umgrenzung; ja man sieht zuweilen wohlausgebildete Kristallspitzen dieses Minerals in die Feldspate hineinragen. Es liegt also eine aplitische Randfazies vor. Bei Diepoltsreuth dagegen gewahrt man eine solche von lamprophyrischem Charakter. Schöne Illustrationen für die Tatsache, daß im Verlauf des Verfestigungsprozesses in der Mutterlauge die Azidität zu- und die Basizität abnimmt, liefert der Granit von Altenhammer, in dessen Orthoklasen die Plagioklase gleichsam schwimmen und das Gestein von Münchsgrün, dessen zonare Feldspate im Kern aus Albit-Oligoklas oder noch basischeren Mischungen bestehen, während die äußere Schale sich als Albit darstellt.

Der tiefgreifende Unterschied zwischen Gesteinszersetzung und Verwitterung läßt sich gerade an dem Granitmassiv des Tirschenreuther Waldes und seinen Ausläufern trefflich studieren. Die Kaolinisierung charakterisiert sich als das Werk des ersteren, die Bildung der Vegetationsdecke als dasjenige des letzteren der beiden Vorgänge. Die Kaolinisierung des Granites ist offenbar eine bloß lokale Erscheinung. Bekannt ist das Kaolinvorkommen auf der Schmelz bei Tirschenreuth, bekannt die kaolinisierten Aplitgänge bei Wondreb. Rößler hat in seiner Abhandlung über Kaolinlagerstätten überzeugend nachgewiesen, daß diese Kaolinbildungen das Produkt postvulkanischer Prozesse sind, bei denen der atmosphärischen Verwitterung sonst kräftig widerstehende Gesteinselemente, wie z. B. der Apatit, verloren gingen. Andrerseits liefern die prächtigen Waldbestände dieses Granitgebietes, welche sogar zu Ortsnamen wie Schönficht und Hohenthann Anlaß gegeben haben, den besten Beweis für die Tatsache, daß die normale Verwitterung des Granites den Pflanzen ihren notwendigen Bedarf an Nährsalzen nicht entzieht.

Die Absonderung der granitischen Massen ist im großen und ganzen durchaus normal. Wie weit dabei die vertikalen Kluftsysteme voneinander abstehen können, zeigen die Dimensionen der Granitplatten, welche bei Flossenbürg gewonnen werden. Eigenartig hat sich der Absonderungsprozeß nur in dem Granit bei Neuhaus gestaltet, wo derselbe zu rautenförmigen Gebilden führte.

Beachtenswert und für den Zweck der vorliegenden Arbeit nicht ohne Bedeutung sind die strukturellen Verhältnisse. Im allgemeinen herrscht ja freilich die hypidiomorph körnige Struktur der Tiefengesteine bei grobem bis kleinem Korn. Charakteristisch aber ist schon die außerordentliche Neigung zum Porphyrartigen. So bilden bei Hohenwald die Karlsbader Zwillinge Individuen von 4 cm und darüber. Auch bei Versdorf und Diepoltsreuth ist ein gewisser Gegensatz zwischen Grundmasse und Einsprenglingen gar nicht zu verkennen. Gümbel unterscheidet drei Arten des Stockgranites.

Er nennt sie Kristallgranit, Steinwaldgranit und Passauer Waldgranit. Ob diese Klassifikation besonders glücklich ist, mag dahingestellt bleiben; für die granitischen Gebilde des Tirschenreuther Waldes ist die Häufigkeit des Auftretens größerer und vielfach kristallographisch gut begrenzter Feldspatkristalle immerhin bezeichnend. Besonders hervorzuheben ist aber die öfters hervortretende Parallelstruktur. In dem Granit von Münchsgrün zeigen die Biotittäfelchen eine solche gleichsinnige Anordnung, daß das Gestein ein gneisartiges Aussehen gewinnt. Würde man dasselbe losgelöst von seinem Zusammenhang in völliger Isolierung finden, so könnte man versucht sein, es geradezu als „Gneis" anzusprechen. Zwar unterscheidet es sich in seinem ganzen Habitus sehr wesentlich von den in diesem Gebiet häufigen Gneisschichten. Selbst von den unmittelbar am Kontakt mit dem Granit sich befindenden Schieferlagen hebt es sich durch seine ganze Erscheinungsweise scharf ab. Aber die Parallelordnung besonders der farbigen Gemengteile ist doch so vollkommen, daß sich das Gestein als ein förmlicher Gneis darstellt. Es ist aber zweifellos nichts anderes als ein parallel struierter Granit. Ob diese Parallelstruktur ein Fluidalphänomen oder das Produkt einer Resorption des Nebengesteins ist, ist mit Sicherheit kaum zu entscheiden. Die Anwesenheit des Andalusits in diesem Gestein macht das letztere wahrscheinlich. Die Gegenwart dieses Tonerdesilikates deutet darauf hin, daß einzelne Schollen der angrenzenden Schiefer in das schmelzflüssige Granitmagma hineingesunken und von diesem aufgelöst worden sind. Es ist also anzunehmen, daß in dem gneisartigen Granit lediglich eine Resorptionsschliere vorliegt. In keinem Fall aber hat man es hier mit einem metamorphen Gebilde in dem Sinne zu tun, indem man dieses Attribut den sogenannten kristallinen Schiefern beilegt. Nach Rosenbusch sind die kristallinen Schiefer unter wesentlicher Mitwirkung geodynamischer Phänomene zu geologischer Umgestaltung gelangte Eruptivgesteine oder Sedimente. Jenes Gestein vereinigt die Merkmale der Kristallinität mit denen der Schiefrigkeit. Es hat

aber keinerlei Metamorphose erfahren. Eine unveränderte, primäre Bildung ist es also nicht zu den kristallinen Schiefern zu rechnen.

Aplit und Pegmatit.

Die aplitischen Ganggesteine sind in dem Gebiet des Tirschenreuther Waldes und seiner Umgebung überaus stark verbreitet. Wo immer größere Gesteinsmassen aufgeschlossen sind, sieht man die Aplite in schmäleren oder breiteren Bändern das Hauptgestein durchsetzen, von dem sie sich durch die wesentlich lichtere Färbung abheben. Man begegnet ihnen teils in dem Eruptivgestein, zu dessen Ganggefolgschaft sie gehören, teils aber auch in dem Nebengestein der Eruptivbildungen. Im Granit, im Syenitgranit oder Quarzmonzonit, ja selbst in dem Hornblendeschiefer oder Hornblendegabbro sind sie zu treffen und der angrenzende „Gneis" ist vielfach durchzogen und durchtränkt von aplitischen Adern. Das Gestein zeigt allerwärts die normale Ausbildung und gibt zu besonderen Bemerkungen wenig Anlaß. Bei der weiten Verbreitung desselben und seinen engen Beziehungen zu den kristallinen Schiefern des vorliegenden Gebietes muß aber doch eine kurze Besprechung angemessen erscheinen.

Das Gestein besteht im wesentlichen aus einem feinkörnigen Gemenge von Alkalifeldspat und Quarz. Neben Orthoklas tritt Mikroklin mit ausgezeichneter Gitterstruktur, Mikroperthit und Albit auf. Zu den herrschenden Alkalifeldspaten gesellen sich stets sauere Plagioklase. Albit-Oligoklas, Oligoklas-Andesin, ja sogar Andesin konnten nachgewiesen werden. Der Quarz behauptet meist die unbedingte Vorherrschaft; manchmal jedoch tritt er auch so zurück, daß das Gestein mehr den Charakter des Syenitaplits erhält. Die Glimmer können kaum mehr als wesentliche Gemengteile bezeichnet werden. Muskovit ist zwar überall anwesend, aber doch nur in geringer Menge; der Biotit aber fehlt in manchen Vorkommnissen vollständig. Der Apatit erreicht zuweilen ansehnliche Größe, ist aber ebenso wie der Zirkon

wenig häufig. Eisenerze sind nur in geringen Quantitäten, manchmal überhaupt nicht vorhanden. Ein häufiger Übergemengteil ist dagegen der Turmalin. Besonders in dem „Gneis" von Tirschenreuth begleitet er gern die Aplite. Bald sind kleine, braune oder auch grünliche und blaugrüne Kriställchen zu größeren oder kleineren Gruppen zusammengehäuft bald auch einzelne bedeutendere Individuen mit deutlicher hemimorpher Umgrenzung im Gesteinsgewebe zerstreut. Neben Turmalin findet sich auch gar nicht selten Granat in verschieden großen Körnern mit ganz unregelmäßigen Konturen, zuweilen förmliche Perimorphosen bildend. Endlich stellt sich auch Topas hin und wieder ein.

Die Strukturverhältnisse bedürfen um so weniger einer eingehenden Erörterung, als sie bei der Beschreibung der aplitischen Randzone des Münchsgrüner Granits genügend gekennzeichnet worden sind.

Für die Widerstandsfähigkeit des Aplits gegenüber den umwandelnden Prozessen liefert der Syenitgranitbruch bei Hardt eine vorzügliche Illustration. Durch die lockeren Massen von Verwitterungsgrus, in welchen die einzelnen Quarzmonzonitblöcke eingebettet liegen, zieht sich skelettartig das Netzwerk der Aplitadern hindurch. Wie ein festes Rückgrat stehen diese Gangfüllungen da, die sandiggrusigen Steilwände haltend und tragend.

Vergesellschaftet mit diesen aplitischen Bildungen sind vielfach auch pegmatitische Gänge. In dem Bahneinschnitt bei Bärnau z. B. treten beide miteinander auf, wo sie den prächtig aufgeschlossenen Gneis in der Weise durchsetzen, daß der Pegmatit die randliche Lage hat und in fast horizontaler Richtung hinstreicht, während der Aplit mehr saiger gestellt ist. Auch in dem Gneis von Tirschenreuth sind Aplit und Pegmatit enge verknüpft. Sie sind immer stofflich, mineralisch und strukturell so nahe miteinander verwandt, daß eine ausführliche Beschreibung des letzteren nach der Schilderung des ersteren überflüssig erscheint. Beide bekunden den höchst saueren Charakter, beide führen die bor-fluor- und

chlorhaltigen Übergemengteile, beide zeigen die Unbeständigkeit in der relativen Menge der einzelnen Gesteinselemente; und ist für die Pegmatite der Mangel einer gesetzmäßigen Sukzession in der Bildung der verschiedenen Gemengteile charakteristisch, so liegt in der panidiomorphen Strukturform der Aplite die entsprechende bezeichnende Eigenschaft vor; und endlich hat die gesetzmäßige Verwachsung der beiden Hauptkomponenten in den schriftgranitischen Pegmatiten ihr Analogon in der poikilitischen Durchdringung der Feldspate mit Quarzkörnern und den myrmekitischen und granophyrischen Strukturtypen bei den Apliten. So bleibt schließlich als unterscheidendes Merkmal nur noch die Korngröße und die in unserem Untersuchungsgebiet nicht selten wahrzunehmende bläuliche Färbung der Feldspate. Pegmatite mit großkörniger Ausbildung finden sich an verschiedenen Lokalitäten. Außer dem Vorkommen von Tirschenreuth ist besonders dasjenige an der Straße von Plößberg nach Wildenau zu nennen. In jenem zeigen sich auf den basischen Spaltflächen der Feldspate die eckigen Durchschnitte der Quarzstengel oft in vorzüglicher Deutlichkeit; in diesem sind die ungewöhnlich großen Muskovitindividuen durch eine federförmige Kannelierung ausgezeichnet.

Über die Abhängigkeit dieser aplitischen und pegmatitischen Gangbildungen von dem Nebengestein, wie sie sich in der Granatentwickelung Ausdruck gibt, wird später eingehender zu reden sein.

Granulit.

Der Granulit Gümbels tritt innerhalb unseres Territoriums an den verschiedensten Orten auf. Er findet sich in der Nähe von Schlattein, an der Straße von Plößberg nach Wildenau unweit des erstgenannten Dorfes, am Edenbach, bei Holzmühle am Heiligen Bach, unfern Bärnau, bei Altglashütten und verschiedenen anderen Orten. Immer ist es jedoch nur ein beschränktes Gebiet, über das sich dieses Gestein erstreckt. Nur bei Bärnau gewinnt es eine größere

Ausdehnung. Der Aufschluß aber bei „Unser Herrgott auf der Wies", welchen Gümbel gezeichnet hat, läßt erkennen, welch mannigfaltige Gesteine auf diesem Granulitgebiet vereinigt sind.

Gümbel gliedert die Granulite in Granat- und Turmalingranulite. Diese Teilung ist indes in der Natur keineswegs streng durchgeführt. Wohl waltet in den Gesteinen von Bärnau der Granat vor, aber in dem sogenannten Schörlgranulit von Plößberg sind Turmalin und Granat zugleich reichlich vertreten. Auf keinen Fall ist es erforderlich, die durch mannigfache Zwischenglieder miteinander verbundenen Varietäten in der Beschreibung auseinander zu halten.

Granulit ist nach Rosenbusch bei typischer Ausbildung ein glimmerfreies und granathaltiges, deutlich schiefriges bis dünnschiefriges Gneisgestein. Auch Gümbel nennt die Granulite eine dem Gneis verwandte Gesteinsgruppe. Der Granulit unseres Distrikts aber steht zwar allewege mit „Gneis" in innigster Beziehung, unterscheidet sich aber von diesem doch sehr wesentlich. Mineralbestand, Struktur und Vorkommen verbieten, ihn als eine Art Gneis zu betrachten. Die „Gneise" dieses Gebietes führen allenthalben viel Tonerdesilikate; ja nicht selten enthalten sie auch Aluminate. Im Granulit treten diese sehr stark zurück. Dagegen deckt sich der Mineralbestand so vollkommen mit dem der Aplite, daß eine Beschreibung desselben unnötig ist. Selbst die charakteristischen Übergemengteile sind in den beiden Gesteinssorten die gleichen. Die „Gneise" sind allerwärts, soweit sie nicht hornfelsartig ausgebildet sind, durch wohl erkennbare Schichtstruktur charakterisiert. Der Granulit läßt dieselbe vermissen. Gümbel spricht zwar von einem mehr oder weniger deutlichen Schiefergefüge, es ist aber zu bemerken, daß allerorten nur das weniger deutliche wahrgenommen werden konnte. Beim Hammerschlag scheint es manchmal, als ob nach bestimmten Richtungen das Gestein leichter spaltete; aber von einer eigentlichen Schichtstruktur war nirgends etwas zu finden. Dagegen zeigt sich in allen Vorkommnissen die structure granulitique in typischer

Ausprägung. Nirgends beobachtet man besser als hier die Tendenz des an mikrolithischen Bildungen reichen Quarzes nach selbständiger Formenentwickelung. Schließlich spricht auch die geologische Verknüpfung dieses Gesteins mit seiner Umgebung gegen die Zusammenstellung desselben mit den Gneisgebilden. In der Nähe von Plößberg setzt ein schmaler, kaum handbreiter Gang im „Gneis“ auf. Er durchsetzt in diskordanter Lagerung das Nebengestein. Dieser Granulitgang weist eine geradezu überraschende Ähnlichkeit mit den Aplitgängen von Geyer in Sachsen auf. Es ist dasselbe feine Korn, es ist dieselbe lichtgraue Farbe, es sind dieselben wohl ausgebildeten Turmalinsonnen, welche sich in beiden Gesteinen finden. Die mineralische Zusammensetzung, das innere und äußere Gefüge und das Auftreten sprechen also dafür, daß der Granulit dieses Gebietes nicht mit „Gneis“, sondern mit Aplit identisch ist. Es soll nicht bestritten werden, daß andere Granulitvorkommnisse sich als eine Gneisabart darstellen. Aber der im nördlichen Oberpfälzer Wald auftretende Granulit ist nichts anderes als Aplit. Wenn er vielfach in konkordanter Lagerung mit Gneis erscheint, so ist dies natürlich ebensowenig ein Beweis gegen seine eruptive Natur als die Beeinflussung des Auftretens des Syenitgranits oder Quarzmonzonits durch die Schichtenstellung des Gebirges gegen dessen Erstarrung aus Schmelzfluß. Es muß also dieser Granulit ebenso wie der Münchsgrüner gneisartige Granit aus der Reihe der „kristallinen Schiefer“ ausgeschaltet werden.

Quarzporphyr.

Im Osten von Weiden hat der Bach, welcher von Theiseil zur Almesbacher Mühle in munterem Laufe herabeilt, eine tiefe Talrinne quer in das Westrandgebirge, das gerade hier durch geotektonische Vorgänge stark erschüttert war und in seinem Gefüge tiefgehende Störungen erlitten hatte, eingefurcht. Zu beiden Seiten steigen die Talwände so steil an, daß sie den Eindruck einer Hochgebirgslandschaft hervorrufen. So-

wohl links als rechts vom Bach treten an verschiedenen Punkten der Gehänge die Felsen des Quarzporphyrs hervor. Auch in der Richtung gegen Irchenreuth, Edelsdorf und Letzau erheben sich vereinzelte Quarzporphyrkuppen. Am mächtigsten aber ist die genannte Felsart an den Rändern des angeführten Tales entwickelt. Da das Baumaterial für das neue Gymnasium in Weiden hier gebrochen wird, so ist das Gestein vorzüglich aufgeschlossen.

Der Quarzporphyr enthält in einer dichten bis feinkörnigen, graugrünen bis bräunlichen Grundmasse von flachmuschligem bis erdigem Bruch Einsprenglinge von Alkalifeldspaten, mehr oder weniger Kalknatronfeldspaten und Quarz; daneben auch solche von Biotit in wechselnder Menge. Die Feldspate unterscheiden sich von denen der Granite durch ihre rötlichbraune Farbe und ihren mehr isometrischen Bau, sie teilen aber mit diesen die Neigung zur Zwillingsbildung nach dem Karlsbader bezw. Albitgesetz. Der Orthoklas ist in manchen Vorkommnissen von Albitschnüren perthitisch durchzogen. An Kalknatronfeldspaten konnten Albit-Oligoklas und Oligoklas-Andesin nachgewiesen werden. Die Quarzeinsprenglinge zeigen die gewöhnlichen Erscheinungen. Der Biotit bildet sehr ansehnliche Tafeln, ist jedoch meist nur da frisch, wo er von Quarz umschlossen wird. Wo er frisch geblieben ist, hat er tiefbraune Farbe, sonst erscheint er lichtbraun, goldgelb und grünlich. Bei der häufigen Umwandlung in Chlorit scheiden sich gern Rutilnädelchen aus. An Nebengemengteilen sind mehr oder weniger reichlich Zirkon und Apatit vertreten, welche nicht selten erhebliche, ja ungewöhnliche Dimensionen erreichen. Eisenerze sind nicht vorhanden. Das bei der Limonitbildung auftretende Eisen scheint aus dem Glimmer zu stammen. In einer Gesteinsprobe konnte auch ein stark umgewandelter Cordierit-Durchkreuzungsdrilling konstatiert werden. Chlorit und Anatas wie die nicht seltenen Karbonatbildungen sind wohl durchgehends Sekundärprodukte.

Die Grundmasse besteht aus einem Gemenge von Feld-

spat und Quarz mit viel Muskovit oder Sericit. Die Einwände Gümbels können unmöglich mehr als stichhaltig gelten. Die Struktur ist sehr ausgeprägt porphyrisch. Die den kieselsäure- und alkalireichen Ergußgesteinen eigentümlichen sphärischen Aggregationsformen finden sich auch in diesem Quarzporphyr. Die kugeligen Gebilde in demselben lassen sich freilich weder hinsichtlich ihrer Größe noch ihrer Homogenität mit den Sphäroiden mancher Liparite vergleichen. Aber sie sind doch noch sehr deutlich. Daß die Einsprenglinge der porphyrischen Gesteine noch während der Ergußperiode weiterwachsen, dafür liefert gerade dieser Quarzporphyr unzweifelhafte Belege. Die kleinen Quarzausscheidungen innerhalb der Grundmasse zeigen in der Nähe der Einsprenglinge vielfach genau dieselbe Orientierung wie diese.

Das Gestein ist auch in dem begrenzten Gebiet, welches untersucht wurde, nicht überall gleich. Gümbel teilt die Porphyre des ostbayerischen Grenzgebirges in Quarzporphyr, Regen- oder Pinitporphyr und Pechsteinporphyr. Die porphyrischen Gebilde östlich von Weiden rechnet er zum Quarzporphyr. Pechsteinporphyre scheinen hier in der Tat nicht vorzukommen. Wenigstens konnte in keiner Gesteinsprobe eine hyaline Ausbildung der Grundmasse wahrgenommen werden. Dagegen zeigen die untersuchten Gesteinsproben zuweilen eine augensichtliche Annäherung an die sogenannten Regen- oder Pinitporphyre. Das unterhalb Tröglersricht aus einem Steinbruch an der Straße von Weiden nach Vohenstrauß gesammelte Material scheint noch den reinsten Typus des Quarzporphyrs im Sinne Gümbels darzustellen. Es ist allerdings nicht richtig, daß dieses Gestein bloß eine Klasse von Feldspat beherberge. Wenn Gümbel sich von der Anwesenheit einer zweiten Feldspatspezies bei dieser Porphyrart nicht überzeugen konnte, so mußte dies nur in einer gewissen Mangelhaftigkeit der Untersuchung oder des Materiales begründet sein. Es sind in diesem Gestein zweifellos neben Orthoklas auch Plagioklase vorhanden. Man beobachtet im Dünnschliff nicht allzu selten trikline Feldspate mit feinster polysynthetischer

Zwillingsbildung. Auch Plagioklase mit doppeltem Lamellensystem zeigen sich und gar manches Mal sieht man lamellierte Feldspate eingeschlossen in Orthoklas. Aber das steht fest, daß in diesem Gestein die Kalknatronfeldspate ebenso hinter die Alkalifeldspate zurücktreten wie die farbigen Gemengteile bis zum Verschwinden selten werden. Es sind offenbar kieselsäure- und alkalireiche, an den Oxyden der bivalenten Metalle aber arme Gesteine. Auch Apatit ist äußerst spärlich und Titanmineralien sind kaum zu sehen. Es kann also auch Phosphor- und Titansäure nur in sehr geringen Mengen vorhanden sein. Ganz anders dagegen ist der Gesteinstypus an anderen Lokalitäten. So zeigt das Gestein in dem Kellerschen Bruch unfern Theiseil einen von jenem durchaus verschiedenen Charakter. Die Kalknatronfeldspate nehmen zu; große Blätter von Biotit treten auf; Apatitnadeln werden häufig, Anatas erscheint in großer Menge; an einer Stelle finden sich auch Pseudomorphosen von Pinit nach Cordierit. Und mit dieser Änderung im mineralischen und damit zugleich im chemischen Bestand gehen strukturelle Modifikationen Hand in Hand. Der Hiatus zwischen der intratellurischen und der Effusionsperiode gibt sich ja wohl überall in einem scharfen Gegensatz von Einsprenglingen und Grundmasse zu erkennen. Übergänge von der porphyrischen zur körnigen Struktur finden sich nicht. Aber dies schließt doch gewisse Unterschiede in der Struktur nicht aus. In den Gesteinen von Theiseil nimmt nicht bloß die Korngröße erheblich zu, so daß die Feldspate Dimensionen von 2 cm und darüber erreichen, sondern es zeigen sich in der Grundmasse auch ausgeprägte mikrogranitische und granophyrische Strukturformen. Daneben steigert sich auch die Erosionswirkung des kristallisierenden Magmas. Die Änderungen in Bestand und Struktur sind indes zwar innig miteinander verbunden, aber nicht gegenseitig bedingt. Der Wechsel im Gefüge ist nicht sowohl in der Verschiedenheit des Bestandes als in der Lage der einzelnen Gesteinsteile innerhalb des Gesteinskomplexes begründet. Die untersuchten Proben aus der Nähe des letzt-

genannten Ortes stammen aus beträchtlicher Tiefe und die angeführten Struktureigentümlichkeiten sind wohl durch die in derselben länger erhalten gebliebenen Molekularbeweglichkeit veranlaßt. Der letztgeschilderte Gesteinstypus hat offenkundig sehr viele Ähnlichkeit mit dem von Gümbel als Regen- oder Pinitporphyr bezeichneten Gestein. Will man ihn nicht geradezu dieser Varietät zurechnen, so muß man ihn wenigstens als granitporphyrische Zentralfazies von dem typischen Quarzporphyr abtrennen. Bemerkenswert sind bei diesem Gestein aber auch noch die Änderungen, welche es in der metasomatischen Periode seiner Geschichte erfahren hat.

Selbst in bedeutender Tiefe lassen ganz frisch abgesprengte Blöcke weitgehende Spuren der Verwitterung und Zersetzung erkennen. Es muß durch mächtige Bodenerschütterung eine solche Zermalmung des Gesteinskörpers stattgefunden haben, daß die umwandelnden Agenzien ausgedehnte und zahlreiche Angriffsoberflächen vorgefunden haben. Karbonatbildung, Chloritisierung und Sericitisierung sind hier in großem Umfang zu beobachten. Bei der ersteren hat sich Magnesit und Kalzit zugleich entwickelt. Beide sind ja freilich im Dünnschliff schwer voneinander zu unterscheiden; aber wenn Chloritblättchen ganz angefüllt sind von Karbonat, so liegt wohl kohlensaure Magnesia vor, während die in den Feldspaten angesiedelten Karbonate als kohlensaurer Kalk zu betrachten sind.

Für die Beurteilung des Verhältnisses des Ergußgesteines zu den durchbrochenen Schiefern endlich scheint die Cordierit- bezw. Pinitbildung nicht ohne Belang zu sein.

Syenitgranit.

Der Syenitgranit ist ein wegen seiner technischen Verwendbarkeit sehr geschätztes Gestein. Es ist in jenem Gebiete sehr verbreitet. Zwar haben die einzelnen Vorkommnisse immer nur verhältnismäßig geringe Ausdehnung. Sie bilden meist nur ganz schmale Zonen. Aber sie stellen sich doch sehr häufig ein. Der Distrikt zwischen Wondreb und Bärnau ist be-

sonders reich an diesem Gesteinstypus. Eine ganze Reihe von Syenitgranitzügen finden sich hier, mehr oder weniger parallel geordnet, auf beschränktem Raum vereinigt. Aber auch das Westrandgebirge ist nicht arm an dieser Felsart. Ein langer Streifen zieht sich von Pfaffenreuth über Ilsenbach gegen Gailersreuth hin. Bei Wilchenreuth bildet der Syenitgranit einen Zug von sehr geringer Mächtigkeit, aber recht erheblicher Längenausdehnung. Auch zwischen den beiden nach Süden ausgestreckten Granitflügeln gehen schmale Syenitgranitgänge zutage. So bei Kalmreuth, Hardt und Goldbrunn. Endlich mag auch noch des inselartigen Vorkommens bei Ödschönlind Erwähnung geschehen. Im Bärnauer Gebirge folgen diese Syenitgranitzüge der Richtung des Erzgebirgssystems, im Westrandgebirge aber der Direktionslinie des herzynischen Gebirges im engeren Sinn. Im allgemeinen aber zeigt sich bei all diesen verschiedenen Vorkommnissen große Übereinstimmung. Gümbel teilt allerdings die Syenitgranite in die drei Varietäten: Kugelsyenitgranit, porphyrartiger und aphanitischer Syenitgranit. Allein die letztere Spielart, von der ein Vorkommnis aus der Gegend von Ellenfeld untersucht wurde, scheint infolge der Basizität ihrer Feldspate und der ungewöhnlich starken Anreicherung der dunklen Bestandteile dem Hornblendegabbro näher zu stehen als den Graniten und Syeniten, und was die zweite Abart anlangt, so stellt dieselbe in der Hauptsache lediglich eine strukturelle Modifikation der ersten dar. In unserem Gebiete sind beträchtliche Abweichungen von dem Grundtypus nirgends zu konstatieren.

Was den Syenitgranit den granitischen Gesteinen gegenüber vorzugsweise charakterisiert, das ist die Häufung der dunkleren Farbentöne. Als wesentliche Gemengteile sind neben den verschiedenen Feldspaten, welche im großen und ganzen die Verhältnisse bei den Graniten wiederholen, Biotit, eines oder mehrere Glieder der Pyroxenfamilie und Hornblende zu nennen. Quarz ist überall vorhanden, tritt jedoch meist stark zurück. Als Nebengemengteile erscheinen verschiedene Eisenerze, Apatit und Zirkon. An Übergemengteilen ist

das Gestein nicht arm. Titanit und Orthit sind beide reichlich vertreten. Chlorit, Kalzit, Zoisit, Leukoxen, Rutil und Anatas sind wohl nur sekundäre Bildungen. — Das relative Mengenverhältnis zwischen den Alkali- und Kalknatronfeldspaten schwankt nur in engen Grenzen. Wohl überall herrscht der letztere vor. Gümbel behauptet allerdings, daß in diesem Granit der Orthoklas immer weitaus das Übergewicht über den klinoklastischen Feldspat behalte, aber in dieser Allgemeinheit ausgesprochen, ist dieser Satz gewiß unrichtig. Dies geht doch schon aus der einfachen Tatsache hervor, daß selbst in dem porphyrartigen Syenitgranit von Hohenstein nach Gümbel der Natrongehalt 4,988 % beträgt, während der Gehalt an Kali sich nur auf 0,200 % beläuft. Die Täuschung ist wohl durch den Umstand veranlaßt, daß der Orthoklas, wie die mikroskopische Untersuchung mit der höchsten Evidenz erhärtet, vielfach die Umhüllung, der Plagioklas dagegen den Kern der Feldspate bildet. So erklärt sich auch leicht die Tatsache, daß die Orthoklasanalysen vielfach einen nicht unbeträchtlichen Gehalt an Kalk- und Baryterde aufweisen, sowie die Erscheinung, daß die Verwitterung gern im Zentrum der Feldspatindividuen einsetzt. Bei den gleichmäßig gemengten Gesteinen unseres Distriktes vollends steht die Vorherrschaft des Plagioklases außer Zweifel. Im übrigen soll nach der ausführlicheren Schilderung der Feldspate in dem Granit nur noch erwähnt sein, daß sich dem Auge des Beobachters eine besonders hübsche Erscheinung bietet, wenn Plagioklase mit doppeltem Lamellensystem als Einschlüsse in solchen mit einfachem auftreten. — Der Biotit hat in diesem Gestein allgemeine Verbreitung. Im auffallenden Lichte erscheint er schwärzlichbraun mit starkem metallischen Glanz; unter dem Mikroskop wird er mit brauner Farbe und deutlichem Pleochroismus durchsichtig. In dem Vorkommnis von Kleinklenau bildet er ansehnliche Tafeln, welche vorzüglich einspiegeln, sonst tritt er meist in kleinen Individuen auf, welche nicht selten zu putzenförmigen Haufen geordnet sind. Manchmal bildet er eine Art Strukturzentrum, um das sich die anderen

Gemengteile herumlegen. Lamellare Verwachsung mit Chlorit ist nicht selten. Das Mineral-Assoziationsgesetz, nach dem in den Eruptivgesteinen sich der Kaliglimmer nicht als primärer Gemengteil neben Pyroxen und Hornblende finden soll, findet im allgemeinen in dem Syenitgranit seine Bestätigung. In dem Gestein von der letztgenannten Fundstätte jedoch konnte Muskovit in Verbindung mit den angeführten Metasilikaten nachgewiesen werden. In gleicher Häufigkeit wie der Biotit tritt auch die Hornblende auf. Sie zeigt durchweg starke Absorptionsunterschiede. Parallel $\mathfrak{c}$ ist sie blaugrün, parallel $\mathfrak{b}$ schmutziggrün, parallel $\mathfrak{a}$ lichtgrün bis farblos. Ob sie immer primärer Gemengteil ist, kann kaum entschieden werden. In manchen Fällen ist sie zweifellos aus Pyroxen hervorgegangen. Die Vorkommnisse von Ilsenbach lassen die fortschreitende Uralitisierung erkennen. Wenn in den Gesteinen von Ödschönlind und Hardt Pyroxen nicht nachgewiesen werden konnte, so hat dies vielleicht nur in der bereits vollzogenen Umwandlung seinen Grund. In anderen Gesteinen ist Pyroxen ohne Zweifel vorhanden. Er ist schwach pleochroitisch und scheint dem Salit nahe zu stehen. Der Quarz liefert durch seine Ausbildung auch hier den Beweis, daß die Reihenfolge der Ausscheidungen aus dem kristallisierenden Magma nicht eine Funktion der Schmelzpunkte ist. Nicht selten aber erscheint er in gesetzmäßiger Verwachsung mit Feldspat. Sehr häufig begegnet man bei ihm den Spuren mechanischer Deformationen. In Reihen geordnete oder sporadisch zerstreute Flüssigkeitseinschlüsse findet man bei ihm wie in dem Quarz der normalen Granite. Die häufigen Nebengemengteile Magnet- und Titaneisen nehmen oft ansehnliche Dimensionen an. Letzteres, oft in schmalen Leisten auf den Spaltflächen des Biotits auftretend, ist manchmal ganz umrahmt von einem Kranz von Titanit, während der Magnetit öfters von einem Eisenoxydstreifen begrenzt wird. Der in großer Häufigkeit sich einstellende Magnetkies bildet auf den Kluftflächen der Gesteine zuweilen förmliche Überzüge und Spaltenausfüllungen; der nur wenig seltenere Pyrit ist meist durch gute kristallographische Be-

grenzung ausgezeichnet. Der häufigste Nebengemengteil aber ist der Apatit. Manche Schliffe weisen einen geradezu auffallenden Reichtum an diesem Mineral auf. Hinsichtlich seiner Ausbildung verdient hervorgehoben zu werden, daß er in dem Syenitgranit seltener in Körnerform auftritt als in dem Granit. Terminale Flächen sind bei ihm ebenso häufig wahrzunehmen, als bei dem weit verbreiteten und meist hochgradig idiomorphen Zirkon. Daß beide Mineralien oftmals als Einschlüsse in den älteren Gesteinskomponenten erscheinen, bedarf kaum der Erwähnung. Der ungemein oft erscheinende Titanit, im allgemeinen demjenigen des Granits gleich, zeigt in diesem Gestein seinen Pleochroismus von rötlichbraun zu fast farblos licht sehr schön. Nicht so häufig, aber doch auch gar nicht selten, ist der zweite Übergemengteil. In den Gesteinen von Ilsenbach konnte der Orthit nicht entdeckt werden; ebensowenig in denen von Gailersreuth; dagegen ist er in allen anderen reichlich vorhanden. Manchmal erscheint er in einfachen, manchmal in Zwillingskristallen; am meisten bildet er mehr oder weniger gerundete Körner. Seine verhältnismäßig große Auslöschungsschiefe gibt sich oft in der deutlichen Wahrnehmbarkeit der Zwillingsbildung kund. Zuweilen ist ein zonarer Aufbau unverkennbar. Die Farbenabtönung wechselt von gelblichbraun zu grünlichbraun. Die gesetzmäßige Sukzession der Mineralbildungen findet in einem Vorkommnis einen trefflichen Ausdruck, indem ein Orthitkorn von Biotit und dieser wieder von einem zonar struierten Plagioklas umschlossen wird. Zersetzungs- und Verwitterungserscheinungen offenbaren sich hin und wieder in Zoisit- und Karbonatbildung. Daß in Gesteinen, welche so reich an Titanit, Orthit, Hornblende, Biotit und Zirkon sind, das Phänomen der pleochroitischen Höfe sehr häufig auftritt, muß als selbstverständlich gelten. Erwähnung aber verdient doch die Tatsache, daß die Doppelbrechung in jenen Höfen so stark zunimmt, daß die Interferenzfarbe sich zuweilen um eine halbe Farbenordnung erhöht. Über das Auftreten des Chlorits und Rutils kann füglich mit Stillschweigen hinweggegangen werden.

Der Mineralbestand, welcher durch das Zurücktreten des Quarzes und die Anreicherung der farbigen Gemengteile gekennzeichnet ist, läßt hinsichtlich des chemischen Typus für den Syenitgranit gegenüber dem normalen Granit einen wesentlich basischeren Charakter erwarten. Die von Gümbel mitgeteilte Analyse des Gesteines an der großen Arberhütte, welches von ihm als sehr ausgeprägt nach dem normalen Typus des Kugelsyenitgranits bezeichnet wird, bestätigt jene Annahme, indem sie einen Kieselsäuregehalt von 57,500 % konstatiert. Bezeichnend für den chemischen Bestand ist auch bei diesem Gestein der nach der Fülle von Titanmineralien zu erwartende hohe Gehalt an TiO_2, welcher auf 1,310 % berechnet ist.

Sehr bemerkenswert sind bei diesem Gesteinstypus die Strukturformen. Und unter diesen verdienen zwei ganz besondere Beachtung. Es ist die Kataklasstruktur und die kugelige Ausbildung. In keiner Felsart dieses ganzen Gebietes sind die kataklastischen Erscheinungen von solcher Ausdehnung und Intensität wie in dem Syenitgranit. Die Apatitnadeln sind zerbrochen, die Feldspate vielfach zerrissen, die Hornblenden verbogen, die Glimmermineralien geknickt. Ein Biotitblättchen zeigt einmal nicht weniger als zehn Knickungen. Die undulöse Auslöschung tritt nicht bloß beim Quarz hervor, sondern auch bei Feldspat, Glimmer und Hornblende. Die Mörtelstruktur ist zuweilen vorzüglich ausgebildet. Kurz dieser Syenitgranit veranschaulicht die mechanischen Strukturordnungen in der schönsten Weise. Nicht minder bedeutsam sind die sphäroidalen Entwickelungsformen dieser Gebirgsart. „Es ist eine besondere Eigenart dieses Syenitgranites, schreibt Gümbel, nicht in bankartiger Absonderung, wie sie gewöhnlich bei dem Granit vorkommt, sondern in großen kugelschaligen Partien ausgebildet zu sein, deren innerster fester Kern sich durch Verwitterung der äußeren Schale an der Oberfläche nach und nach herausschält. Man kann daher keine regelmäßigen Steinbrüche behufs Gewinnung dieses Materiales anlegen, weshalb schöne große Stücke sehr selten zu erlangen sind." Damit ist im allgemeinen die Ausbildungs-

art dieses Gesteins zutreffend geschildert. Die letzte Bemerkung ist zwar nicht richtig. Man hat in neuerer Zeit regelrechte Steinbrüche an verschiedenen Lokalitäten mit Erfolg angelegt, um dieses geschätzte Material in größerer Ausbeute zu bekommen. So in Kleinklenau, St. Quirin, Ilsenbach und Hardt. Überall aber zeigt sich, daß die einzelnen Kerne von mehreren Schalen lockerer Schichten eingehüllt sind. Auch da, wo die Gesteine durch Maschinenbetrieb aus erheblicher Tiefe herausbefördert werden, gewahrt man einen gewissen Unterschied der Konsistenz in den peripherischen und zentralen Teilen dieser kugeligen Gesteinskörper. Aus den senkrechten Wänden oder Steilrändern des Steinbruches von Hardt ragen die einzelnen Ovoide wie Eierschalen heraus. Bei einem Hammerschlag zerspringen die äußeren Hüllen verhältnismäßig leicht. In den oberen Teilen beobachtet man, wie die festeren Kerne in viel sandigem Granitgrus eingebettet liegen. Diese kugelige Entwickelung ist kaum nach Analogie der Wollsackbildung zu erklären. Sie scheint vielmehr durch die Eigenart der Mineralaggregation bei dem Verfestigungsprozeß bedingt zu sein. Läßt sich doch eine Art zentrischer Struktur bis in das kleinste Detail der Dünnschliffe verfolgen. Gümbel schreibt: „Die über das ganze Verbreitungsgebiet an der Oberfläche zerstreut liegenden, ausgewitterten Blöcke werden gewöhnlich als Findlinge bezeichnet. Es verhält sich aber damit wie mit den Granitfindlingen. Ursprünglich findet sich der Syenitgranit in der Tiefe unter der Oberfläche mäßig ausgebildet. In dieser Gesteinsmasse haben sich beim Festwerden des Gesteines einzelne härtere Kerne herausgebildet, welche das weniger festgebundene Material rings umgibt. Solche Kerne liegen bald näher bald weiter auseinander, sind bald größer bald kleiner. Indem weiter nach und nach durch die Zerstörung der Atmosphärilien, welche von der Oberfläche her fortschreitet, die weicheren, leichter auflockerbaren Teile entfernt wurden, werden hier die festen Kernteile aus ihrer Umhüllung herausgeschält, endlich ganz bloßgelegt und erscheinen nun als isolierte Blöcke über Tag ausgestreut.“ Mit Recht

wird in dieser Ausführung die Bildung fester Kerne angenommen. Zweierlei aber wird dabei betont werden müssen. Zunächst die zeitliche Aufeinanderfolge der Kernbildung und der Verfestigung der übrigen Gesteinsmasse, und sodann die mineralische und chemische Verschiedenheit der Kernsubstanzen und ihrer Umgebung. Die Kerne scheinen nichts anderes zu sein als lokale Anhäufungen der ältesten Ausscheidungen, während die Umgebung derselben sich aus den Kristallisationsprodukten des Magmarestes aufbaut. Die zeitliche Priorität der Kernbildung wird schon durch die bekannte gesetzmäßige Aufeinanderfolge der Mineralausscheidung wahrscheinlich gemacht. Sie erscheint aber durch die beiden Tatsachen noch besonders gesichert, daß der Syenitgranit in dem normalen Granit zuweilen gleichsam zu schwimmen scheint und an verschiedenen Aufschlüssen von normalgranitischen Massen gangartig durchsetzt wird. Eine gewisse Differenzierung des Materiales in den Kernen und ihrer Umhüllungen ist auch gar nicht zu verkennen. So liegt in dem gegenseitigen Verhältnis von Syenitgranit und gewöhnlichem Granit eine Art Analogon zu der isomorphen Schichtung der Feldspate vor. Betrachtet man die Beziehungen der beiden Granittypen, so gewinnt man den Eindruck, als ob der Syenitgranit in die Kategorie der basischen Konkretionen zu stellen wäre. Lichte, sauere Schlieren pflegen die natürliche Begleiterscheinung dunkler, basischer Konkretionen zu sein. In der Tat findet man in der Nähe von Oedschönlind, wo der Syenitgranit in ziemlicher Mächtigkeit entwickelt ist, einen Aufschluß, dessen aplitartiges Gesteinsmaterial von blendend weißer Farbe ist. Ob nun nicht die beiden Hauptstruktureigentümlichkeiten des Syenitgranits in einem engen, ursächlichen Zusammenhang stehen? Es scheint dies wirklich der Fall zu sein. Ist der Syenitgranit als die ältere basische Ausscheidung aus dem normal granitischen Magma zu betrachten, so sind die kataklastischen Erscheinungen wohl erklärlich. Nimmt man mit Weinschenk (Grundzüge der Gesteinskunde 1902) an, daß in dem Maße, in welchem die wasserfreien Silikate aus dem mit Wassergas gesättigten Schmelzfluß aus-

kristallisierten, durch die freiwerdenden Gase eine Steigerung des Druckes eintreten mußte und daß mit der teilweisen Kristallisation des Magmas auch Diffusionsvorgänge und dadurch erzeugte Strömungen notwendig verbunden waren, so begreift sich die oben geschilderte Zertrümmerung und Knickung der anfänglich gebildeten, meist höchst idiomorphen Kristallindividuen bei den immerhin beträchtlichen Dimensionen der syenitgranitischen Massen nicht schwer. Es scheint sich die Bildung dieser letzteren unter ähnlichen physikalischen Bedingungen vollzogen zu haben, wie sie, freilich in gesteigertem Maße, bei der typischen Piëzokristallisation in gefalteten Gebirgen obwalteten. Zur Bestätigung dieser Annahme können sowohl die deutlichen Ansätze einer Parallelstruktur wie die im ganzen Verbreitungsgebiet zu beobachtenden eigenartigen Lagerungsverhältnisse dienen. Wenn es gelungen ist, in einem einzigen Schliff 19 Oligoklas-Andesine nach der Methode von Fouquet zu bestimmen, so deutet dies doch auf eine gleichsinnige Anordnung der Feldspate, welche unmöglich das Werk des Zufalls ist. Mag diese Parallelstruktur auch makroskopisch nicht so in die Augen fallen wie bei dem früher aufgeführten Granitvorkommnis, so ist sie doch zweifellos vorhanden. Besonders beachtenswert aber sind die Lagerungsverhältnisse. Es wurde eingangs schon hervorgehoben, daß die Syenitgranitzüge in langen, schmalen Zungen den Hauptdirektionslinien des herzynischen Gebirgssystems folgen. Bei der Wichtigkeit, welche gerade diese Tatsache für die ganze Tendenz der vorliegenden Untersuchung hat, ist auf diese Erscheinung noch einmal zurückzukommen. Gümbel betrachtet die Syenitgranitvorkommnisse unseres Gebietes als Lagermassen, welche mit dem Gneis, in welchen sie eingebettet sind, gleichalterig sein sollen. „Die Kugelsyenitgranite, schreibt er, sind hauptsächlich in dem Schuppengneisdistrikt östlich von Tirschenreuth gegen Mähring und Bärnau entwickelt. Sie bilden hier zusammenhängende Lagerzüge, welche sich an zahlreichen über die Oberfläche ausgestreuten kugeligen Blöcken verfolgen lassen. In ursprünglicher Lagerstätte finden sie sich zwischen Gneisschichten

normal eingebettet, oft in linsenförmig erweiterten Lagern, welche sich in der Richtung des Fortstreichens stellenweise ausbauchen, stellenweise zusammenschnüren." Es wird später gezeigt werden, daß die Auffassung dieses Autors bezüglich der gegenseitigen Beziehungen zwischen den Lagermassen und ihrer Schieferhülle nicht geteilt werden kann. Das Bild der äußeren Erscheinung aber — und darauf kommt es hier an — ist in der zitierten Ausführung richtig gezeichnet. Dieses Bild aber deutet an sich schon auf ein enges Wechselverhältnis zwischen den Intrusivmassen und ihrer Umgebung. Offenbar ist das schmelzflüssige Magma in die Schieferspalten hineingepreßt worden, sei es daß diese Schieferspalten schon vorausgebildet waren, oder durch die dem Magma unter großem Druck innewohnende Energie erst aufgerissen wurden. Und diese Intrusion folgte auch dann noch der Streichrichtung der aufgeblätterten Schiefer, als die Direktionslinie umschlug und sich um einen Winkel von nahezu 90° drehte. Die Weiterentwickelung dieser Gedankenreihe kann indes, nachdem das Auftreten und der innere Zusammenhang der beiden am meisten ins Auge fallenden Strukturordnungen genügend erläutert ist, der späteren Besprechung vorbehalten bleiben.

Was endlich die Bezeichnung dieses Gesteinstypus als Syenitgranit betrifft, so kann diese Nomenklatur bei der Flüssigkeit aller Gesteinsbegriffe wohl als erträglich betrachtet werden. Man könnte das Gestein, um es als Übergangsglied zu kennzeichnen, mit demselben, vielleicht auch noch mit mehr Recht, Granodiorit nennen. Im Volksmund heißt diese amphibolgranititische Felsart kurzweg Syenit, so daß dieser Begriff seinen ursprünglichen Inhalt wieder erhalten hat. Am zutreffendsten dürfte bei der unverkennbaren Ähnlichkeit mit den monzonitischen Gesteinen der von Weinschenk vorgeschlagene Name „Quarzmonzonit" sein.

Diorit.

Das Gebiet des „Schuppengneises" unterscheidet sich von dem des benachbarten „bunten Gneises" außer anderm

auch dadurch, daß in ihm häufig hornblendereiche Gesteine auftreten. In all den einzelnen Bezirken unseres Gneisdistriktes tauchen solche Hornblendegesteine in größerer oder geringerer Mächtigkeit auf. Sie bilden schmale, aber langgezogene Streifen, deren Längserstreckung augensichtlich durch die beiden Richtungslinien bestimmt ist, welche in der Gebirgsbildung des Oberpfälzer Waldes ihren Einfluß geltend machen. Es ist nicht zu verkennen, daß diese Hornblendegesteine verschiedenen Familien angehören, aber ihre gegenseitige Abgrenzung begegnet in der Natur nicht selten großen Schwierigkeiten. „Die Hornblendegesteine, schreibt Gümbel, scheiden sich in massige und geschichtete, oder in Hornblendefels und Hornblendeschiefer. Doch ist diese Scheidung keine durchgreifende, indem häufig beide Modifikationen ineinander überspielen. Sie bilden mit den dioritartigen Gesteinen eine innig verwandte Gruppe, bei welcher es in den meisten Fällen nicht möglich ist, in der Natur zwischen den einzelnen Gliedern eine feste Grenze zu ziehen. Selbst gegen Syenit, Syenitgranit und Syenitgneis sind die Unterscheidungsmerkmale durch Zwischenformen oft so verwischt, daß eine Ausscheidung auf der Karte nicht ausführbar schien.“ Die Untersuchung von Gesteinsproben aus verschiedenen Lokalitäten hat mit unzweifelhafter Sicherheit ergeben, daß eine lückenlose Reihe von Zwischengliedern von dem typischen Diorit zu dem ausgesprochenen Hornblendegneis und Hornblendeschiefer hinüberführt.

Selbst auf dem beschränkten Raum einer Fundstelle zeigen diese hornblendehaltigen Gesteine oft sehr verschiedenen Charakter. Der Kalvarienberg bei Neustadt a/Wn. liefert dafür ein ausgezeichnetes Beispiel. Die geologische Karte bezeichnet das Gestein, welches diesen Berg zusammensetzt, als Diorit. Aber es sind augensichtlich zwei verschiedene Varietäten dieser Familie, welche sich an dem Aufbau dieses Berges beteiligen. Beide Spielarten weichen in Bestand und Struktur so voneinander ab, daß sie in der Beschreibung auseinander gehalten werden müssen. Die eine stellt sich als ein lichtes Gestein, in welchem der graulich weiße Feldspat vorherrscht,

dar, die andere als ein dunkles, in welchem die Hornblende überwiegt. Das erstere Gestein ist massig, das letztere geschichtet.

Gegen Süden hin durchbricht die Hauptmasse des Berges ein Gangstock von nicht unbedeutender Mächtigkeit. Das ist der richtungslos körnige Diorit. Das Gestein ist eine Kombination von Kalknatronfeldspat mit Hornblende, wozu als Nebengemengteile Eisenerz und Apatit kommen, während Titanit und Granat die Übergemengteile bilden. Unter den Feldspaten erscheint hier zum erstenmal der normale Labrador. Neben ihm finden sich aber auch die saureren Mischungen des Albit-Oligoklas und des Andesin. Die Hornblende bildet den einzigen farbigen Gemengteil. Sie wird im allgemeinen mit grüner Farbe durchsichtig; parallel a ist sie lichtgelbgrün, parallel b bräunlichgrün und parallel c grün mit Stich ins Violette. Quarz ist nur sehr wenig vorhanden; reichlich ist dagegen Apatit in der gewöhnlichen Ausbildung vertreten. Eisenerz durch die braundurchsichtigen Ränder in Verbindung mit geringem Metallglanz als Titaneisen charakterisiert, findet sich oft in großen lappigen Fetzen. Daneben fehlt auch Magnetit nicht. Titanit erscheint in großen Individuen, ermangelt aber des Idiomorphismus, wie er in den granitischen Gesteinen konstatiert werden konnte. Granat ist ein sehr häufiger Übergemengteil, meist stark rissig, nur selten wohl umgrenzt.

Die Häufigkeit des Auftretens von Labrador und Granat in Verbindung mit dem Reichtum an Eisenerzen grenzt dieses Gestein ziemlich scharf von den saureren Typen ab. Charakteristisch ist auch für diese Gesteinsart der reichliche Gehalt an Titansäure, welcher nicht bloß in dem häufigen Titanit, sondern auch in der Hornblende als Beimischung erscheint, wie die violette Farbenabtönung dieses Minerals zu erkennen gibt. Die Struktur ist nicht in dem Grade wie in den bisher beschriebenen Gesteinen, hypidiomorph körnig. Wenn auch die Hornblende dem Feldspat gegenüber vielfach eine freie Formenentwickelung bekundet, so ist doch in vielen anderen Fällen das umgekehrte Verhältnis

zu beobachten. Allgemein verbreitet ist der zonare Aufbau der Feldspate und die poikilitische Durchdringung der Hornblende durch die übrigen Gesteinselemente. Die Verwitterung setzt auch hier im Kern der Feldspate ein und führt zu serizitartigen Aggregaten, während bei der Hornblende sich gerne Eisenoxydhydrat ausscheidet.

Das Hauptgestein des Kalvarienberges aber, dem gegenüber der körnige Diorit nur wie ein malchitischer Gangstock erscheint, ist von dem Hornblendegneis und Hornblendeschiefer, wie sie a. a. O. in Floß und Wildenau auftreten, makroskopisch kaum zu unterscheiden. Auch mikroskopisch sind mancherlei Ähnlichkeiten zwischen den beiden Felsarten zu konstatieren. Die Zonarstruktur der Feldspate, wie sie den massigen Diorit so vorzüglich charakterisiert, und die polysynthetische Zwillingsbildung treten in den beiden Gesteinstypen zurück. Gleichwohl steht das gebänderte Gestein des Kalvarienberges dem Diorit noch näher als den genannten Bildungen von Floß und Wildenau. Abgesehen von dem Charakter der Hornblende und der Vorherrschaft des Oligoklas-Andesin und Andesin vor den basischeren Mischungen sind es besonders zwei Merkmale, welche die Abtrennung jenes Gesteins von diesen Vorkommnissen gebieterisch fordern und es noch als echten Diorit charakterisieren. Einmal der Mangel an einem Pyroxenmineral, und sodann die Anwesenheit von mehr oder weniger Quarz. Pyroxen ist in den Hornblendegesteinen der angeführten Lokalitäten sehr reichlich vorhanden, in dem von mir untersuchten Gestein des Kalvarienberges aber nirgends gefunden worden.[1]) Was den Quarz anlangt, so scheint derselbe in einer Gesteinsprobe vom Kalvarienberg allerdings eine nachträgliche Infiltration zu sein. In langen, gewundenen Adern, in denen zuweilen Aggregate von unter sich gleich orientierten Plagioklaspartikeln schwimmen, zieht er sich durch das Gestein. In anderen Schliffen aber schließen Hornblende und Feldspate nicht selten einzelne ge-

[1]) v. Luczizky hat inzwischen in anderen Partien des komplizierten Gesteinskomplexes Diallag konstatiert.

rundete Quarzkörner ein, welche offenbar primär sind und in ihrem Auftreten an granulitische Strukturformen erinnern. Rutil findet sich zwar auch in den Hornblendegesteinen von Floß und Wildenau, tritt aber in ihnen hinter Titanit zurück, während sich hier das Widerspiel dieser Erscheinung zeigt. Jene lichtgelben Rutilkörner, welche man in den Amphiboliten und Eklogiten so vielfach wahrnimmt, sind in dem Neustädter Dioritvorkommen sehr häufig anzutreffen. Eigentümlich ist diesem Gestein noch der Reichtum an radial gestellten oder auch rosettenförmig angeordneten Chloritblättchen. Auch Biotit erscheint in einzelnen größeren Blättern. Apatit und Zirkon sind selten. Das Eisenerz ist durch seinen Titanitrand deutlich als Ilmenit gekennzeichnet. Der Kalzit, welcher sich öfters in den Plagioklasen ansiedelt, ist jedenfalls nur Sekundärprodukt. Bei der Verwitterung überzieht sich das Gestein mit einer bräunlichen, mehr oder weniger glatten Kruste. Für die Spaltfähigkeit granitodioritischer Magmen liefert der Kalvarienberg einen trefflichen Beleg. Finden sich doch neben den beiden Dioritvarietäten, welche allein schon auf bedeutende Differenzierung im Magma schließen lassen, in jenem Gesteinskomplex auch noch aplit- und pegmatitartige Bildungen in ansehnlicher Entwicklung. Das von Düll als weißer Granitgneis bezeichnete Gestein ist wohl als Aplit anzusprechen.

Auf eine Erscheinung aber muß zum Schluß noch ganz besonders aufmerksam gemacht werden. Es ist die Bänderung der einen Dioritabart; dieses Gestein ist so hornblendereich, daß man es auf den ersten Blick für Hornblendit halten könnte. Bei genauer Betrachtung aber nimmt man den Feldspat nicht bloß wahr, sondern sieht auch zugleich, daß derselbe dünne lamellenartige Lagen bildet. Diese Bänderung ist lange nicht so deutlich wie in den später zu besprechenden basischeren Gesteinen, aber die Ansätze zu einer schlierigen Sonderung der Gemengteile sind doch zu erkennen. Die Neigung zu Schlierenbildungen beherrscht die eruptiven Gesteine unseres Gebietes in hohem Maße.

Hornblendegneis und Hornblendeschiefer.

Zwischen der Almesbacher Mühle und Theiseil findet sich an den Gehängen der nördlichen Talwand ein Hornblendegestein, welches als vermittelndes Zwischenglied zwischen dem Dioritschiefer von Neustadt a. d. Wn. und dem eigentlichen Hornblendegneis betrachtet werden kann. Ist jener als der basische Pol der dioritischen Gesteine zu bezeichnen, so ist dieses als der sauere des Hornblendegneises anzusehen. Aus seinem Mineralbestand, welcher sich im großen und ganzen mit dem des Diorits deckt, sei als charakteristisch der eisenarme, apatitähnliche Orthit mit seinen pleochroitischen Höfen in der Hornblende, der durch seine Parkettierung gekennzeichnete Prehnit und der durch die Größe seines Achsenwinkels gegen eine Verwechselung mit Ziosit β sicher gestellte Klinozoisit hervorgehoben. Was dieses dioritähnliche Gestein aber dem Hornblendegneis naherückt, das ist der Farbenton der Hornblende. Parallel $\mathfrak{a}$ lichtgelb, parallel $\mathfrak{b}$ gelblich und parallel $\mathfrak{c}$ bräunlichgrün markiert diese Hornblende den Übergang von den dioritischen zu den basischeren Gliedern der Hornblendegesteine in deutlicher Weise.

Hornblendegneis und Hornblendeschiefer unterscheiden sich lediglich dadurch voneinander, daß in dem letzteren der Feldspatgehalt erheblich zurückgeht. Zu einer gesonderten Behandlung beider Gesteinsarten besteht daher keinerlei Nötigung. Diese basischen Hornblendegesteine sind in allen Gneisdistrikten unseres Gebietes vertreten. Freilich ist nicht überall da, wo die geologische Karte Hornblendegneis verzeichnet, dieses Gestein auch wirklich vorhanden. An verschiedenen Lokalitäten, wo nach der Karte Hornblendegneis sein sollte, konnte nur gewöhnlicher Glimmergneis ohne jede Spur von Hornblende nachgewiesen werden, wie umgekehrt im Gebiet des Glimmergneises Hornblendegesteine eingeschaltet gefunden wurden. Aber immerhin sind die basischen Hornblendegesteine in dem ganzen Gebiete weit verbreitet. Sie stellen sich als feinkörnige, dunkelfarbige Gesteine mit deutlicher Sonderung der farbigen und farblosen Gemengteile dar, in welchen ein

basischer Kalknatronfeldspat mit einem oder mehreren Gliedern der Pyroxen- und Amphibolfamilie die herrschende Mineralkombination bildet. Als Nebengemengteile sind Apatit, Zirkon und Ilmenit zu nennen. Außerdem treten Magnetkies, Pyrit, Rutil, Titanit und spärlich Granat auf.

Der Kalknatronfeldspat ist wesentlich basischer als in den Dioriten. Es ist Labrador, Labrador-Bytownit und Bytownit. Er hat weißgraue Farbe und bildet Zwillinge nach dem Albit- und Periklingesetz. Im übrigen kann hier auf die Beschreibung der Kalknatronfeldspate in den Dioriten verwiesen werden, wo die unterscheidenden Merkmale bereits namhaft gemacht worden sind. Die Hornblende zeigt allenthalben eine ausgesprochen bräunliche Färbung. Es ist allerdings nicht die eigentliche braune Hornblende, aber der bräunliche Farbenton kommt doch überall recht deutlich zum Vorschein. In dem Gestein von Floß ist die Hornblende parallel 𝔞 lichtgelblichgrün, parallel 𝔟 bräunlichgrün und parallel 𝔠 grün. In dem Gestein von Wildenau ist die braune Färbung noch tiefer. Seine Hornblende ist parallel 𝔞 lichtbraun, parallel 𝔟 gelblichbraun und parallel 𝔠 grünlichbraun. In dem sogen. Hornblendeschiefer ist $\mathfrak{b} = \mathfrak{c}$; nach beiden Richtungen aber zeigt sich eine tief braungrüne Färbung. Spaltbarkeit, Zwillingsbildung, Licht- und Doppelbrechung wie Auslöschungsschiefe sind durchaus normal. Bemerkenswert erscheint nur noch, daß die farbige Hornblende terminal vielfach zerfasert ist und in die farblose ausläuft. Der Pyroxen, welcher neben der Hornblende in wechselnder Menge auftritt, ist ein lichtgefärbter Augit mit sehr schwachem Pleochroismus von lichtgrün nach lichtgelb. Er bildet rundlicheckige Körner, deren Größe zwischen 0,01 und 0,02 mm schwankt. Einigermaßen gut ausgebildete Kristalle sind eine Seltenheit, auch die Spaltbarkeit nach dem Prisma tritt nur hin und wieder deutlich hervor; meist ziehen sich nur ganz unregelmäßige Risse durch das Mineral. Einmal konnte eine Auslöschungsschiefe von 54° konstatiert werden. Im Dünnschliff sieht das Mineral dem Olivin vielfach zum verwechseln ähnlich. Um die Richtigkeit

der Identifizierung aber außer Frage zu stellen, wurde von einem Schliff ein Teil abgetrennt, bloß gelegt und geglüht. Dabei ging die grünbraune Hornblende in die basaltische über, der Pyroxen aber ließ keinerlei Änderung erkennen. Apatit ist im allgemeinen selten; doch finden sich zuweilen Individuen von ansehnlicher Größe. Noch seltener ist Zirkon; dagegen erscheint Titaneisen mit Titanitumsäumung ziemlich häufig, ebenso Pyrit. Der Titanit hat in den Gesteinen von Floß spindelförmige Gestalt; in denen von Wildenau finden sich meist Agglomerationen von keinen, gerundeten Körnern. Neben Pyrit erscheint zuweilen auch Magnetkies. Granat konnte nur in einem Probestück nachgewiesen werden. Die Gesteine zeigen an den verschiedenen Fundstellen sehr verschiedenen Charakter. In den Wildenauer Vorkommnissen tritt der Pyroxen sehr zurück, während er in denen von Floß reichlicher ist. In dem sogen. Hornblendeschiefer nimmt der Feldspat bis fast zum Verschwinden ab, scheint aber sauerer zu sein.

Daß der stufenweise abwärtssteigende Grad des Idiomorphismus der einzelnen Gemengteile in den basischen Gesteinen minder deutlich ist, als in den saureren, dafür liefert dieses Hornblendegestein gute Beispiele. Wie lange die Bildung der Hornblende neben der der Plagioklase noch herging, ersieht man aus dem Umstande, daß erstere öfters Kalknatronfeldspate umschließt. Die auffallendste strukturelle Eigentümlichkeit dieser Hornblendegesteine ist indes ihre Bänderung. Während man bei dem Dioritschiefer nur mehr oder weniger deutliche Ansätze in dieser Richtung wahrnimmt, gewahrt man hier eine ausgesprochene Parallelordnung in Verbindung mit einer weitgehenden Sonderung der Gemengteile. Zeilenförmig ziehen sich die Hornblendeaggregate durch die Schliffe und es wechsellagern kontinuierlich hornblendereiche mit hornblendearmen, ja hornblendefreien Schichten. Die lichtgefärbten Lagen bestehen im wesentlichen nur aus Feldspat und Pyroxen; die dunkelfarbigen aus Hornblende mit ganz sporadischem Feldspat und Augit. Letztere könnte man für sich allein als

Hornblendit bezeichnen, erstere als Forellenstein. Diese Struktureigenart war es ohne Zweifel, welche zu der irreführenden Bezeichnung dieses Gesteinstypus als Hornblendegneis, bezw. Hornblendeschiefer Anlaß gegeben.

Es muß im Interesse des weiteren Verlaufes dieser Abhandlung schon hier nachdrücklichst betont werden, daß dieser sogen. Hornblendegneis samt dem mit ihm innig vergesellschafteten Hornblendeschiefer nicht in die Kategorie der „kristallinen Schiefer" gehört. Diese Hornblendegesteine sind keine metamorphen Bildungen irgendwelcher Art. Es sind primäre Gabbrogesteine vom Typus der Bojite. Zwar zeigen sich in einzelnen Schliffen teils dynamische Einwirkungen teils Kontakterscheinungen. Aber Bestand und Gefüge jener Gesteine sind an sich weder das Werk der Dynamo- noch das der Kontaktmetamorphose. In vielen Fällen beobachtet man auch bei der vollkommensten Parallelstruktur keine Spur einer mechanischen Deformation und wo eine solche sich zeigt, ist sie gewöhnlich nur wenig intensiv. Kontaktwirkungen sind vielfach überhaupt nicht wahrzunehmen. Wo sie aber auftreten, zeigen sich ganz die Erscheinungen, wie sie basische Tiefengesteine am Kontakt mit Granit an sich tragen. Der Feldspat ist saussüritisiert, der Pyroxen uralitisiert. Wie vielfach durchbrochene Gürtel ziehen sich Klinozoisitaggregate durch die Schliffe. Von den ursprünglichen Pyroxenen sind oft nur noch kleine von Amphibolmänteln umhüllte Kerne vorhanden. Die primäre Hornblende zeigt noch deutlich die bräunliche Farbe, die sekundäre aber den charakteristischen blaugrünen Farbenton. In einer stark umgewandelten Gesteinsprobe aus der Umgebung von Floß finden sich Granatkörner bis zu 3,33 mm im Durchmesser. Auf den zahlreichen Rissen dieses Minerals haben sich dieselben blaugrünen Amphibole gebildet, wie sie die Pyroxene mantelartig umsäumen. Selbst in Granat eingeschlossene Pyroxene sind von uralitischen Bildungen umstellt. Der Umwandlungsprozeß ist also bis zur gegenseitigen Reaktion der einzelnen Gemengteile untereinander fortgeschritten, ganz wie es bei der Berührung von gabbroiden

Gesteinen mit einem granitischen Magma geschieht. Kurz die Hornblendegesteine mit basischem Charakter sind nicht Derivate, sondern Primitivbildungen. Die meist geringfügigen mechanischen und die manchmal weitgehenden kontaktmetamorphischen Beeinflussungen sind sekundärer Natur. Was in dieser Anschauung bestärken muß, ist der vielfach zu beobachtende violette Farbenton der Hornblende. Becke[1]) schreibt in dieser Hinsicht: „Nie noch hat man, soviel mir bekannt ist, in kristallinen Schiefern jene violettbraunen Augite oder jene dunkelbraunen Hornblenden angetroffen, welche in Erstarrungsgesteinen so häufig auftreten und deren eigentümliche Farbennuancen man dem Titangehalt wohl mit Recht zuschreibt." Wären jene Gesteine das Produkt einer Metamorphose, so hätten sie bei der erlittenen Umbildung jene Farbenerscheinung verloren.

An jener Auffassung kann auch weder die Tatsache hindern, daß diese Gesteine vielfach lagerartig auftreten, noch der Umstand, daß von ihnen ausgegangene Kontaktwirkungen nicht nachgewiesen werden konnten. Auch die Diabaslager treten ja oft schwarmartig auf und abgesehen davon, daß wenig gute Aufschlüsse vorhanden sind, senden die weniger mit Mineralbildern beladenen basischen Tiefengesteine keine weit fortsetzenden Ausläufer aus. Die basischen Hornblendegesteine unseres Gebietes sind also Eruptivbildungen. Bestand und Struktur nötigen zu ihrer Eingliederung in die gabbroiden Gesteine. Der Reichtum an Hornblende berechtigt zu der Bezeichnung als Hornblendegabbro. Ihre Bänderung ist jedenfalls nur das Produkt einer Art Seigerung im schmelzflüssigen Magma.[2])

---

[1]) Becke, Über Mineralbestand und Struktur der kristallinischen Schiefer 1904.

[2]) Laut Sitzungsbericht der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften vom 6. April 1905 bezeichnete Professor Dr. Bergt die sogen. Dioritschiefer und Amphibolite vom Hohen Bogen als flasrig bis schiefrig ausgebildete Gabbros und Hornblendegabbros. Seine Ausführungen können wohl als eine Stütze für die obige, schon vor geraumer Zeit abgeschlossene Darlegung gelten.

Serpentin.

Serpentin bricht in unserem Gebiet überall in Verbindung mit den Hornblendegesteinen zutage. Außer anderen Orten erscheint er auch bei Wildenau und Floß in ziemlich starker Entwickelung. Es ist ein dunkelfarbiges, grünliches, auch bisweilen bräunlich geflecktes, manchmal fettig anzufühlendes, splittrig brechendes, mildes, aber sehr zähes Gestein. Bald ist es ausgezeichnet schieferig, bald zeigt es keine Spur einer Schieferung oder Schichtung, hat massiges Aussehen und setzt der Zerkleinerung den größten Widerstand entgegen. An seiner Zusammensetzung beteiligen sich vorzugsweise Olivin und Chrysotil in äußerst wechselndem Mengenverhältnis von reinem Olivinfels zu reinem Serpentin. Daneben stets Aktinolith und Chlorit. Ferner sind Magnetit, Eisenglanz und Chromit, Pyrit und Magnetkies vertreten. Biotit, Brucit, Talk, Pleonast spielen meist nur eine untergeordnete Rolle. Magnesit in Adern als spätere Infiltration findet sich reichlich in dem Vorkommen von Wildenau. Sehr häufig endlich tritt ein Gesteinsbestandteil in ansehnlichen Dimensionen auf, welcher wahrscheinlich mit dem von Weinschenk als Batavit bezeichneten Mineral zu identifizieren ist.

Der Olivin bildet meist ganz unregelmäßige, rissige Körner, die manchmal eine Größe von 4—5 mm erreichen. In der Regel erscheint er in einfachen Individuen, doch ist Zwillingsbildung nicht ausgeschlossen. Außer Pikotit enthält er auch öfters Flüssigkeitseinschlüsse mit deutlichen Libellen. Der Strahlstein, ein überaus häufiger Gemengteil, stellt sich nicht bloß als Nebenprodukt bei der Serpentinbildung dar. Ist er doch gerade in solchen Gesteinen, in denen der Serpentinisierungsprozeß noch verhältnismäßig wenig weit vorgeschritten ist, in radialstrahligen Aggregaten oder rosettenförmiger Gruppierung weit verbreitet. Die durch die Zerdrückung der langen, dünnen Nadeln bewirkte Parkettierung verleihen ihm nicht selten große Ähnlichkeit mit Prehnit. Was das als Batavit eingeführte Mineral betrifft, so bildet dasselbe 5—10 mm große Individuen, welche sich makroskopisch

durch ihren weichen Seidenglanz scharf von dem dunkeln Gesteinsgrund abheben. Das Mineral ist durch höchst vollkommene Spaltbarkeit nach der Basis aus gezeichnet. Seine Lichtbrechung ist sehr schwach, seine Doppelbrechung aber sehr bedeutend. Während die Lichtbrechung mit der des Nephelins etwa auf gleicher Stufe steht, ist die Doppelbrechung so stark, daß in den normalen Schliffen gar nicht selten das Grün der zweiten Ordnung erscheint. Die Spaltblättchen liefern ein vollkommenes Achsenbild. Der optische Charakter ist negativ. Die im Vergleich zu den Dimensionen der übrigen Gesteinsbestandteile beträchtliche Größe des letztgenannten Minerals verleiht dem Serpentin ein porphyrartiges Aussehen. Die vorzüglich entwickelte Maschenstruktur und die sonstigen Strukturformen bedürfen keiner weiteren Erläuterung.

Die Abstammung des Serpentins von Peridotit schließlich muß trotz der Einwendungen Gümbels gegen Sandberger als gesichert gelten. Ist doch nicht bloß eine reiche Fülle von Olivinindividuen noch vorhanden, sondern auch klar ersichtlich wie der Chrysotil Schritt für Schritt den Olivin ersetzt. Deutlich beobachtet man, wie die auf den Klüften des Olivins sich bildenden Chrysotiladern sich immer weiter ausbreiten und schließlich das ganze Gefüge desselben zersprengen. Immer kleiner sieht man das Muttermineral werden, bis endlich der letzte Rest verschwunden ist.

Gneis.

Das Granitmassiv zwischen Weiden und Tirschenreuth wird fast vollständig von Gneisschichten umrahmt. Der „Gneis" geht nicht überall zutage. So schließen sich im Norden unmittelbar an den Granitstock quartäre Ablagerungen. Aber es kann kaum einem Zweifel unterliegen, daß diese jüngeren Sedimente mehr oder weniger ausgedehnte Gneispartien überdecken. Bei Tirschenreuth steht der „Gneis" in einem mächtigen Schichtenkomplex an und überlagert den schief einfallenden Granit. Von Tirschenreuth aber zieht sich ein ununterbrochener

Gneisgürtel am Ostrand des Eruptivkörpers hin. Ebenso besteht der ganze Westrand des Gebirges aus Gneisgesteinen. Schließlich sind auch die Innenseiten jener beiden Granitzüge, welche von dem Massiv aus weit nach Süden vorspringen, vielfach von Gneisgebilden umsäumt. Bei Schlattein, Plößberg und Wildenau tritt der gewöhnliche „Gneis“ auf; ebenso in der Gegend von Waldthurn und Vohenstrauß. Dazwischen breitet sich Hornblendegneis und Hornblendeschiefer aus. Wir haben erkannt, daß diese dunkelfarbigen, parallel struierten Gesteine nichts anderes als gebänderter Hornblendegabbro sind. Es muß aber als sicher festgestellt gelten, daß dieser Hornblendegabbro keineswegs das ganze Gebiet einnimmt, das ihm auf der geologischen Karte zugewiesen ist. Das ausgezeichnete Material, welches beim Bau des Berglerschen Eiskellers in Floß zutage gefördert und das, welches auf der rechten Bachseite durch Schürfung gewonnen wurde, schließt darüber jeden Zweifel aus. Auch in der nächsten Umgebung von Bergnersreuth und Versdorf findet man echten Zweiglimmergneis. Nur gegen Nord-West verbindet eine schmale Granitbrücke das Massiv des Tirschenreuther Waldes mit dem Granitstock des Steinwaldes. So legt sich also um die ganze Granitmasse eine fast lückenlose, breitere oder schmälere Gneiszone mantelartig herum. Und über dies alles muß hier schon der doppelten Tatsache Erwähnung getan werden, daß es einerseits oft nur ganz schmale Granitstreifen sind, welche die einzelnen Gneisdistrikte voneinander trennen, und daß andrerseits größere Gneisschollen inselartig im Granit gleichsam schwimmen.

Der Gesteinscharakter läßt bei aller Übereinstimmung im großen doch sehr merkliche Unterschiede an den verschiedenen Lokalitäten erkennen. Der Mineralbestand der Gneisgesteine, um von diesem zunächst zu reden, ist ein überaus reichhaltiger und mannigfaltiger. Außer den in den Gneisen allverbreiteten Gemengteilen gehören zur Mineralparagenesis dieser Gesteine: Apatit, Zirkon, Pyrit, Magnetkies, Magneteisen, Eisenglanz, Titaneisen, Turmalin, Anatas, Rutil, Titanit,

Leukoxen, Granat, Sillimanit, Cordierit, Andalusit, Monazit, Hussakit, Prehnit, Epidot, Spinell, Chlorit und Orthit.

Von den Feldspaten sind Orthoklas, Mikroklin, Mikroperthit, Albit, Albit-Oligoklas, Oligoklas und Oligoklas-Andesin vertreten. Sie haben niemals rote, sondern immer weißlichgraue bis gelbliche Färbung. Ihre sonstigen Eigenschaften zeigen keinerlei Abweichung von denen der granatischen Gesteine. Das Mengenverhältnis zwischen Alkali- und Kalknatronfeldspaten ist hier noch einem größeren Wechsel unterworfen als im Granit. Allenthalben sind die Feldspate reich an Einschlüssen. Bald sind es nadel- und stabförmige Mikrolithe, bald mehr oder weniger gerundete Körner. Zeigen jene vielfach die Charaktere des Sillimanits, so gehören diese nicht selten dem Quarz an. Wirr durcheinanderliegend bringen sie zuweilen eine starke Trübung der Feldspate hervor. Bei der Verwitterung, welche überall die normalsten Erscheinungen veranlaßt, bekundet der im ganzen seltene Mikroklin auch hier seine große Widerstandsfähigkeit den umbildenden Agenzien gegenüber.

Von den Glimmermineralien sind Magnesia- und Kaliglimmer zu nennen. Der Biotit bildet im allgemeinen unregelmäßige Blätter und Blätteraggregate, die sich nicht selten zu kontinuierlichen Häuten über und aneinander reihen. In dem Gneis von Neustadt a. d. Wn. beobachtet man oftmals scharf umgrenzte sechsseitige Täfelchen. In anderen Fällen sind die Blättchen mehr gerundet oder eiförmig gestaltet. So treten in dem „Gneis“ von Floß öfters kreisförmige Scheibchen auf. Das Vorkommnis von Ellenfeld dagegen zeigt vielfach ruinenhafte Endausbildung. Der Achsenwinkel ist stets sehr klein. Die Farbe wechselt an den verschiedenen Fundstätten. Im allgemeinen braun im auffallenden und durchfallenden Licht, ist sie an manchen Orten, wie z. B. in der Nähe von Schlattein, schwarzbraun im reflektierten, tiefrotbraun im transmittierten Licht. In dem Gneis von Naab nimmt der Biotit sogar zitronengelben Farbenton an. Bei der

Zersetzung geht die braune Farbe in die grüne über. Pleochroismus und Auslöschung sind normal. Der reichliche Eisengehalt gibt sich bei der Zersetzung durch die Ausscheidung von Eisenerzen zu erkennen, während der Reichtum an Titansäure durch die Bildung von Rutilnadeln und Leukoxen zum Vorschein kommt. Nicht selten erscheint der Biotit stark gebleicht, noch öfter chloritisiert. Besonders ward der Gneis von Tirschenreuth einer weitgehenden Chloritisierung unterworfen. Die in Quarz eingeschlossenen Blättchen und Täfelchen sind allerdings durch einen vorzüglichen Erhaltungszustand ausgezeichnet; die übrigen aber meist hochgradig umgebildet. Der mit Biotit vielfach vergesellschaftete, manchmal mit ihm auch parallel verwachsene Muskovit legt große Neigung zu radialstrahliger Gruppierung an den Tag, hat vielmals löcherige Beschaffenheit und ist nicht selten verzwillingt. Das Mengenverhältnis zwischen Kali- und Magnesiaglimmer ist großen Schwankungen ausgesetzt. In dem Gneis von Floß tritt der Muskovit sehr hinter Biotit zurück; in dem Steinbruch Bergler fehlt er sogar ganz. Dagegen führt er die unbestrittene Vorherrschaft in dem Gneis von Bärnau. Als Einschlüsse führen die Glimmer neben Apatit und Zirkon gar nicht selten mehr oder weniger gerundete Quarzkörner, eine Erscheinung welche für die verschiedenen Gneistypen dieses Gebietes als besonders bezeichnend hervorgehoben werden muß. In der Regel liegen die Glimmerblättchen in der Strukturebene, nicht selten jedoch schneiden sie dieselbe auch unter wechselndem Winkel.

Der Quarz bildet mit Feldspat zumeist allotriomorph körnige Aggregate, doch ist vielfach das Streben nach kristallographischer Formenentwickelung nicht zu verkennen. Der muschlige Bruch und der fettige Glanz sind überall da deutlich zu erkennen, wo die Körner etwas größere Dimensionen aufweisen. Häufig schließen sich die einzelnen Körner zu linsenförmigen Aggregaten zusammen. An Einschlüssen ist der Quarz meist sehr reich. In dem Gneis von Naab finden sich Gaseinschlüsse, sonst begegnet man nicht selten Flüssigkeitseinschlüssen, welche förmliche Bänder bilden und ohne Richtungs-

änderung von einem Korn in das andere übersetzen. Von den innerhalb der Quarzkörner auftretenden mikrolithischen Bildungen sind neben Sillimanit und Biotit besonders Rutilstäbchen zu nennen. An myrmekitischen Verwachsungen mit Feldspat ist besonders der Quarz in dem Gneis zwischen Iglersreuth und Bärnau reich, während das Vorkommen von Floß das sonst seltene Phänomen der Kataklase mit großer Deutlichkeit zeigt.

Der Apatit ist, wie es scheint, nur in den die Gneisschichten häufig durchsetzenden Aplitgängen in langen, nadelförmigen Kristallen ausgebildet; meist erscheint er in rundlichen oder ovalen Körnern; manchmal auch in Täfelchen, die leicht zu Täuschungen hinsichtlich seines optischen Charakters Anlaß geben. Seine Verteilung in den Gesteinen ist äußerst wenig konstant. Ist der „Gneis" von Plößberg ganz vollgepfropft von Apatit, so ist in manchen Schliffen des „Gneises" von Tirschenreuth kein einziges Individuum zu finden. Auch der „Gneis" von Wondreb zeigt nur ganz lokal eine erhebliche Anreicherung dieses Minerals. Nur selten erreichen die Körner eine ansehnliche Größe. Durchmesser von 0,522 mm sind schon eine Ausnahme. Der Zirkon ist, wenn auch oft in geringer Menge, überall vorhanden. In dem „Gneis" von Plößberg ziehen sich ganze Streifen dieses Minerals durch den Schliff. Die Dimensionen sind meist sehr gering. Eine Größe von 0,219 mm ist schon verhältnismäßig beträchtlich. Gerade die kleinsten Individuen aber sind meist durch hochgradigen Idiomorphismus ausgezeichnet. Pleochroitische Höfe bildet der Zirkon nicht bloß in Biotit und Chlorit, sondern auch manchmal im Muskovit. Besonders bezeichnend aber ist diese Erscheinung im Cordierit. Der Pyrit ist gar nicht selten. Besonders reichlich führen ihn die Gesteine aus dem Bahneinschnitt zwischen Iglersreuth und Bärnau, und diejenigen von Floß. Oft ist er in Eisenoxydhydrat umgewandelt; aber auch in dieser Umbildung ist er durch seine Krystallform noch leicht zu erkennen. Der „Gneis" von Tirschenreuth enthält besonders schöne Pseudomorphosen nach Pyrit.

Der Magnetkies ist vor allem in dem Gneis von Bergnersreuth reich entwickelt. Das Magneteisen, so ziemlich allgegenwärtig, trifft man selten in guter Kristallform. Dagegen bildet der Eisenglanz, in seinem Auftreten etwas seltener, gern sechsseitige Täfelchen; das Titaneisen ist durch seine skelettartige Ausbildung und durch seinen Leukoxenrand meist deutlich charakterisiert, oft bildet es auch lange schmale Leisten mit Titanitsaum im Biotit. In dem „Gneis" von Holzmühle und Naab findet sich auch die glimmerartige Varietät. Der Turmalin ist, wenn auch nicht gerade überall anzutreffen, doch ein außerordentlich häufiger Gemengteil dieses „Gneises". So sind in dem Vorkommnis von Tirschenreuth oft zahlreiche Individuen auf engem Raum vereinigt. Meist gedrungen prismatisch zeigt er in der Prismenzone oft schöne trigonale Durchschnitte und an den Enden hemimorphe Ausbildung. Die Farbe, in der Regel braun und blau, manchmal auch grünlich und bläulichgrün, wechselt öfters in einem Kristall. Größere Individuen sind wohl auch zonar gebaut. Der Anatas ist allgemein verbreitet. Zuweilen beobachtet man, wie sich Anatas aus Leukoxen entwickelt, während umgekehrt aus Anatas öfters Rutil herauswächst. Der Rutil, manchmal in nadelförmigen Kristallen, meist in kurzen Prismen, gar nicht selten in mehr oder weniger gerundeten Körnern ausgebildet, erscheint gewöhnlich nur in einfachen Kristallindividuen, doch sind auch knie- und herzförmige Zwillinge verbreitet. Die Farbe ist oft lichtgelb, zuweilen auch braun mit unverkennbarem Pleochroismus. Längs der Hauptachse findet meist eine starke Absorption statt. Ganze Aggregate von pleochroitischen Höfen nimmt man im Chlorit des „Gneises" von Tirschenreuth wahr, während die Sagenitbildung in den Gesteinen von Naab vorzüglich zu sehen ist. Der Titanit ist im ganzen selten. Wo er erscheint, tritt er gewöhnlich in Form der Insekteneier auf. Leukoxen umsäumt oft Glimmermineralien und Titaneisen. Der fast allgemein verbreitete Granat beherbergt häufig Feldspat, Quarz und Biotit als Einschlüsse. Auf den Spaltrissen siedeln sich vielfach Chloritblättchen an. Peri-

morphosen sind keine seltene Erscheinung. Sehr oft begegnet man in den Gneisgesteinen dieses Gebietes dem Sillimanit und Cordierit. Der Sillimanit stellt sich nicht selten in stabförmigen Einzelkristallen dar; meistens aber erscheint er in büschelformigen Aggregaten. Außer in Quarz und Feldspat tritt er besonders häufig im Cordierit als Einschluß auf. Hier sind die einzelnen Fasern zu vielfach gewundenen und gebogenen Garben vereinigt, während der Wirt als einheitlicher Kristall keinerlei dynamische Beeinflussung erkennen läßt. Besonders reich an Sillimanit ist der „Gneis“ zwischen Iglersreuth und Bärnau, aber es gibt in der ganzen Gegend kaum einen „Gneis“, der nicht dieses Mineral führte. Der Cordierit, welcher den Sillimanit so oft umschließt, bildet hin und wieder unregelmäßige, wasserhelle, quarzähnliche Körner, in den meisten Fällen aber ist er in Pinit umgewandelt. Wo die auf den Spaltrissen und an den Rändern einsetzende Umbildung große Fortschritte gemacht, bewirkt sie eine starke Trübung des Minerals. Wie verschieden der Achsenwinkel sein kann, geht aus einem Vergleich zwischen den Cordieriten von Neustadt a. d. Wn. und Iglersreuth hervor. Sehr schön sieht man auch oft die Tatsache bestätigt, daß in den vom Zirkon verursachten pleochroitischen Höfen der nach $\mathfrak{a}$ schwingende Strahl lebhaft gelb erscheint, die Lichtbrechung erhöht und die Doppelbrechung vermindert wird. Eine ganz vereinzelte Erscheinung ist der Monazit. Nachgewiesen konnte er nur in dem Gneisvorkommen von Naab werden. Die hier im Gesteinsgewebe zerstreuten kreisförmigen Körner sind durch den gelblichen Farbenton sowie durch den kleinen Achsenwinkel vor Verwechselung mit anderen Mineralien sichergegestellt. Dasselbe Gestein enthält auch den durch die Höhe seiner Doppelbrechung und durch seinen Pleochroismus genügend gekennzeichneten Hussakit. Ein sehr charakteristischer Übergemengteil ist in dem „Gneis“ von Floß der Prehnit. Fast in jedem Schliff trifft man ihn hier an. Die ihm eignende Parkettierung macht ihn sehr leicht kenntlich. Mit ihm ist häufig der Epidot verbunden, welcher sich zu

Haufwerken von kleinen gelblichen Körnern zu gruppieren pflegt. In dem „Gneis" von Tirschenreuth und Bergnersreuth stellt sich öfters Andalusit mit seinen bekannten Kennzeichen ein. An der letztgenannten Lokalität ist auch ein grüner Spinell reichlich vertreten. Chlorit findet man überall. In einem Vorkommen bei Neustadt a. d. Wn. bewirkt der Reichtum an diesem Mineral eine grünliche Färbung des Gesteins. Orthit endlich ist an verschiedenen Orten in einzelnen Körnern und Zwillingskristallen vorhanden. Es sind also nicht weniger als 33 Mineralien, die in diesem Gneis nachgewiesen werden konnten.

Auch an begleitenden Bestandmassen ist dieser Gesteinstypus überaus reich. Die erwähnten Quarzlinsen allerdings können kaum als solche bezeichnet werden. Sie finden sich so oft und in so verschiedenen Dimensionen, daß sie als dem „Gneis" wesentliche Bildungen gelten müssen. Dies um so mehr als sie in geringen Mengen wenigstens immer noch Feldspat und Muskovit enthalten. Dagegen finden sich oftmals pegmatitische Nester und granitische wie aplitische Gänge. Bei der Herstellung des mehrerwähnten Eisenbahneinschnitts bei Iglersreuth aber wurde eine Menge von mehr oder weniger linsenförmigen, sich fettig anfühlenden, glimmerartigen Massen zutage gebracht. Es sind serizitische Aggregate und wohl als Reibungsprodukte, welche bei der Verschiebung fester Bestandteile der Erdrinde gegeneinander entstanden sind, zu betrachten.

Was den chemischen Typus anlangt, so ist vor allem zu erwähnen, daß jene Unbeständigkeit in der Zusammensetzung, welche Gesteine, bei deren Bildung nicht sowohl die Gesetze der chemischen Affinität als rein mechanische Kräfte sich auswirkten, naturgemäß charakterisiert, in dem großen Gneiskomplex fortgesetzt zu beobachten ist. Es ist augensichtlich, wie in den verschiedenen Gesteinsproben bald der Quarz bald der Feldspat die unbestrittene Vorherrschaft gewinnt. Und die chemische Analyse besiegelt die Richtigkeit der mikroskopischen Untersuchung. Nach Gümbel wechselt bei vier Probestücken aus diesem Gneisterritorium der Kiesel-

säuregehalt zwischen 66,030 % und 80,225 %. Sodann läßt der Reichtum an Tonerdesilikaten, wie Sillimanit, Granat, Andalusit, Glimmer und so fort sowie das Auftreten von Spinelliden auf einen hohen Tonerdegehalt bei der Mehrzahl der Gneisvorkommnisse schließen und endlich deutet das sehr beachtenswerte Auftreten von reichlichem Prehnit und Epidot auf größere Quantitäten Kalks in den Schiefern.

Von größter Wichtigkeit sind aber nun die verschiedenen Strukturordnungen, welche bei dieser Gesteinsklasse auftreten und ihr ein eigenartiges Gepräge aufdrücken. Was in dieser Richtung vor allem in das Auge fällt, das ist die weitgehende Parallelordnung der Gemengteile. Dieselbe ist ja wohl zuweilen etwas verschleiert. Da, wo die Schiefer dem eruptiven Herd nahe liegen, entwickelt sich manchmal eine typische Hornfelsstruktur. Aber im allgemeinen ist jene Parallelordnung evident. Mit ihr verbindet sich fast allenthalben eine mehr oder weniger deutliche Sonderung der Gesteinselemente. So zeigt der „Gneis" von Oedwaldhausen eine ausgesprochene Lagenstruktur. Ein schönes Beispiel für die zentrische Strukturform liefert der „Gneis" von Versdorf, in dem um größere Granatkristalle als Strukturkerne sich Glimmermineralien wie ein Kranz herumlegen. Den Vergleich der kristallinen Schiefer in ihren strukturellen Beziehungen mit einem Palimpsest rechtfertigt so recht augensichtlich der transversale Gneis von Wondreb, in welchem Schicht- und Schieferstruktur nebeneinander auftreten. Die ursprüngliche Schichtung ist hier durch ein zu ihr senkrecht stehendes Kluftsystem durchschnitten, welches als Schieferung zu bezeichnen ist. Wichtiger als die Lagen- und Ocellarstruktur und die transversale Schieferung ist die echte Schieferung, welche gern in die flasrige Strukturform übergeht. Gümbel bezeichnet den Gneis unseres ganzen Distriktes als „Schuppengneis." „Das Eigentümliche dieser Gneisvarietät, schreibt er, besteht in dem schuppigen, dichten glimmerartigen Gemengteil, welcher meist das Aussehen besitzt, als sei er nur eine dichtverfilzte, schalige, graue Glimmer-

substanz, die in Glimmerschuppen gleichsam übergeht, oft auch die Beschaffenheit eines seidenglänzenden, weißen Minerals annimmt und sich dem Buchholzit anzunähern scheint. Zuweilen tritt diese Substanz zurück und dafür nimmt eine schaligschuppige Anhäufung von braunem und weißem Glimmer in innigster Zusammenmengung ihre Stelle ein." Was den Gneis unseres Gebietes fast allerwärts vorzugsweise charakterisiert, das sind eben die schieferigen und flasrigen Strukturtypen, bei denen Biotit, Muskovit und Chlorit vielfach verbunden mit einem größeren oder geringeren Reichtum an Sillimanit und anderen der aufgeführten Mineralien sich zu kontinuierlichen Häuten zusammenschließen, um die einzelnen Quarz-Feldspatlagen mehr oder wenig ebenflächig voneinander abzugrenzen oder flaserig zu umhüllen. Am bedeutsamsten aber unter all den verschiedenen Strukturarten, wie sie unser Gneisgebiet zeigt, ist die structure granulitique. Sie ist es, welche auf die genetischen Beziehungen und Verhältnisse ein helles Licht wirft. Auf sie wird im weiteren Verlauf dieser Abhandlung noch zurückzukommen sein. Nach dieser Darstellung des Mineralbestandes und der Struktur sind die nötigen Voraussetzungen für eine Systematik der einzelnen Gneisvorkommnisse unseres Gebietes gegeben. Man kann eine solche auf Grund der mineralischen Konstitution, der Strukturformen und der genetischen Verhältnisse versuchen und durchführen. Macht man das Auftreten oder Fehlen einzelner charakteristischer Mineralien zum Einteilungsprinzip, so kann man Chlorit-, Andalusit-, Prehnit- und Epidotgneise unterscheiden. Eine Gliederung in Sillimanit-, Cordierit- und Granatgneise, wie sie sonst wohl vorgenommen wird, scheint untunlich zu sein. Zwar konnte nicht jedes dieser Mineralien in jedem Schliff nachgewiesen werden. Aber im allgemeinen müssen diese Bestandteile, von einer einzigen Lokalität abgesehen, doch als allverbreitet gelten und der Eintritt beziehungsweise Mangel des einen oder des andern dieser Mineralien als eine zufällige Erscheinung betrachtet werden. Dagegen scheint die Ausscheidung der oben genannten Varietäten wohl berechtigt und

durchführbar. Gümbel unterscheidet neben dem typischen lediglich einen grünen Schuppengneis. „In manchen Varietäten schreibt er, nimmt der dichte schuppige Bestandteil mehr die Beschaffenheit eines grünen Glimmers oder einer chloritischen Substanz an. Aus dieser Abänderung bildet sich allmählich eine Modifikation des Gneises heraus, bei welcher der intensiv braune Glimmer fehlt oder selten wird, dafür aber ein mattgrüner eintritt." Die Untersuchung des „Gneises" von Neustadt a. d. Wn. bestätigt dies im allgemeinen. In zwei Gesteinsproben bildet der optisch negative Chlorit mit kleinem Achsenwinkel den hauptsächlichsten farbigen Gemengteil. Man kann jene Gneisspielart Chloritgneis nennen. Sehr charakteristisch aber ist für den „Gneis" in der Umgebung von Floß das sonst nur ausnahmsweise beobachtete Auftreten von Prehnit und Epidot. Ebenso wurde Andalusit nur in dem Gneis von Tirschenreuth und Bergnersreuth nachgewiesen. So dürfte neben der Aufstellung von Chloritgneis auch die Abtrennung von Prehnit-Epidot- und Andalusitgneis gerechtfertigt sein. Etwas Fließendes hat diese Klassifikation ohne Zweifel. Zu dem grünen Schuppengneis rechnet Gümbel jenen Gesteinskomplex, der von Erbendorf in südlicher Richtung gegen Leuchtenberg hinstreicht, immer an den Rand des Granitmassivs sich haltend. Aber einerseits findet man in diesem Gneisgebiet Vorkommnisse, in denen neben Chlorit der braune Biotit nicht bloß auftritt sondern prädominiert, andereits ist auch an anderen Orten, wie z. B. Tirschenreuth, außer Biotit auch Chlorit in reicher Entwicklung zu konstatieren. Und so mag auch Andalusit außer den angeführten Lokalitäten sich noch an manchen anderen einstellen. Aber Übergänge und Zwischenglieder sind auch sonst in der petrographischen Systematik keine seltene Erscheinung.

Strukturelle Eigentümlichkeiten berechtigen den Schuppengneis unseres Gebietes von dem „Dichroitgneis" Gümbels, wie er im Bayerischen Wald vielfach verbreitet ist, abzutrennen. Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß bezüglich des Mineralbestandes zwischen diesen beiden Gneisabarten kein nennens-

werter Unterschied besteht. Zwar waren in dem ersteren verschiedene Mineralien nicht zu finden, welche in dem letzteren vorhanden sind. So konnten Aluminit, Winnebergit, Pissophan, Hisingerit, Thraulit, Jollyt u. a. mehr oder weniger seltene Bildungen nicht entdeckt werden. Es mag dies aber weniger in dem Mangel an diesen Mineralien als in dem Fehlen so guter Aufschlüsse, wie sie sich bei Bodenmais finden, gelegen und begründet sein. Sonst zeigt sich eine große Übereinstimmung in der mineralischen Zusammensetzung der beiden Gneisvarietäten. Cordierit mit typischer Umwandlung in Pinit, Sillimanit, Andalusit, Granat und Spinell sind die charakteristischen Gemengteile, welche beide Gneisarten miteinander gemein haben. Auch die eigenartigen Einlagerungen von Magnet- und Schwefelkies finden sich bei beiden Gneisarten. Was man den eisernen Hut nennt, ist hier und dort vertreten. „Durch die Zersetzung des Schwefelkieses, schreibt Gümbel, sind die an vielen Orten bekannt gewordenen, meist nur oberflächlichen Brauneisenerzputzenwerke entstanden." Daß unserem Gneisgebiet überhaupt der Erzadel nicht fehlt, beweisen schon Ortsbezeichnungen wie Pleistein, Silberhütte, Goldbrunnen. Selbst in nebensächlichen Kleinigkeiten ist eine gewisse Ähnlichkeit zwischen den beiden Gneisspielarten nicht zu verkennen. „Sehr bemerkenswert, schreibt Gümbel mit Beziehung auf den Dichroitgneis, sind die wasserhellen Knollen von Quarz, welche mit völlig abgerundeter, glatter Oberfläche in Form von kartoffelähnlichen Knöllchen in Kies eingesprengt vorkommen." Bei Plößberg wurde im Schuppengneisgebiet eine Quarzbildung gefunden, welche in der äußeren Gestalt genau der Form jener Erdfrucht gleicht. Es sind im letzten Grund nur strukturelle Eigenarten, welche den Unterschied von „Schuppen- und Dichroitgneis" begründen. Will man den Schuppengneis unseres Gebietes nach Merkmalen der Struktur gliedern, so kann man ihn teilen in Hornfels, Lagengneis und Flasergneis. Die Vorkommnisse von Tirschenreuth, Ödwaldhausen und Schlattein liefern dafür typische Beispiele.

Wichtiger und gerade für die vorliegende Arbeit bedeut-

samer als die Klassifikation nach Bestand und Struktur ist die nach den genetischen Verhältnissen. Nach diesen lassen sich mit Sicherheit zwei Arten von „Gneis" unterscheiden. Es ist der „Ortho- und der Metagneis". Möglicherweise gehören einzelne Vorkommnisse dieses Distrikts auch in die Kategorie der „Paragneise". Deutlich und scharf heben sich die beiden erstgenannten Gneisarten voneinander ab. Zu dem Orthogneis ist das Vorkommen von Ödwaldhausen zu rechnen. Gümbel erklärt allerdings, daß eruptive Gneismassen in unserem Gebiete entschieden nicht vorkommen und daß nirgends an uns die Nötigung herantrete, andere Ursachen der Schichtung zu suchen, als die der Sedimentation sind. Aber die bei der Herstellung der Bahneinschnitte unweit Ödwaldhausen zutage geförderten Gesteine sind Eruptivbildungen. Sie tragen makroskopisch und mikroskopisch viel von den Charakteren an sich, welche für die „Gneise" als bezeichnend gelten. Sie bekunden schon bei der Betrachtung mit unbewaffnetem Auge nicht bloß eine deutliche Parallelordnung der Gemengteile, sondern auch eine weitgehende Sonderung derselben. Sie sind es, denen die ausgeprägte Lagenstruktur eignet. Bei der mikroskopischen Untersuchung aber fällt sofort der Mangel einer gesetzmäßigen Sukzession der Mineralausscheidungen auf. Der Apatit, sonst als Erstling der Kristallisation vielfach in langen Nadeln und wohlbegrenzten prismatischen Kristallen ausgebildet, erscheint in unregelmäßigen Körnern. Es kommt wohl vor, daß der Quarz den Biotit umschließt, aber auch die Erscheinung ist nicht selten, daß der Biotit Quarzeinschlüsse führt. Die poikilitische Durchwachsung der Feldspate mit Quarzkörnern ist überaus häufig wahrzunehmen. Die Formengestaltung nicht bloß des Orthoklases sondern auch der Plagioklase ist vielfach durch Quarzausscheidungen beeinflußt. Anderseits aber unterscheiden sich diese Gesteine doch augensichtlich von den übrigen Gneisarten. Außer ihrer Lagenstruktur ist es besonders ihr Mineralbestand, durch den sie sich von den übrigen Gneisbildungen abheben. Sie sind es, die weder Cordierit noch Andalusit noch Granat führen. Sillimanit

findet sich zwar stellenweise, tritt aber anderwärts bis zum Verschwinden zurück. Auch Magnet- und Schwefelkies, sonst so häufig, fehlen hier. Ihre Mineralparagenesis ist die der Granite. Es kann kaum zweifelhaft sein, daß in diesen Gesteinen eruptive Bildungen vorliegen, welche durch die Besonderheit der örtlichen Verhältnisse die Erscheinungsform kristalliner Schiefer erhielten. Ob Paragneise vorhanden, mag dahingestellt bleiben; die große Mehrzahl der tonerdesilikatreichen, schiefrig flasrigen Bildungen sind zu den Metagneisen zu zählen. Sie werden noch besonders besprochen werden müssen, wenn einmal die Gesamtheit der genetischen Beziehungen zur Erörterung gelangt.

Glimmerschiefer.

An dem nördlichen Ufer der Wondreb zieht sich eine Bergkette hin, welche durch eine Reihe von mehr oder minder tiefen Taleinschnitten mannigfach gegliedert erscheint. Das Gesteinsmaterial dieser Bergreihe ist „Glimmerschiefer." Es ist eine lange, aber verhältnismäßig schmale, einerseits von „Phyllit" und „Quarzphyllit", anderseits von „Gneis" und quartären Sedimenten begrenzte Zone, welche dieses Gestein bildet. Der „Glimmerschiefer" setzt sich aus Glimmer und Quarz als herrschenden Gemengteilen zusammen. Akzessorisch erscheinen verschiedene Eisenerze und Zirkon. Als ein charakteristischer Übergemengteil tritt Andalusit sehr häufig auf. Turmalin und Rutil fehlen fast nie. Sehr häufig ist auch Graphit. Mehr zufällig sind Feldspate und Titanit. Als Einschluß findet sich nicht selten ein eigenartiges, unten näher zu beschreibendes Mineral. Chlorit ist wohl meist Umwandlungsprodukt.

Von den Glimmermineralien sind Biotit, Muskovit und Serizit vertreten. Der Biotit zeigt im allgemeinen dieselben Eigenschaften bezüglich der Verteilung im Gestein, der Einschlüsse und der aus ihm hervorgehenden Neubildungen wie im Gneis. Zu bemerken ist nur, daß er nicht selten in grüner Farbe erscheint, wobei die Höhe der Doppelbrechung verbietet,

diese Farbenverschiedenheit durch Chloritisierung bedingt zu denken. Damit soll indes nicht in Abrede gestellt werden, daß der Chlorit vielfach das Umwandlungsprodukt des Biotits ist. Nie ist der letztere das einzige Glimmermineral. Mit ihm ist vielmehr stets in wechselnder Menge Muskovit verbunden. Derselbe ist öfters rosettenförmig geordnet, meist aber parallel mit Biotit verwachsen, vor dem er durch seinen guten Erhaltungszustand ausgezeichnet ist. Serizit ist durch seinen kleinen Achsenwinkel deutlich von Muskovit unterschieden. Er findet sich sehr häufig als Umrahmung des Andalusits und ist jedenfalls als Zersetzungsprodukt desselben anzusehen. Die einzelnen mikroskopisch kleinen Individuen sind sehr verschieden orientiert, so daß diese Glimmeraggregate zwischen gekreuzten Nikols niemals völlig dunkel erscheinen.

Die eckigrundlichen Quarzkörner führen nicht selten zahlreiche Einschlüsse. Zuweilen sind es Glimmerleistchen, welche sie beherbergen, zuweilen stabförmige Mikrolithe, welche sehr viel Ähnlichkeit mit Sillimanit verraten. Manchmal sind auch von den Rändern her fremde Mineralien in den Quarz hineingewachsen. Durch Libellenbildung deutlich charakterisierte Flüssigkeitseinschlüsse sind keine Seltenheit. Die Körneraggregate bilden linsenförmige Massen und kontinuierliche Lagen, die von Glimmermineralien eingefaßt sind. Auch förmliche Quarzgänge treten auf, in denen die einzelnen Individuen oft einen hochgradigen Idiomorphismus erreichen. Und diese gute kristallographische Umgrenzung scheint durchaus primär zu sein. Zwar sind in manchen Individuen die Einschlüsse zentral gehäuft, so daß es den Eindruck erwecken könnte, als ob diese regelmäßige Formentwickelung durch orientierte Anwachshüllen, wie in den sogen. Kristallsandsteinen bedingt wäre; aber diese Häufung der Einschlüsse ist nicht eine konstante Erscheinung und nirgends ist eine scharfe Grenze zwischen einem allenfallsigen ursprünglichen Quarzkorn und einer Fortwachsung durch Kieselzement zu entdecken.

Unter den Eisenerzen ist der Eisenglimmer weitaus am stärksten vertreten. Die hexagonalen, stark glänzenden Täfel-

chen werden öfters mit roter Farbe durchsichtig. Das Titaneisen, auch nicht gerade selten, erscheint in der glimmerartigen, braundurchsichtigen Varietät. Der Pyrit ist in Eisenoxydhydrat umgewandelt, aber seine charakteristische Kristallform läßt die Umwandlungsprodukte mit Sicherheit als Pseudomorphosen erkennen. Der Zirkon ist hin und wieder überaus häufig; selten aber tritt er in prismatischen Kristallen auf. Der Andalusit liebt es in großen Individuen zu erscheinen. So erreichte ein Kristall in der Hauptentwickelungszone die verhältnismäßig respektable Höhe von 9,86 mm. Von seiner Häufigkeit in diesem Gestein zeugt die Tatsache, daß in einem einzigen normalen Schliff 20—30 mehr oder minder große Individuen zu zählen sind. Fast immer gibt er sich leicht durch seinen bezeichnenden Pleochroismus von blaßrot nach farblos zu erkennen. Stets ist er von Einschlüssen vollgepfropft. Es sind besonders die Hauptkomponenten des „Glimmerschiefers", die ihn in großer Zahl erfüllen. Aber auch das kohlige Pigment häuft sich mit Vorliebe in ihm an. Zuweilen ordnet sich dasselbe in ihm zu dem bekannten Chiastolithkreuz. Oft ist er ganz und gar zu einem Haufwerk von glimmerartigen Mineralien zersetzt und es ist dann nur noch diese eigenartige Anordnung der kohligen Substanz, die Aufschluß über das ursprüngliche Mineral erteilt. Bei gutem Erhaltungszustand tritt die prismatische Spaltbarkeit scharf hervor. Während der Andalusit mikroskopische Dimensionen meidet, erscheint der Turmalin ausschließlich in winzigen Individuen. Manche Gesteinsprobe schließt eine reiche Fülle dieses Minerals ein. Schnitte ⊥ zur Hauptachse zeigen oft scharfe ditrigonale Umgrenzung, solche || zur Hauptzone die hemimorphe Ausbildung. Die Absorption ist normal, die Farbe wie in den Gneisen. Auch der Turmalin ist häufig erfüllt mit kohligen Einschlüssen. Rutil erscheint öfters in feinen Fasern bei der Umwandlung des Biotits in Chlorit; trägt aber auch manchmal die Form und Farbe wie das Vorkommen in den Eklogiten und Amphiboliten. Der Titanit tritt nur in der Form der Insekteneier auf. Feldspat ist nur in den Schliffen von Themenreuth nach-

zuweisen. Der starke Metallglanz des kohligen Pigmentes berechtigt, es mit Graphit zu identifizieren.

Was schließlich das oben erwähnte, häufig als Einschluß im Andalusit auftretende Mineral anlangt, so hat es bei optisch positivem Charakter negative Hauptzone. Die Ebene der optischen Achsen liegt parallel der Hauptentwickelungszone und senkrecht zu der höchst vollkommenen Spaltbarkeit. Seine Lichtbrechung ist erheblich geringer als die des Andalusits und seine Doppelbrechung ungefähr so stark wie die des Sillimanits. Seine Auslöschungschiefe ist auch in den Schliffen || zur optischen Achsenebene nur unbedeutend. Ganz auffallend ist die Erscheinung, daß diese Schliffe nicht das Maximum in der Höhe der Interferenzfarben zeigen.

Der Mineralbestand dieser Gesteine ist an den verschiedenen Fundstätten verschieden. In dem „Glimmerschiefer“ von Themenreuth halten sich Kali- und Magnesiaglimmer so ziemlich das Gleichgewicht; in dem von Rothenberg hat der Muskovit die Vorherrschaft. In den Gesteinen von Größensees tritt der Glimmer überhaupt sehr zurück und es vermittelt sich so der Übergang in die nahegelegenen Quarzitschiefer. Mit dem Mineralbestand wechselt auch die Farbe der Gesteine von braungelb zu weißlichgrau. Reichliche Limonitbildung verleiht den Schiefern von Größensees eine gelbliche Färbung.

Von den verschiedenen Strukturformen herrscht die schieferig flasrige vor. Quarzarme und glimmerreiche Schichten wechseln mit quarzreichen und glimmerarmen und nicht selten werden sowohl Quarzlinsen als auch größere Kristallindividuen von Flaserzügen der Glimmermineralien umflochten. Zuweilen wird die Struktur porphyrartig. Indem die Quarzkörner im allgemeinen nur 0,016—0,217 mm im Durchmesser halten, während die Andalusite Zentimetergröße erlangen, bildet sich ein scheinbarer Gegensatz von Grundmasse und Einsprenglingen heraus. Auf dem Hauptbruch zeigt sich zuweilen eine äußerst feine Fältelung, welche sich unter dem Mikroskope als eine Art Sattel- und Muldenbildung darstellt. Gleichwohl sind kataklastische Erscheinungen nur in sehr geringem Maaße vor-

handen. In den Gesteinen ohne jene Miniaturgebirgsfaltung sind kaum Spuren einer dynamischen Beeinflussung zu finden. Es liegt auf der Hand, wie wichtig gerade diese Tatsache für die richtige Deutung der Glimmerschiefergenese ist. Beachtenswert ist in dieser Hinsicht aber auch die Anordnung der Pseudoeinsprenglinge. Dieselben folgen nicht den Kristallisationsgesetzen des Wirtes, sondern behalten die Orientierung bei, welche ihresgleichen im übrigen Gesteinsgewebe innehaben. Manche Biotitblättchen scheinen hinsichtlich ihrer Lage nicht durch das Schichtgefüge bedingt zu sein, indem sie sich quer zur Schieferung stellen. Solche Biotitindividuen sind in der Regel prismatisch ausgebildet, so daß sie nach der C-Achse gestreckt erscheinen. Die wichtigste aller Struktureigentümlichkeiten aber ist das Auftreten zahlreicher Knötchen, in denen die Andalusit- und die Graphitsubstanzen angehäuft sind.

Phyllit und Quarzphyllit.

Unweit Mitterteich wendet sich die Wondreb in scharfem Bogen gegen Norden. Gerade da, wo der Flußlauf von der westlichen in die nördliche Richtung umbiegt, steigen die Gehänge, welche das rechte Ufer desselben begleiten, ziemlich steil an. Droben auf der Bergeshöhe liegt das Dorf Leonberg mit seiner prächtigen Fernsicht. Hier ist die Grenze zwischen Glimmerschiefer und Phyllit, die von da aus in östlicher Richtung hinläuft. Gegen Nordosten liegt, etwa eine halbe Stunde entfernt, Zirkenreuth. Hier geht der Phyllit bereits in Quarzphyllit über. Beide Gesteinstypen sind so nahe miteinander verwandt, daß sie füglich miteinander behandelt werden können. An dem Aufbau derselben beteiligen sich im großen und ganzen dieselben Gemengteile in derselben Ausbildung und derselben Verteilung wie an der Zusammensetzung des Glimmerschiefers. Der Unterschied tritt mehr makroskopisch als mikroskopisch hervor, indem die Glanzschiefer den Eindruck geringerer Kristallinität machen. Die Darstellung des Mineralbestandes kann sich deshalb auf einige wenige Bemerkungen beschränken.

Gümbel bezeichnet es als eine auffallende Erscheinung, daß sich nirgends Spuren von braunem, optisch einachsigen Glimmer bemerken lassen. „Derselbe scheint, schreibt er, von dem Phyllochlorit vollständig ersetzt zu werden.“ Tatsache aber ist, daß sich in dem Gestein von Zirkenreuth sehr viel brauner Glimmer vorfindet. Und ist derselbe auch nicht geradezu optisch einachsig, so ist doch sein Achsenwinkel durchweg so klein, daß er bis auf 0° herabzusinken scheint. Bezeichnend ist seine lappige Ausbildungsform. Den weißen, in dünnen Blättchen ausgebildeten, seidenartig schimmernden Bestandteil der Phyllite nennt Gümbel Promizit. Die mikroskopische Untersuchung von Gesteinsproben aus Leonberg und Zirkenreuth bietet keinen Anlaß, dieses Mineral von Muskovit abzutrennen. Es stimmt hinsichtlich der Ausbildungsform, Licht und Doppelbrechung, Größe des Achsenwinkels und Zwillingsbildung so mit dem Kaliglimmer überein, daß es wohl mit diesem als identisch zu betrachten ist. Der sehr reichlich vertretene Chlorit zeichnet sich vor dem Glimmer durch seine Korngröße aus. Nicht selten ist er zu Putzen ohne gesetzmäßige Anordnung zusammengehäuft; häufig aber sind die putzenförmigen Aggregate gitterartig ineinander verflochten; auch radialstrahlige Gruppierung zeigt sich zuweilen. Gümbel bezeichnet das chloritische Mineral als Phyllochlorit. Es scheint aber zu einer solchen Spezialisierung ebensowenig Grund vorzuliegen wie zu der Abtrennung des Promizits von Muskovit. Zirkon wird von Gümbel nicht aufgeführt, ist aber oft reichlich zugegen. Im übrigen ist nur noch zu erwähnen, daß auch Granat sich nicht selten einstellt. Er ist ebenso wie der Andalusit oft mit zahlreichen Einschlüssen angefüllt. Hinsichtlich der Struktur ist ebenso wie bezüglich der mineralischen Konstitution große Übereinstimmung mit den Verhältnissen bei dem Glimmerschiefer zu konstatieren. Zu bemerken ist nur, daß sich diese Gesteine meist aus sehr dünnen Schichten aufbauen und daß sich auf dem Hauptbruche die Glimmerblättchen zu schimmernden Häuten zusammenschließen, von denen sich oft Flecken mit grünlicher Färbung mehr oder

weniger scharf abheben. Quarzadern endlich durchziehen auch diese Gesteine nach den verschiedensten Richtungen.

Lydit.

Oberhalb Dobrigau finden sich Einlagerungen im Glimmerschiefer, welche auf der geologischen Karte als Lydit bezeichnet werden. Sie besitzen nur eine sehr geringe Ausdehnung. Ihr Mineralbestand ist äußerst einfach. Sie bestehen im wesentlichen nur aus einem sehr feinkörnigen Gemenge von Quarz. Außerdem finden sich in geringen Mengen Glimmermineralien. Biotit wird als Einschluß im Quarz mit brauner Farbe und starkem Pleochroismus durchsichtig. Sonst ist er meist grün gefärbt. Etwas häufiger, aber doch auch nur in Spuren, ist Muskovit. Es sind immer nur kleine Individuen, die sporadisch in den einzelnen Proben verbreitet sind. In einem Schliff wurde ein verhältnismäßig großes Magnetitkorn gefunden. In feiner Verteilung sieht man im Gestein ein kohliges, zuweilen stark glänzendes Pigment. Makroskopisch erscheint das Gestein völlig dicht. Unter dem Mikroskop aber erweist es sich doch als ein Gemenge von feinen Quarzkörnern mit Spuren von Glimmer. Das kohlige Pigment verleiht dem Gestein eine intensiv dunkle Farbe, ähnlich derjenigen der Tonschiefer und Schiefertone. Der Bruch ist im großen flachmuschelig, im kleinen splitterig, die Struktur ist deutlich schichtig. Auf dem Hauptbruch fällt eine gewisse Unebenheit auf. Es sind wellenförmige Furchen, die sich, gleichsinnig geordnet, über die Schichtfläche hinziehen. Auch feine, nadelstichförmige Poren zeigen sich allenthalben. Die eckigrundlichen, unregelmäßigen Quarzkörner erscheinen im Schliff manchmal in zeilenförmiger Anlage. Von einem Gegensatz zwischen klastischem Material und Zement kann nicht gesprochen werden. Die einzelnen Körner greifen gelenkartig ineinander ein, wobei sich das kohlige Pigment gern auf den Grenzlinien sammelt und gleichsam die einzelnen Körner umrahmt. Wie Fremdkörper ziehen sich manchmal angenähert parallel, meist aber regellos Quarzadern von verschiedener

Größe und Mächtigkeit durch das Gestein. Sie heben sich durch zwei Merkmale von dem eigentlichen Gesteinsmaterial scharf ab. Vor allem sind sie durch eine erheblich bedeutendere Korngröße ausgezeichnet. Sie erreichen zuweilen Dimensionen von 1,3 mm, während die mittlere Größe der übrigen Körner nur etwa 0,02 mm beträgt. Sodann erscheinen sie wasserhell und ohne jede Pigmentierung. Sie sind jedenfalls als spätere Infiltrationen zu betrachten.

Es ist gar nicht zu bestreiten, daß dieses Gestein makroskopisch mit dem Lydit sehr viel Ähnlichkeit hat. Der mikroskopischen Untersuchung aber kann es nicht entgehen, daß ihm verschiedene Charaktere fehlen, die für diesen Gesteinstypus als wesentlich gelten.

Rosenbusch rechnet den Lydit zu den Gesteinen, die sicher nicht klastischen Ursprungs sind und er bezeichnet ihn als eine Bildung, welche vorwiegend aus einem Gemenge von dichtem Quarz mit Chalcedon und etwas Opal besteht. Auch Gümbel führt als Bestandteil des Lydits amorphe Kieselsubstanz an. Er unterscheidet zwar Varietäten mit mehr und solche mit weniger amorpher Masse. Aber so schwankend das Verhältnis zwischen kristallisierter und nicht kristallisierter Substanz in den verschiedenen Vorkommnissen auch sein mag, ein kleiner Betrag an Kristallisationsrückstand ist nach ihm als bezeichnendes Merkmal immer vorhanden. In dem Gestein von Dobrigau aber findet sich weder Chalcedon noch amorphe Kieselsubstanz. Reste von Radiolarien, Diatomeen und anderen Organismen sind dem Lydit zwar nicht wesentlich; aber sie finden sich öfters in ihm. Hier ist keine Spur von ihnen zu entdecken. Nichts deutet auf biogenen Ursprung. Dagegen lassen die abgerundeten, unregelmäßigen Quarzkörner auf Transport durch ein bewegendes Medium schließen. Unter diesen Umständen scheint die Annahme wohlbegründet, daß in dem Gestein von Dobrigau nicht Lydit, sondern Quarzit vorliegt. Der Reichtum an kohliger Substanz kann gegen diese Diagnose nicht sprechen. Derselbe ist auch in größerem Maße in dem benachbarten „Glimmer-

schiefer" anzutreffen. Der angebliche Lydit ist nichts als eine Modifikation des Glimmerschiefers. Er ist ein Glimmerschiefer, in dem der Gehalt an Glimmer dem Quarz gegenüber stark zurückgeht. Gümbel macht bei der Besprechung der Graphitgneise des Bayerischen Waldes darauf aufmerksam, daß die Häufigkeit des Graphits und des Biotits im umgekehrten Verhältnis zueinander stehen. Mit der Zunahme des kohligen Pigments nimmt auch hier der Glimmer ab. Es ist die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, daß diese Zu- und Abnahme in ursächlichem Zusammenhang miteinander stehen. Will man die Schichtnatur dieses Gesteins noch zum Ausdruck bringen, so kann man es als Quarzitschiefer bezeichnen.

Wechselbeziehungen zwischen den Eruptivgesteinen und den kristallinen Schiefern.

Es hat sich bei der Untersuchung der einzelnen Gesteinstypen ergeben, daß eine Anzahl von Felsarten von vorneherein aus der Reihe der sogenannten kristallinen Schiefer auszuschalten ist. Hornblendegneis und Hornblendeschiefer, Dioritschiefer, Granulit und Serpentin sind als reine Eruptivgebilde zu betrachten. Selbst der Orthogneis muß zu diesen gerechnet werden. Die Hornblendegesteine sind gabbroide Bildungen. Der Dioritschiefer ist nur eine strukturelle Modifikation des normalen Diorits. Die Granulite sind als gangartige, aplitische Gebilde anzusprechen; der Serpentin stellt sich als metamorphosierter Peridotit dar. Und was den Orthogneis anlangt, so ist dies ein echter Granit, der aller Wahrscheinlichkeit nach nur durch Druckwirkung eine gneisartige Erscheinungsform erhalten hat. Als Gesteinsarten nicht eruptiven Ursprungs bleiben sonach lediglich Metagneis, Glimmerschiefer, Phyllit und Quarzphyllit sowie Lydit oder Quarzitschiefer.

Die Hauptfrage aber, welche sich nach diesen Feststellungen ergibt, ist die Frage nach dem Verhältnis der zweifellos eruptiven Bildungen zu den als kristalline Schiefer bezeich-

neten Gesteinen ihrer Umgebung. Dieses Verhältnis aber muß sogleich beim Beginne der Erörterung als ein sehr enges und nahes bezeichnet werden. Eine genaue Untersuchung des mineralischen Bestandes, der strukturellen Verhältnisse und der geologischen Erscheinungsform muß zu der Überzeugung führen, daß beide Gesteinsklassen nicht vollständig unabhängig voneinander sind, sondern in den innigsten Wechselbeziehungen zueinander stehen. Bestand und Struktur der Eruptivgesteine zeigen sich beeinflußt durch die angrenzenden Schiefer und hinwieder lassen die Schiefer in ihrer mineralischen Zusammensetzung und in ihrem Gefüge die Einwirkung der Eruptivmassen klar erkennen. Gesteinsproben aus Münchsgrün, Tirschenreuth, Plößberg u. a. O. liefern die schönsten Illustrationen für das gegenseitige Abhängigkeitsverhältnis jener beiden Gesteinsklassen. Nach der Darstellung Gümbels allerdings muß der Zusammenhang derselben als ein ziemlich lockerer angesehen werden. Von einer beiderseitigen Beeinflussung kann nach ihm höchstens in rein mechanischem Sinne die Rede sein. „Soweit unsere Beobachtungen reichen, erklärt dieser Forscher ausdrücklich, lassen sich bei all diesen Berührungen einer offenbar eruptiven Gesteinsmasse mit schon vorausgebildeten kristallinischen Schiefern dadurch hervorgebrachte Veränderungen in der Beschaffenheit nicht wahrnehmen.“ Aber die mikroskopische Untersuchung begegnet derartigen Veränderungen so vielfach, daß die Auffassung jenes scharfen Beobachters nicht mehr haltbar erscheint.

Untersucht man nun die Wechselbeziehungen der beiden in sehr nahem Verhältnis zueinander stehenden Gesteinsklassen, so dürfen zwei Tatsachen vor allem als feststehend gelten. Einmal, daß die Eruptivgesteine als aus Schmelzfluß erstarrte Massen und sodann, daß die kristallinen Schiefer unseres Gebietes als ursprünglich normale Sedimente zu betrachten sind. Gümbel erklärt auch die Eruptivgesteine als Produkte der Sedimentation. Wasser, erhöhter Druck und Wärme sind nach ihm auch für sie die Faktoren, die sie bedingt haben. Granit und Gneis haben nach seiner Schilderung

das miteinander gemeinsam, daß sie sedimentiert sind und sie unterscheiden sich nur dadurch voneinander, daß der erstere sich als ein massenhafter Niederschlag darstellt, während der letztere sein mannigfach gegliedertes Schichtensystem ganz allmählich unter fortwährender Änderung des Absatzprozesses und des Absatzmateriales herausgebildet hat. Es ist bei dem gegenwärtigen Stand der Anschauungen nicht nötig, alle die Einwände, welche dieser Autor unter Berufung auf Scheerer, Bischof, Delesse, Rose, Sorby, Fuchs u. a. gegen die pyrogene Natur der Eruptivgesteine erhoben hat, eingehend zu erörtern. Es genügt, auf die Ausführung Rosenbuschs zu verweisen: „Nun zeigen uns die geologischen Vorgänge der Jetztzeit eine Extrusion von Gesteinsmassen nur im Zustande vollständigen oder partiellen Schmelzflusses. Wir vindizieren daher durch Analogieschluß allen Eruptivgesteinen die Verfestigung aus Schmelzfluß und können die Richtigkeit dieser Deduktion in zahllosen Fällen durch das Studium ihres Bestandes und ihres Gefüges mit solcher Evidenz erhärten, daß eine Verallgemeinerung unbedenklich ist.“ Dagegen waren die kristallinen Schiefer ursprünglich zweifellos normale Sedimente.

Zwar ist es nicht richtig, daß die Lage der Gesteinselemente immer der Schichtenbildung folgt; es ist vielmehr eine gar nicht seltene Erscheinung, daß Glimmer- und Chloritblättchen sich quer zur Strukturebene stellen. Auch aus den Einlagerungen in den Schiefern sind zwingende Beweisgründe keineswegs zu ziehen. Aber der allmähliche Übergang der kristallinischen Schiefer in darauf liegende geschichtete Tongesteine und der Parallelismus der Schichtenfugen der beiden Gesteinsarten sowie die in ihnen zu beobachtende Gleichsinnigkeit der Dislokationswirkungen lassen keinen Zweifel über die ehemalige Natur der „kristallinischen Schiefer“ aufkommen.

Der weitere Verlauf dieser Untersuchung aber wird den Beweis erbringen, daß die Beziehungen der nahe miteinander verknüpften Eruptivbildungen im modernen Sinne des Wortes und der in kristalline Schiefer umgewandelten, ursprünglich normalen Sedimente, so innige sind, daß die letzteren ihre

gegenwärtige Beschaffenheit nur dem Einfluß der ersteren verdanken. Rosenbusch schreibt im Eingang zu seiner Abhandlung über die kristallinischen Schiefer: „Die Prozesse, durch welche aus Eruptivgesteinen und Sedimenten irgendwelcher Art kristalline Schiefer wurden, faßt man zusammen als Dynamometamorphose und Kontaktmetamorphose.“ Es ist gar nicht in Abrede zu stellen, daß in dem Bereiche unseres Schiefergebietes dynamische Beeinflussungen stattgefunden haben. Die Schieferung, welche die Gneisschichten von Wondreb fast rechtwinklig durchschneidet, ist ohne Zweifel ein Resultat der Dynamometamorphose. Die feine Fältelung, welche der „Glimmerschiefer“ von Größensees zeigt, ist sicher als eine Druckwirkung zu betrachten. Und die kataklastischen Phänomene, welche allenthalben hervortreten, lassen gewiß auf mechanische Einwirkungen schließen. Aber diese Erscheinungen, und insbesondere die der Kataklase, sind doch zu unbedeutend, als daß man die Metamorphose der Schiefer auf den Druck gebirgsbildender Prozesse zurückführen könnte. Das ursprünliche Gesteinssubstrat war ja allerdings Tonschiefer gewesen. Tonschiefer haben ein hohes Maß von Plastizität. Aber ihre Elastizitätsgrenze ist doch immer noch so eng, daß man bei der mikroskopischen Untersuchung der Kataklase in viel höherem Maß als es wirklich der Fall ist, begegnen müßte. Ja die mechanischen Wirkungen, wie sie hier zutage treten, sprechen direkt gegen die Theorie des Dynamometamorphismus. Die Glimmerschieferschliffe von Größensees lassen unter dem Mikroskop, wie oben hervorgehoben wurde, eine förmliche Sattel- und Muldenbildung erkennen. Aber gerade die Gesteinsproben, welche eine sehr weitgehende Fältelung zeigen, tragen sehr geringe kataklastische Erscheinungen an sich. Daraus geht aber mit unzweifelhafter Sicherheit hervor, daß die Wirkungen des Gebirgsdruckes der Mineralneubildung vorausgegangen sind. Dazu kommt noch ein Moment, das mit jener Theorie schwer in Einklang zu bringen ist. Man hat zu Gunsten derselben öfters auf die Tatsache hingewiesen, daß in den kristallinischen Schiefern sich die Tendenz

zeigt, für manche Substanzen das unter den gegebenen Verhältnissen denkbar kleinste Molekularvolumen anzustreben. „Von denjenigen für die kristallinischen Schiefer charakteristischen Verbindungen, schreibt Rosenbusch, welche pleomorph sind, erscheint stets die schwerste Modifikation.“ Es liegt gewiß nahe, aus dieser Erscheinung auf Spannungen zu schließen, wie sie bei einem enormen Seitendruck in Verbindung mit gleichzeitiger, bedeutender vertikaler Belastung sich einstellen müssen. Aber in unserem Gebiet ist von jener Tendenz nichts wahrzunehmen. Nirgends wurde Disthen, überall Andalusit gefunden. Grubenmann, welcher dem von ihm näher charakterisierten Dynamometamorphismus eine überaus wichtige Rolle bei der Bildung der kristallinen Schiefer zuschreibt, betont allerdings, daß das Volumgesetz nicht in allen Schieferzonen zur Auswirkung gelangen könne, aber er bezeichnet doch Andalusit, Cordierit und Spinell als typische Kontaktmineralien.[1]) Das überaus häufige Auftreten des spezifisch leichteren Tonerdesilikates, wie es oben konstatiert wurde, verbietet schlechterdings, die Umwandlung der ursprünglich normalen Sedimente zu krystallinen Schiefern auf den Gebirgsdruck als Agens zurückzuführen. So bleibt zur Lösung des Problems nur der Kontaktmetamorphismus. Er ist aber auch in der Tat imstande, die verschiedenen Erscheinungen befriedigend zu erklären.

„Zu den denkwürdigsten Erscheinungen im Gebiete des Gneises, schreibt Gümbel, gehören die mannigfachen Beziehungen des Granites zum Gneis. Weniger mächtige Lagen von Granit und linsenförmige Ausscheidungen desselben, von Gneisschollen umschlossen, gehören zu den gewöhnlichsten Vorkommnissen, die uns jedes Profil enthüllt. Ebensowenig fehlt es an Beispielen, welche das Querdurchbrechen von mehr oder weniger mächtigen Granitgängen durch Gneisschichten beweisen. — Einzelne deutlich abgerissene Gneisschollen schwimmen inmitten der Granitmasse, ohne Spuren einer Änderung an sich

---

[1]) Grubenmann, Die kristallinen Schiefer I, 1904.

zu tragen." Diese Ausführungen können im allgemeinen bestätigt werden. Die Gneisschichten, welche am Mühlbühl bei Tirschenreuth anstehen, sind ganz durchtränkt von gangartigen Abzweigungen des nahen Granits. Zwischen Iglersreuth und Bärnau sieht man Gneisschichten zutage gehen. Bei der Herstellung der Bahneinschnitte zwischen den beiden genannten Orten hat sich gezeigt, daß diese Schiefer ganz und gar von granitischen Gangverzweigungen durchschwärmt sind. Längs der Granitgrenze im Osten dringen an vielen Punkten Granitapophysen in das Schiefergebiet ein. An den steilen Naabgehängen bei Berg beobachtet man eine vielfache Durchaderung des Hornblendegesteins durch Granitschnüre. Bei Floß durchsetzen allenthalben derartige Gänge die Gneisschichten. Kurz um das ganze Granitmassiv herum kann man die Wahrnehmung machen, wie das Eruptivgestein gangartige Ausläufer in das Nebengestein versendet. Bald dringen dieselben zu größerer bald zu geringerer Entfernung vor, bald zeigen sie stärkere bald schwächere Mächtigkeit. Wie eine Amöba ihre Pseudopodien ausstreckt, so greift der Granit mit zahlreichen mehr oder minder mächtigen Armen in das Schiefergestein seiner Umgebung und hält es völlig umklammert.

Ja die geologische Verknüpfung der beiden Gesteinsklassen reicht noch weiter. Es wurde bei der Besprechung des „Gneises" hervorgehoben, daß es oft nur ganz schmale Granitstreifen sind, welche die einzelnen Gneisdistrikte voneinander trennen und daß der gesamte Gneiskomplex bei allen Abweichungen im einzelnen doch im großen und ganzen eine auffallende Konstanz in Bestand und Gefüge offenbart. Diese beiden Tatsachen lassen vermuten, daß das ganze Gneisgebiet ursprünglich ein zusammenhängendes Ganzes gebildet habe, das erst durch das Eindringen des Granits in verschiedene Teile auseinander gerissen worden ist. Sehr zutreffend schreibt Gümbel über die Verhältnisse bei Waldthurn: „Daß der Kristallgranit dieser Gegend als jüngere Bildung die Gneisformation durchbrochen habe, das beweisen zahlreiche Profile, welche das gangförmige Eindringen des Granites in den Gneis zeigen.

Daher ist das Schiefergebirg unendlich zerstückelt, viele seiner Stücke sind losgerissen und ganz von Granit umschlossen. Solche Schieferschollen, zum Teil Gneis, zum Teil Hornblendegestein, findet man im Granitgebiet bis Schönkirch." Es sind also nicht bloß einzelne Apophysen, die der Granit in die angrenzenden Schiefer ausschickt, sondern der ganze granitische Eruptivkörper stellt sich als eine mächtige Intrusion in die ursprünglich zusammenhängenden Gneisschichten dar.

Es wurde bei der Schilderung des Granites auf dessen Neigung zu porphyrartiger Ausbildung als bezeichnende Eigentümlichkeit hingewiesen. Diese auffallend häufig entwickelte Grenzstruktur, welche, wie früher bemerkt, zu der Bezeichnung „Kristallgranit" Anlaß gegeben, scheint darauf hinzudeuten, daß die granitischen Intrusivmassen weniger in große Hohlräume als in zahlreiche mehr oder minder weite Gangspalten hineingepreßt worden sind. Das reichverzweigte Netzwerk von granitischen Adern, wie es sich in dem der Denudation bis jetzt entgangenen Schiefergebirg so oft dem Auge darbietet und zweifellos noch öfter in der verschlossenen Tiefe verborgen sich ausbreitet, erscheint sonach nur als ein schwaches Abbild der Verhältnisse innerhalb des Granitgebietes selbst.

Mit der Entfernung vom Hauptgestein werden die gangförmigen Abzweigungen naturgemäß immer schwächer. Sie verästeln sich schließlich in die feinsten Zweige und Äderchen. Auch die mineralische Zusammensetzung erleidet dabei gewisse Veränderungen. Nahe dem Hauptgestein zeigen die Apophysen noch ganz normal granitischen Charakter. In weiterer Entfernung treten einzelne wesentliche Gemengteile stark zurück. Die letzten Ausläufer enthalten außer Quarz nur mehr wenig Muskovit und seltenen Feldspat. Und mit dem Mineralbestand wechselt auch die Korngröße in dem Sinne, daß dieselbe mit der Entfernung vom vulkanischen Herd mehr und mehr herabsinkt. Was endlich die Richtung dieser Ausläufer anlangt, so folgt dieselbe durchaus nicht immer den Schichtenfugen, sondern schneidet dieselben gar oft unter allen von 0°—90° möglichen Winkeln.

Bei einer derartigen Verbindung der Intrusiv- und Schiefermassen ist eine starke gegenseitige Beeinflussung von vorneherein zu erwarten. Und die Erwartung wird durch den Tatbestand der Verhältnisse, wie schon angedeutet, nicht getäuscht, sondern vollauf bestätigt. Die Einwirkung der Eruptivmassen auf die Schieferschichten und umgekehrt ist zunächst mechanischer Natur; sie erstreckt sich aber auch auf die beiderseitige mineralische Konstitution und Struktur. Die Schichten werden aufgeblättert; einzelne Schollen werden in die Höhe gezogen, losgerissen und mitfortgeschleppt; benachbarte Lagen werden geknickt und umgebogen. Anderseits weisen die Schichtenfugen dem eindringenden granitischen Material, wenn auch nicht immer, so doch sehr häufig, auf mehr oder minder große Entfernungen die Bahn für die vordringende Bewegung. Für die substanziellen und strukturellen Modifikationen lieferten die einzelnen Vorkommnisse ein reiches Beobachtungsmaterial. Es wurde darauf hingewiesen, daß der Granit von Münchsgrün Andalusit führe; es wurde erwähnt, daß die Aplite nicht selten Granatkörner einschließen und es wurde hervorgehoben, daß verschiedene Eruptivbildungen einen manchmal gar nicht unbedeutenden Gehalt an Sillimanit aufweisen. Es besteht kaum ein Zweifel, daß der Stoff für diese Mineralien aus dem angrenzenden Schiefergestein herausgelöst und inmitten der Eruptivmassen zur Auskristallisation gebracht wurde. Anderseits mußte mehrfach konstatiert werden, daß die Gneisschichten manchmal ganz erfüllt sind von wohlbegrenzten Turmalinkriställchen. Es ist bei deren vorzüglichem Erhaltungszustand nicht anzunehmen, daß dieselben insgesamt aus dem präexistenten Gestein stammen, als dessen Derivat sich diese Schiefer darstellen. Vielmehr scheint die Vermutung wohl begründet, daß diese borhaltigen Kristalle ihre Existenz mindestens teilweise den die Granitinjektionen begleitenden Gasemanationen verdanken. Und schließlich bekundet die früher als Resorptionserscheinung diagnostizierte Parallelstruktur des Granits von Münchsgrün den Einfluß der Schiefer auf das Gefüge der Eruptivbildungen und der oben betonte hornfelsartige

Charakter des Gneises von Tirschenreuth denjenigen der Intrusivmassen auf die Schieferstruktur in ganz unverkennbarer Weise.

Sehr wichtig und für die Beurteilung der gegenseitigen Beziehungen zwischen den eruptivmassigen und den schieferigen Gebilden ist aber auch die Beschaffenheit der einzelnen Glieder der sogen. archäischen Formationsgruppe selber. Beachtenswert sind dabei vor allem die Verhältnisse des „Gneises.“ Es ist augensichtlich, daß in demselben Feldspat und Quarz gegenüber dem Glimmer eine Art Einheit bilden. Vergleicht man aber diese Quarz-Feldspat-Aggregate mit den oben behandelten gangartigen Ausläufern des Granits, so drängt sich sofort eine gewisse Ähnlichkeit zwischen denselben auf.

Im allgemeinen sondern kontinuierliche Häute von Glimmerblättchen die einzelnen Quarz-Feldspatlagen voneinander ab. Bei dem völlig frischen Material aber, das gelegentlich des Bahnbaues nach Bärnau zutage gefördert wurde, kann man deutlich beobachten, wie die Glimmerlagen mannigfach zerrissen und von Quarz-Feldspat-Aggregaten durchsetzt werden. Die Analogie mit jenen granitischen Gangabzweigungen, welche teils den Schichtenfugen folgen teils dieselben unter größerem oder kleinerem Winkel schneiden, springt hier sofort in die Augen. Aber die Ähnlichkeit beschränkt sich nicht auf diese äußerlichen Verhältnisse; sie offenbart sich vielmehr auch in Bestand und Struktur. Jene Gangadern führen im großen und ganzen den Mineralbestand der zugehörigen Tiefengesteine. Mit der Entfernung vom Eruptivherde werden sie mehr und mehr reine Aplite. Jene Quarz-Feldspat-Aggregate aber tragen hinsichtlich ihrer mineralischen Zusammensetzung offenbar aplitischen Charakter. Und dieser Mineralkombination entspricht auch ganz und gar die Strukturform.

Betrachtet man das Gefüge der Quarz-Feldspatlagen etwas näher, so gibt sich allenthalben die Tatsache zu erkennen, daß der Quarz nicht mehr wie in den Graniten die letzte Ausfüllungsmasse bildet, sondern nach idiomorpher Formengestaltung strebt. Überall sieht man die Feldspate und andere Mineralien

mit eckig rundlichen Quarztropfen angefüllt. Kurz die granulitische Struktur der Aplite wiederholt sich in diesen Quarz-Feldspat-Aggregaten. Es kann deshalb kaum einem Zweifel unterliegen, daß die letzteren mit den aplitischen Gangverzweigungen zu identifizieren sind. Dies umsoweniger, als in ihrem Gefolge auch alle die natürlichen Begleiterscheinungen auftreten, in denen sich, wie oben geschildert, die gegenseitigen Beziehungen zwischen den Aplitgängen und ihrem Nebengestein dokumentieren. Findet man doch auch innerhalb des eigentlichen Gneiskörpers vielfach reichliche Sillimanit-, Granat- und Andalusitentwickelung, zahlreiche Turmalinkriställchen und ein Gefüge, bei dem das Gestein dicht und sein Bruch muschlig wird. Wenn aber jene Quarz-Feldspatlagen im wesentlichen identisch sind mit den aplitischen Gängen, so sind die „Gneise", welche sie in Verbindung mit den Glimmerlamellen aufbauen, nichts anderes als Schiefermaterial, durchtränkt und imprägniert mit eruptiven Massen oder mit anderen Worten, nichts anderes als injizierte Schiefer. Nach dem Vorgang von Weinschenk kann man sie durch die Bezeichnung als Metagneis von den sonstigen Gneistypen abtrennen. Nach Sauer können die Schiefer von Bärnau nicht mit denen von Bodenmais auf eine Linie gestellt werden. Es sind auch gewisse Unterschiede nicht zu verkennen. Es konnte aber bei Iglersreuth unfern Bärnau wenigstens das Eindringen granitischer Massen in die schiefrigen Gebilde deutlich beobachtet werden.[1])

In manchen Vorkommnissen enthüllt sich die eigenartige Natur des Metagneises auf den ersten Blick. So bei den Gneisen von Wondreb, Floß, Schlattein und Wildenau. Allenthalben sieht man hier, wie die größeren oder kleineren Linsen, Putzen und Knollen zwischen die Schiefer förmlich hineingezwängt sind. Die Erscheinung ist hier so auffallend, daß sie auch dem Laien nicht entgeht. Man bezeichnet im Volksmund quarzige Massen als Spat und spricht in jener Gegend von Spateinschlüssen in den Schiefern, um sie als eine Art Fremd-

[1]) A. Sauer, Das alte Grundgebirge Deutschlands 1904.

körper zu charakterisieren. Anderwärts findet man jedoch auch wieder Gesteine, in denen diese Quarz-Feldspatputzen sehr zurücktreten. Sie bilden den Übergang in den Glimmerschiefer.

Nicht minder deutlich als beim „Gneis" sind die Kontakterscheinungen beim „Glimmerschiefer". Ja gerade hier zeigen sie sich in recht typischer Weise. Die Glimmer- und Chloritblättchen legen sich mit ihrer Basisfläche sehr oft nicht in die Strukturebene, sondern stellen sich quer oder senkrecht zu ihr. Wenn dies auch nicht als ein zwingender Beweis für Kontakteinflüsse anerkannt werden kann, so ist es doch immerhin eine Erscheinung, welche sich in Kontaktbildungen häufig findet. Auch das Auftreten von Graphit, wie es besonders in dem Gestein von Rothenberg konstatiert wurde, kann als Kontaktwirkung gefaßt werden. Ganz allgemein aber gelten als charakteristische Kennzeichen kontaktmetamorphischer Einwirkung die Garben- und Knotenschiefer. Derartige Bildungen aber sind in unserem „Glimmerschiefergebiet" gar keine Seltenheit. In einer Grube bei Größensees wurde ein Schieferstück mit ausgezeichneten Hornblendegarben gefunden. Die Vorkommnisse von Großklenau sind bekannt. Die Knotenbildung des Glimmerschiefers von Themenreuth aber ist so deutlich, daß man sie kaum besser finden kann. Es ist auch durchaus zweifellos, daß die hier auftretenden Knoten durch Andalusit gebildet werden. Vielfach ist derselbe freilich durch spätere chemisch-geologische Vorgänge wieder zerstört und zu schuppigen Aggregaten glimmerartiger Mineralien umgewandelt worden, aber oft zeigt er doch auch einen recht guten Erhaltungszustand. Auch die Chiastolithschiefer von Größensees offenbaren eine sehr deutliche Ausprägung. Auf eine Erscheinung aber ist ganz besonders hinzuweisen. „Keine Struktur, schreibt Weinschenk in seinen vergleichenden Studien über Kontaktmetamorphismus S. 453, dürfte so bezeichnend sein für kontaktmetamorphische Gesteine als die bandartige Anordnung der Einschlüsse, welche man nach ihrem gewundenen Verlauf als helizitische Struktur bezeichnen kann". Die Sillimanitnadeln aber, welche sich in gewundenen Zügen durch den

„Gneis“ von Bergnersreuth ziehen und die Graphitschüppchen, welche in dem „Glimmerschiefer“ von Größensees die ursprüngliche Schichtung noch deutlich anzeigen, können geradezu als typische Beispiele für jene Struktur gelten. Auch die rundliche oder eierförmige Beschaffenheit der kleinen Glimmerblättchen deuten auf Kontakt. Gümbel behauptet allerdings, daß gerundete Formen des Biotits nicht vorkommen. Aber dieselben kommen, wie früher erwähnt wurde, nicht bloß vor, sondern sie sind allgemein verbreitet. Zuweilen findet man völlig kreisrunde Gebilde. Ebenso ist ruinenhafte Endausbildung, löcherige Beschaffenheit und skelettartiges Wachstum, wie man es vielfach in Kontaktgesteinen beobachtet, wie im „Gneis“ so auch im „Glimmerschiefer“, überaus häufig wahrzunehmen. Nimmt man endlich den Reichtum an Einschlüssen in den größeren Mineralindividuen, wie er z. B. in dem Gestein von Themenreuth auftritt, und die unvollkommene kristallographische Umgrenzung der einzelnen Mineralneubildungen hinzu, so hat man ein ausreichendes Beweismaterial für die Richtigkeit der Annahme, daß der „Glimmerschiefer“ dieses Gebietes durch kontaktmetamorphische Einwirkungen seine derzeitige Beschaffenheit erhalten hat.

In etwas geringerem Maße zeigen „Phyllit“, „Quarzphyllit“ und „Lydit“ die kontaktmetamorphosierenden Einflüsse. Aber die letzteren sind auch hier noch deutlich genug, um über die Entstehung dieser Gesteine keinen Zweifel aufkommen zu lassen. Wie weit bei vulkanischen Ereignissen die Injektionen im Nebengestein reichen, zeigen die Steinbrüche in Zirkenreuth mit dem in ihnen auftretenden Material in der deutlichsten Weise. Feinste Äderchen, entsprechend der Entfernung vom Eruptivherd fast ausschließlich nur noch aus Quarzkörnern zusammengesetzt, durchtrümern nach verschiedenen Richtungen diese Vorkommnisse. Eigentliche Knotenbildung konnte in diesen Gesteinen nicht mehr beobachtet werden. Dagegen fanden sich in diesem Gebiet wohl ausgebildete Fleckschiefer. Auch die Kontaktmineralien Andalusit und Granat sind hier noch reichlich anzutreffen. Es dürfte somit der Nachweis

erbracht sein, daß die nicht zu den Eruptivbildungen gehörigen Schiefer insgesamt ihre gegenwärtige Erscheinungsform der Kontaktmetamorphose verdanken. Zwei Tatsachen aber sollen dem aufgeführten Beweismaterial noch hinzugefügt werden, um die Kette der Beweisführung zu schließen.

In welch engem Zusammenhange die Eruptivgesteine unseres Gebietes mit den kristallinischen Schiefern der Umgebung stehen, zeigt auch die Stellung der Schieferschichten. Im allgemeinen ist ja die Streichrichtung derselben durch die Direktionslinien des Erzgebirges einerseits und des herzynischen Gebirges im engeren Sinne andererseits bestimmt. Aber in der Nähe der Eruptivbildungen erfahren diese Richtungen allenthalben wesentliche Modifikationen. Sehr instruktiv sind in dieser Beziehung ja die Verhältnisse um den Fahrenberg bei Vohenstrauß. Wie es scheint sind hier die Schiefer rings um das Massiv des Granits dom- oder kuppelförmig aufgerichtet. Auch längs der Begrenzungslinien zwischen Granit- und Schiefergestein von Plößberg bis Neuenhammer ist die Streichrichtung augensichtlich durch den weit nach Süden vorspringenden Ausläufer des Tirschenreuther Waldgranits bedingt. Es ist gar nicht zu verkennen, daß die Schiefer durch die heraufdringenden Eruptivmassen emporgerichtet worden sind. Und als letzter Beweis für den Kontaktmetamorphismus seien die Produkte postvulkanischer Prozesse angeführt, wie sie in unserem Gebiete vielfach vorliegen. In Betracht kommt dabei neben der öfters hervorgehobenen Turmulinneubildung besonders die Serpentinisierung des Peridotits in Floß und Wildenau und die Kaolinisierung des Granits in Tirschenreuth und anderen Orten. Ist jene als Thermalwirkung aufzufassen, so ist diese als das Ergebnis von Gasexhalationen anzusehen, wie sie der vulkanischen Tätigkeit zu folgen pflegen.

Als Gegenbeweis aber kann man unmöglich die weite Ausdehnung der Kontakthöfe anführen. Wenn man auf der geologischen Karte von der Südgrenze des „Gneises“ bei Tirschenreuth eine gerade Linie bis zur Nordgrenze des

„Quarzphyllits“ zieht, so ergibt sich allerdings eine sehr ansehnliche Kontaktzone. Aber bei den obwaltenden Verhältnissen muß eine große Verbreitung der Kontaktwirkungen durchaus begreiflich erscheinen. Das Granitmassiv zwischen Weiden und Tirschenreuth besitzt in Verbindung mit den übrigen Eruptivbildungen dieses Gebietes einen nicht unbeträchtlichen Umfang. Die weitgehende Verästelung der zahlreichen Gangverzweigungen, ohne jede Spur einer glasigen Erstarrung, läßt auf eine starke Erwärmung des Nebengesteins und damit auf einen hohen Hitzegrad des Magmas zur Zeit der Injektion schließen. Die Fülle bor- und fluorhaltiger Substanzen innerhalb der Schiefer deutet auf einen erheblichen Reichtum an mineralbildenden Agenzien in der Mutterlauge. Das ursprüngliche Gesteinssubstrat, als feinkörniger, dünnschiefriger Tonschiefer ohnehin hochgradig umbildungsfähig, mußte infolge von Stauchungen und Druckwirkungen, wie sie in der Fältelung so anschaulich zum Ausdruck gelangten, den agents minéralisateurs bequeme Wege zur Ausbreitung bieten. Und über dies alles ist die Eruptivmasse unter Tag offenbar noch viel weiter ausgedehnt als über Tag. Unter diesen Umständen mußte anläßlich der Granitintrusion innerhalb des Schiefermaterials eine weitreichende Molekularbeweglichkeit und eine ausgedehnte Umkristallisation des stofflichen Bestandes herbeigeführt werden. Die Größe der Kontakthöfe, die auf den ersten Blick überraschen könnte, scheint bei näherer Betrachtung der Verhältnisse ganz normal.

Es muß somit der Beweis als erbracht gelten, daß die Eruptivgebilde und ihre kristalline Umgebung innerhalb des untersuchten Gebietes in engster Wechselbeziehung zueinander stehen. Die kristallin entwickelten Schiefer verdanken ihre gegenwärtige Erscheinungsform dem erumpierenden Granitmagma. Ja sogar ihr stofflicher Bestand führt sich zum nicht geringen Teil auf die Eruptivgesteinsmasse zurück. Gewiß war das Material der sedimentierten Schichten durch die Verwitterung und Zersetzung präexistierender Gesteine geliefert worden. Aber zu demselben kamen bei der Intrusion der Tiefengesteine

neue Stoffmassen hinzu. Alle die ungezählten Aplite, Granulite und Pegmatite, welche die Schiefer in der mannigfachsten Weise durchsetzen, sind nur Ausläufer von dem Hauptgestein der Eruptivmasse. Ja selbst die Quarz-Feldspat-Aggregate der Gneisschichten müssen als Abzweigungen derselben betrachtet werden. Der Vorgang aber, welcher diese innigen Beziehungen hergestellt hat, ist nichts anderes als der Kontaktmetamorphismus. Gümbel erklärt allerdings: „Für unser gesamtes Gebiet liegt keine einzige Tatsache vor, welche einer Entstehung des einen oder anderen Gesteines durch metamorphische Prozesse feueriger oder wässiger Art das Wort redete. Alle Erscheinungen des Überganges dieser Gesteine nach Grenzlinien, welche mit ihrer Lagerung aufs innigste in Übereinstimmung stehen, ihre stets normale Verbindung und ihre Mineralbeschaffenheit selbst machen es mehr als wahrscheinlich, daß wenigstens Urtonschiefer, Glimmerschiefer und die dem letzteren zunächst untergebreiteten Gneisschichten unseres Gebirges, ursprünglich nur verschiedenalterige Bildungen, vergleichsweise analog den drei großen Gruppen der postkarbonischen, devonischen und silurischen Tonschieferformationen, vorstellen, welche, vielleicht durch weit größere Bildungszeiträume auseinanderstehend, als die Glieder der genannten drei Übergangsformationen, unter ähnlichen Bedingungen, aber bei etwas geändertem Bildungsmaterial und geminderter Energie der Kristallisation nach und nach entstanden. Nur bei dieser Annahme lassen sich die konstanten Übergänge der verschiedenen Urgebirgsschiefer längs ihrer Begrenzungsrichtung, nur so die Gleichartigkeit und Ähnlichkeit des Gefüges, nur so endlich die Differenz in Beziehung auf Beimengungen von Mineralien, auf Nuancen im Gefüge und Mischung der wesentlichen Gemengteile, welche in gleichen Schichten, stets in gleicher Weise wiederkehren, erklären und verstehen.“ Aber in Wirklichkeit sind sehr viele Tatsachen vorhanden, welche insgesamt auf die Berührung der Schiefer mit schmelzflüssigem Material als Agens für die molekulare Umlagerung hinweisen.

Daß zwischen den einzelnen Gesteinstypen in der mannig-

mannigfachsten Weise durch Zwischenformen und Übergangsglieder vermittelt wird, bedarf kaum der Erwähnung. Wenn aber im großen und ganzen der „Glimmerschiefer“ von „Gneis“ unterteuft und von „Phyllit“ überlagert wird, so daß jene auch sonst oft beobachtete gesetzmäßige Reihenfolge der Schiefer zustande kommt, so hat dies einfach in der Tatsache seinen Grund, daß die Intensität der kontaktmetamorphischen Umwandlung der Entfernung vom vulkanischen Herd proportional ist. Das Schiefermaterial ist natürlich im Laufe von mehr oder minder großen Zeiträumen allmählich zum Absatz gelangt. Seine kristalline Entwickelung aber ist wie durch einen Akt so auch zu einer Zeit in Vollzug gesetzt worden. Wenn Gümbel die „kristallinen Schiefer“ als das zuerst Festgewordene bezeichnet, so ist das mit Beziehung auf den Granit unzweifelhaft richtig. Nicht notwendig aber ist es, für deren Sedimentation andere Bedingungen anzunehmen, als die, welche der gegenwärtigen Erfahrung zugänglich sind. Rosenbusch, welcher anfänglich Dynamometamorphose und Kontaktmetamorphose als die wirksamen Faktoren bei der Neuordnung des Bestandes normaler Sedimente nennt, teilt im weiteren Verlauf seiner Darstellung der ersteren die Hauptrolle für die Lösung des Problems zu. In unserem Gebiete aber konvergieren bei der Untersuchung der genetischen Beziehungen alle Linien nach einem Punkte hin; und dieser Punkt heißt Kontaktmetamorphismus.

Sitzung der math.-phys. Klasse vom 3. Juni 1905.

1. Herr A. Föppl spricht „über die Torsion von runden Stäben mit veränderlichem Durchmesser".

Zunächst wird ein Verfahren abgeleitet, nach dem man in einer Reihe von Fällen zu einer strengen Lösung des Torsionsproblems für Stäbe von der Gestalt eines Rotationskörpers gelangen kann. Dieses Verfahren versagt aber gerade in einem Falle, der für die praktische Anwendung von besonderer Wichtigkeit ist. Daher wird noch ein Näherungsverfahren angegeben, das auch in diesem Falle wenigstens eine Abschätzung der größten Torsionsbeanspruchung an der meist gefährdeten Stelle gestattet. Das Näherungsverfahren beruht auf einer Abbildung des Spannungsverlaufs im Meridianschnitte des Stabes durch eine ebene Flüssigkeitsströmung.

2. Herr P. v. Groth legt eine für die Denkschriften bestimmte Abhandlung des korrespondierenden Mitgliedes Professor E. v. Fedorow in Moskau: „Über Syngonielehre" vor.

Ein kristallographischer Komplex ist ein Ebenen- oder Strahlenbüschel, für welchen das sogenannte Rationalitätsgesetz gilt. Während die Kristallformen nach ihrer Symmetrie in 32 Klassen zerfallen, können die kristallographischen Komplexe mehrerer Symmetriearten übereinstimmen, und diese Gleichheit wird als „Syngonie" bezeichnet. Der Verfasser entwickelt

nun nach den Methoden der neueren Geometrie in zusammenhängender Darstellung die Gesetzmäßigkeiten der „rationalen Strahlenbüschel", zunächst diejenigen in der Ebene, dann diejenigen im Raume, aus welchen sich eine mathematisch streng definierbare Einteilung der kristallographischen Komplexe nach Syngonien ergibt, ebenso wie es diejenige der Kristallformen nach Symmetriearten ist.

Über die Torsion von runden Stäben mit veränderlichem Durchmesser.

Von **A. Föppl.**

(*Eingelaufen 3. Juni.*)

Zur Behandlung des in der Überschrift bezeichneten Problems wurde ich durch die Frage veranlaßt, wie sich der Spannungszustand in der Übergangsstelle gestaltet, wenn eine auf Verdrehen beanspruchte Welle aus zwei zylindrischen und konaxialen Teilen besteht, zwischen denen ein durch eine Abrundung von ziemlich kleinem Halbmesser vermittelter, verhältnismäßig schroffer Übergang stattfindet. Die Spannungen werden nämlich an der Übergangsstelle erheblich größer, als am Umfange der schwächeren Welle in einem größeren Abstande von der Übergangsstelle und in Übereinstimmung mit diesem theoretischen Ergebnisse lehrt auch die Erfahrung, daß Wellenbrüche meistens an der Übergangsstelle eintreten. Eine strenge Lösung des in der eben angegebenen Weise formulierten Problems vermochte ich freilich nicht zu finden; ich mußte mich vielmehr mit einer für die praktischen Zwecke des Maschinenbaues ausreichenden Abschätzung begnügen, zu der die theoretische Betrachtung, die ich hier wiedergeben will, die erforderlichen Unterlagen lieferte.

Dagegen zeigte sich, daß man auch eine strenge Lösung des Torsionsproblems für eine größere Zahl von Fällen angeben kann, in denen der Stab einen Rotationskörper bildet, falls man die Meridiankurve passend wählt. Als eine strenge Lösung bezeichne ich hier eine solche, die dieselben Anforderungen

erfüllt wie die Lösung von de St. Vénant für zylindrische oder prismatische Stäbe, d. h. es muß uns wie bei der Lösung von de St. Vénant frei stehen, eine solche Verteilung der äußeren Kräfte an den Endquerschnitten des Stabes vorauszusetzen, wie sie sich aus der Lösung selbst ergibt. Die Mantelfläche des Stabes ist dabei überall als frei von äußeren Kräften vorauszusetzen.

Rein mathematisch betrachtet handelt es sich darum, eine Lösung der Differentialgleichungen der Elastizitätstheorie für die elastischen Verschiebungen zu finden, die allen Grenzbedingungen genügt. Man weiß auch ferner, daß diese Lösung durch die Grenzbedingungen eindeutig bestimmt ist. Bezeichnet man die Komponenten der elastischen Verschiebungen in den Achsenrichtungen eines rechtwinkligen Koordinatensystems mit $\xi\,\eta\,\zeta$ und mit $\frac{1}{m}$ die Poissonsche Verhältniszahl, die für Stahl im Mittel zu 0,3 angenommen werden kann, so lauten die Grundgleichungen der mathematischen Elastizitätstheorie

$$\nabla^2 \xi + \frac{m}{m-2}\frac{\partial e}{\partial x} = 0$$

$$\nabla^2 \eta + \frac{m}{m-2}\frac{\partial e}{\partial y} = 0$$

$$\nabla^2 \zeta + \frac{m}{m-2}\frac{\partial e}{\partial z} = 0$$

wobei zur Abkürzung

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{und} \quad e = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z}$$

gesetzt ist. Übersichtlicher lassen sich die drei Grundgleichungen auch zu einer einzigen Vektorgleichung zusammenfassen, von der ich im weiteren ausgehen will. Wenn man die elastische Verschiebung, deren Komponenten $\xi\,\eta\,\zeta$ waren, als Vektor aufgefaßt, mit $\mathfrak{v}$ bezeichnet, lautet diese Gleichung

$$\nabla^2 \mathfrak{v} + \frac{m}{m-2}\,\nabla\,\mathrm{div}\,\mathfrak{v} = 0 \tag{1}$$

Hierbei hat div $\mathfrak{v}$ dieselbe Bedeutung wie vorher e.

Es liegt nun sehr nahe, hier eine Lösung der Grundgleichung zu versuchen, bei der

$$\operatorname{div} \mathfrak{v} = 0 \tag{2}$$

gesetzt ist, weil auch schon bei der Theorie der Torsion von zylindrischen oder prismatischen Stäben dieser Ansatz zu Grunde liegt. In der Tat zeigt sich auch, daß man auf diese Weise zu der gesuchten Lösung gelangt. Die Grundgleichung (1) zerfällt hiermit in zwei Gleichungen, nämlich in (2) und in die weitere

$$\nabla^2 \mathfrak{v} = 0 \tag{3}$$

die beide von der gesuchten Lösung erfüllt werden müssen. Nach einem bekannten Rechengesetze der Vektor-Analysis läßt sich wegen (2) die Gleichung (3) auch durch

$$\operatorname{curl}^2 \mathfrak{v} = 0 \tag{4}$$

ersetzen, von der man ein erstes Integral in der Form

$$\operatorname{curl} \mathfrak{v} = \nabla V \tag{5}$$

sofort anzuschreiben vermag. Dabei bedeutet V eine beliebige Potentialfunktion, die von Massen herrührt, die alle außerhalb des Rotationskörpers liegen, so daß V überall innerhalb des Stabs die Laplacesche Gleichung

$$\nabla^2 V = 0 \tag{6}$$

erfüllt. Natürlich wird man, um nacher die Grenzbedingungen am Umfange des Rotationskörpers erfüllen zu können, auch die Massen, zu denen die Potentialfunktion V gehört, in symmetrischer Verteilung um die Rotationsachse oder auch auf der Rotationsachse selbst anzunehmen haben. Dann fällt der Vektor ∇V und hiermit auch curl $\mathfrak{v}$ überall in die Meridianebene des Rotationskörpers. Wie man aber im übrigen auch die Massen wählen mag, wird man mit diesen Ansätzen zu einer möglichen Lösung der Grundgleichung geführt, die für einen Rotationskörper durch entsprechend gewählte Grenzbedingungen verwirklicht werden könnte. Unsere Aufgabe wird dagegen darin bestehen, die allgemeine Lösung so zu speziali-

sieren, daß die bereits vorgeschriebenen Grenzbedingungen erfüllt werden können. Dazu gelangen wir, wenn wir von nun ab $\mathfrak{v}$ so wählen, daß es keine Komponente in der Richtung der Rotationsachse hat, sondern in der Querschnittsebene des Rotationskörpers enthalten ist, ferner in jedem Punkte eines Kreises, der in der Querschnittsebene (mit dem Mittelpunkte in der Achse) gezogen ist, gleich groß und tangential gerichtet ist. Die absolute Größe von $\mathfrak{v}$, die mit v bezeichnet werden soll, ist dann eine zunächst unbekannte Funktion der Koordinaten x, ϱ des Punktes in irgend einem Meridianschnitte, wenn die Koordinate x in der Richtung der Rotationsachse gezählt ist und ϱ den Halbmesser des erwähnten Kreises bedeutet.

Gleichung (2) ist mit diesem Ansatze von selbst erfüllt. Die Vektorgleichung (5) läßt sich dagegen durch die beiden skalaren Gleichungen

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varrho}(v \varrho) \text{ und } \frac{\partial V}{\partial \varrho} = - \frac{\partial v}{\partial x} \tag{7}$$

ersetzen, woraus folgt, daß v der Gleichung

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial \varrho}\left(\frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial}{\partial \varrho}(v \varrho)\right) = 0 \tag{8}$$

genügen muß. Natürlich hätte es des Umweges, der mit der Einführung der Potentialfunktion V verbunden ist, nicht bedurft, wenn es sich nur um die Herleitung der Gl. (8) gehandelt hätte, denn diese Gleichung stimmt bei der Wahl, die wir jetzt für $\mathfrak{v}$ getroffen haben, inhaltlich vollständig mit Gl. (3) überein. Die Einführung der Potentialfunktion V hat nur den Zweck, die Ermittelung von partikulären Lösungen der Gl. (8) zu erleichtern.

Wir wollen jetzt sehen, von welcher Art der Spannungszustand ist, der durch eine elastische Formänderung, wie wir sie hier annehmen, hervorgebracht wird. Zu diesem Zwecke seien durch einen Punkt mit den Koordinaten x, ϱ im Meridianschnitte drei zueinander senkrechte Ebenen gelegt, nämlich die Meridianebene, die Querschnittsebene und eine zu beiden senk-

rechte Ebene, die demnach parallel zur Achse geht und die Richtung der Verschiebung $\mathfrak{v}$ an dem betrachteten Punkte enthält. In diesen drei Schnittrichtungen können in der Nachbarschaft des Punktes x, ϱ keine Normalspannungen übertragen werden, da die Dehnungen in den Richtungen der Achse, des Radius und der Richtung von $\mathfrak{v}$ bei dem hier betrachteten Formänderungszustande alle drei gleich Null sind. Die Schubspannung im Meridianschnitte sei in zwei Komponenten τ_x in der Richtung der Achse, und τ_ϱ in radialer Richtung zerlegt; dann hat man

$$\tau_x = G\frac{\partial v}{\partial x} \text{ und } \tau_\varrho = G\left(\frac{\partial v}{\partial \varrho} - \frac{v}{\varrho}\right) \tag{9}$$

wenn mit G der Schubelastizitätsmodul bezeichnet wird. Diesen Spannungskomponenten entsprechen in den beiden anderen Schnittrichtungen die ihnen zugeordneten, also insbesondere eine Schubspannung in der Querschnittsebene von der Größe τ_x, die in der Richtung von $\mathfrak{v}$ oder kurz gesagt in tangentialer Richtung geht. Dagegen fehlt in der Querschnittsebene eine in radialer Richtung gehende Schubspannungskomponente, weil der rechte Winkel zwischen einer in radialer und einer in axialer Richtung gezogenen kleinen Strecke bei der Formänderung ungeändert bleibt. Durch die Angabe der Schubspannungskomponenten τ_x und τ_ϱ in der Meridianebene ist daher der hier vorliegende Spannungszustand vollständig beschrieben.

Jetzt läßt sich auch die für die Mantelfläche des Rotationskörpers vorgeschriebene und durch die bisherigen Festsetzungen noch nicht erfüllte Grenzbedingung in einer Gleichung ausdrücken. Damit die Mantelfläche frei von äußeren Kräften sei, muß die Resultierende aus τ_x und τ_ϱ in der Meridianebene am Umfange tangential zur Meridiankurve gerichtet sein. Denkt man sich die Gleichung der Umrißlinie in der Form

$$z = f(x) \tag{10}$$

gegeben, so lautet diese Grenzbedingung

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\tau_\varrho}{\tau_x} = \left(\frac{\frac{\partial v}{\partial \varrho} - \frac{v}{\varrho}}{\frac{\partial v}{\partial x}}\right)_{\varrho = z} \tag{11}$$

Der weitere Weg ist jetzt klar vorgezeichnet; man hat eine Lösung von Gl. (8) zu suchen, die mit der Bedingung (11) verträglich ist. Der Spannungszustand folgt dann aus den Gleichungen (9).

Nun würde es zu schwierig sein, diese Aufgabe für den Fall einer ganz beliebig gegebenen Umrißlinie zu lösen. Man kann aber, wie es auch bei der ganz ähnlich liegenden Aufgabe der Torsion von prismatischen Stäben geschieht, umgekehrt irgend eine Lösung von Gl. (8) zu Grunde legen und dann nachträglich die Gestalt der Umrißlinie nach Gl. (11) ermitteln, für die diese Lösung zutrifft. Dazu braucht man nur noch eine gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung zu integrieren, was zum mindesten näherungsweise immer ausführbar ist.

Was schließlich die Grenzbedingungen an den beiden Endquerschnitten des Stabes betrifft, so folgt schon aus den vorhergehenden Betrachtungen über den Spannungszustand, daß dort, wie es verlangt war, weder Normalkräfte noch Kräfte in radialer Richtung, sondern nur solche in tangentialer Richtung als äußere Kräfte angebracht sein dürfen. Über die Verteilung der tangential gerichteten Kräfte über die Querschnittsfläche am Stabende können wir bei dem Verfahren, wie es soeben beschrieben wurde, freilich nicht mehr verfügen; wir müssen uns vielmehr jene Verteilung gefallen lassen, die aus der Lösung selbst hervorgeht. Wenn man darin einen Nachteil erblicken wollte, würde ihn aber die hier besprochene Lösung mit der Theorie der Torsion von prismatischen Stäben teilen, bei der, wie schon eingangs bemerkt, der Sachverhalt derselbe ist.

Meine Absicht geht hier nicht darauf hinaus, eine größere Zahl von Beispielen für das angegebene Verfahren beizubringen, da ich mir für den praktischen Zweck, den ich im Auge habe,

davon nicht sehr viel verspreche. Wie diesem meiner Ansicht nach besser gedient werden kann, werde ich nachher noch auseinandersetzen. Es wird daher genügen, wenn ich wenigstens an einem Beispiele zeige, wie man auf dem bisher besprochenen Wege zu Ziele gelangen kann.

Man setze:

$$V = -C\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{R}\right) = C\frac{a+x}{R^3} \tag{12}$$

wobei

$$R^2 = (a+x)^2 + \varrho^2,$$

R selbst also den Abstand des Punktes x, ϱ von einem auf der Achse in der beliebigen Entfernung a vom Anfangsquerschnitte des Stabs gelegenen Punkte bedeutet. Der angegebene Wert von V ist die Potentialfunktion eines an dieser Stelle gelegenen „Doppelpunktes", befriedigt also jedenfalls überall innerhalb des Stabs die Laplacesche Gleichung (6). Aus den Gleichungen (7) findet man hierauf leicht

$$v = \frac{k}{\varrho} + C\frac{\partial}{\partial \varrho}\left(\frac{1}{R}\right) = \frac{k}{\varrho} - C\frac{\varrho}{R^3} \tag{13}$$

wenn mit k eine Integrationskonstante bezeichnet wird. Nachträglich kann man sich auch noch leicht unmittelbar davon überzeugen, daß Gl. (13) eine partikuläre Lösung von Gl. (8) liefert. Die Integrationskonstante k in Gl. (13) muß übrigens gleich Null gesetzt werden, damit die Verschiebung v für die auf der Achse gelegenen Punkte verschwindet. Es bleibt also

$$v = -C\frac{\varrho}{R^3} \tag{14}$$

Setzt man diesen Wert in Gl. (11) ein, so geht sie über in

$$\frac{dz}{dx} = \left(\frac{3C\frac{\varrho^2}{R^5}}{3C\frac{\varrho(x+a)}{R^5}}\right)_{\varrho=z} = \frac{z}{x+a}$$

und deren Lösung ist, wenn mit K eine neue Integrationskonstante bezeichnet wird,

$$z = K(x + a) \tag{15}$$

d. h. die vorher gefundene Lösung bezieht sich auf einen Stab, der einen abgestumpften Kegel bildet, dessen Spitze um die beliebig zu wählende Strecke a vom Anfangsquerschnitte entfernt ist. Es mag nur noch bemerkt werden, daß sich die Schubspannung in einem Querschnitte, wie aus den Gleichungen (9) sofort zu entnehmen ist, nach dem Gesetze

$$\tau_x = 3\,G\,C\,\frac{(a+x)\,\varrho}{R^5} \tag{16}$$

über den Querschnitt verteilt, also nach einem Gesetze, das namentlich an dem kleineren Endquerschnitte sehr merklich von jenem abweichen kann, das für eine zylindrische Welle gelten würde. Die Abweichung ist um so größer, je stumpfer der Kegel ist.

Da die Differentialgleichung (8) linear ist, kann man aus der einen partikulären Lösung in Gl. (14) eine Reihe anderer und auch eine allgemeinere ableiten, die eine willkürliche Funktion enthält, indem man etwa

$$v = \varrho \int \frac{F(a)}{(\varrho^2 + (x+a)^2)^{\frac{3}{2}}}\, da \tag{17}$$

setzt, worin $F(a)$ eine beliebige Funktion von a ist, in der natürlich x und ϱ nicht vorkommen dürfen.

Man könnte auch von anderen Massenverteilungen ausgehen, zu denen das Potential V gehören soll und hiermit zu weiteren Lösungen gelangen. — Am nächsten würde es natürlich liegen, den Fall zu untersuchen, daß sich v aus zwei Gliedern von der in Gl. (14) gegebenen Form zusammensetzt.[1])

[1]) Einfache Lösungen von Gl. (8) sind auch

$$v = a_1\,\varrho + a_3\,\varrho^3 \quad \text{oder} \quad v = b_1\,\varrho + b_3\,\varrho^3 + b_5\,\varrho^5$$

u. s. f., wenn unter den a und b leicht zu bestimmende einfache Funktionen von x verstanden werden.

Ich sehe aber auch davon aus dem schon angeführten Grunde ab und wende mich jetzt zu einer anderen Behandlung der Aufgabe, die mir für die Erreichung des praktischen Zweckes einer Festigkeitsberechnung aussichtsreicher zu sein scheint.

Man kann nämlich die Aufgabe auf ein hydrodynamisches Problem zurückführen, indem man die Verteilung der Schubspannungen in einem Meridianschnitte durch eine ebene Flüssigkeitsbewegung abbildet. Zunächst denke man sich eine Schar von Spannungslinien in den Meridianschnitt eingetragen, nämlich von Linien, die überall in der Richtung der Schubspannung τ fortschreiten, wobei unter τ die Resultierende aus den vorher berechneten Komponenten τ_x und τ_ϱ zu verstehen ist. Die äußerste Spannungslinie fällt, wie wir schon sahen, mit der Meridiankurve, also mit der Umrißlinie der Welle zusammen.

Diese Spannungslinien lassen sich nun auch als die Stromlinien einer ebenen Flüssigkeitsbewegung ansehen, die sich durch den Längsschnitt des Stabes erstreckt. Die Geschwindigkeit der Strömung darf aber nicht unmittelbar proportional mit τ gewählt werden, sondern proportional mit $\varrho^2\tau$, damit die Flüssigkeitsbewegung quellenfrei bleibt, was natürlich unbedingt notwendig ist, weil man im anderen Falle mit der Abbildung überhaupt nichts anfangen könnte. Die Divergenz einer mit $\varrho^2\tau$ proportionalen Strömung berechnet sich nach den Gleichungen (9) zu

$$\frac{\partial(\varrho^2\tau_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\varrho^2\tau_\varrho)}{\partial\varrho} = G\left(\varrho^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \varrho^2\frac{\partial^2 v}{\partial\varrho^2} + \varrho\frac{\partial v}{\partial\varrho} - v\right) = 0 \quad (18)$$

denn der Wert in der Klammer stimmt mit der linken Seite der Differentialgleichung (8), wenn in dieser die Differentiationen ausgeführt werden und mit ϱ^2 multipliziert wird, vollständig überein.

Die Geschwindigkeit der ebenen Flüssigkeitsströmung sei als Vektor aufgefaßt mit $\mathfrak{s}$ bezeichnet und ihre Komponenten in axialer und radialer Richtung mit s_x und s_ϱ, so daß also

$$s_x = \varrho^2\tau_x \text{ und } s_\varrho = \varrho^2\tau_\varrho$$

gesetzt wird. Dann kann zunächst Gl. (18) in der Form

$$\operatorname{div} \mathfrak{s} = 0 \tag{19}$$

angeschrieben werden und für den Wirbel w, der überall senkrecht zur Strömungsebene steht, so daß es nur noch auf die Ermittelung des absoluten Wertes ankommt, erhält man

$$w = \frac{\partial s_x}{\partial \varrho} - \frac{\partial s_\varrho}{\partial x}$$

oder wenn man für die s und die τ ihre Werte einsetzt (die von τ nach den Gleichungen (9))

$$w = 3\, G\, \varrho \frac{\partial v}{\partial x}$$

wofür auch noch

$$w = 3\, \varrho\, \tau_x = 3\, \frac{s_x}{\varrho} \tag{20}$$

geschrieben werden kann. Durch die Gleichungen (19) und (20) ist die Flüssigkeitsbewegung im Zusammenhange mit den Grenzbedingungen völlig bestimmt. Eine strenge Lösung des Torsionsproblems, das uns hier beschäftigt, wäre demnach auf die Integration der beiden simultanen Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial s_x}{\partial x} + \frac{\partial s_\varrho}{\partial \varrho} &= 0 \\ \frac{\partial s_x}{\partial \varrho} - \frac{\partial s_\varrho}{\partial x} &= 3\, \frac{s_x}{\varrho} \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

zurückgeführt. Nun sind freilich die analytischen Schwierigkeiten durch die veränderte Formulierung kaum vermindert; eine näherungsweise Lösung der Aufgabe ist aber dadurch erheblich erleichtert.

Man betrachte ein Stromfadenelement von der in der Richtung der Normalen zu den Stromlinien gemessenen Dicke dn und der Länge $r\,d\psi$, wenn unter r der Krümmungshalbmesser der Stromlinien an dieser Stelle verstanden wird und wende

darauf den Satz von Stockes an. Dann erhält man für den Wirbel w den Ausdruck

$$w = \frac{1}{r} \frac{d}{dn}(rs) \tag{22}$$

woraus in Verbindung mit Gl. (20)

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dn}(rs) = 3 \frac{s_x}{\varrho} \tag{23}$$

folgt. Hierbei ist unter s der Absolutwert der Strömungsgeschwindigkeit $\mathfrak{s}$ zu verstehen. Nun ist aber

$$s_x\, dn = s \cos \alpha\, dn = s\, d\varrho$$

wobei α den Neigungswinkel der Stromlinie gegen die Achse bezeichnet. Die Gl. (23) läßt sich daher auch ersetzen durch

$$\frac{1}{r} \frac{d}{d\varrho}(rs) = 3 \frac{s}{\varrho} \tag{24}$$

wofür auch

$$\frac{d}{d\varrho}(rs) = \frac{3rs}{\varrho} \tag{25}$$

geschrieben werden kann. Man sieht, daß sich die Gleichung sofort integrieren läßt. Sie liefert

$$rs = A\varrho^3 \quad \text{oder} \quad s = A\frac{\varrho^3}{r} \tag{26}$$

Dabei ist A eine Integrationskonstante, die aber für jede die Stromlinien überall rechtwinklig schneidende Trajektorie einen anderen Wert hat. Wenn der Verlauf der Stromlinien bereits bekannt wäre, ließe sich der irgend einer solchen Trajektorie zugehörige Wert von A aus der Bedingung berechnen, daß das längs dieser Trajektorie von der Achse bis zur Umrißlinie des Meridianschnitts erstreckte Integral

$$\int s\, dn$$

einen für alle Trajektorien konstanten Wert hat, da es die durch die Trajektorie hindurchfließende Flüssigkeitsmenge angibt.

Man sieht nun schon, daß für eine strenge Lösung der

Aufgabe durch die zuletzt abgeleiteten Formeln nichts gewonnen wird. Dagegen wird für eine näherungsweise Lösung durch Gl. (26) sofort eine sehr brauchbare Handhabe geboten, da man das Verhältnis des Geschwindigkeitsgefälls $\frac{ds}{dn}$ zur Geschwindigkeit s selbst unmittelbar an der Umrißlinie hiermit ohne weiteres kennt, indem der Wert von r an dieser Stelle gegeben ist.

Geht man von der hydrodynamischen Abbildung jetzt wieder zur ursprünglichen Aufgabe zurück, so hat man für die Schubspannung τ an irgend einer Stelle des Meridianschnitts

$$\tau = A \frac{\varrho}{r} \tag{27}$$

wobei A dieselbe Bedeutung hat, wie zuvor.

In größerer Entfernung von der Übergangsstelle einer Welle von kleinerem Durchmesser in eine Welle von größerem Durchmesser gehen die Spannungslinien überall parallel zur Zylinderachse; die senkrechten Trajektorien der Spannungslinien sind daher gradlinig und senkrecht zur Achse und der Krümmungshalbmesser r ist unendlich groß und längs einer Trajektorie konstant. Daher muß auch die Konstante A unendlich groß sein, so daß das Verhältnis A/r einen endlichen konstanten Wert liefert. Die Schubspannung τ wächst daher in diesem Teile der Welle proportional mit dem Abstande ϱ von der Achse, genau so wie dies von der Torsion zylindrischer Stäbe von vornherein bekannt war.

So wie wir uns aber der Übergangsstelle nähern, beginnen sich die Spannungslinien zu krümmen, indem sich die äußerste der durch die Abrundung gegebenen Umrißlinie anschließt und sofort wird damit die Spannungsverteilung, wie aus Gl. (27) hervorgeht, vollständig geändert und zwar so, daß die Spannung in der Nähe des Umrisses jetzt viel schneller nach außen hin anwächst als zuvor. Das hat natürlich zur Folge, daß die inneren Teile entlastet werden und das Torsionsmoment überwiegend nur in den äußersten Schichten des Querschnitts über-

tragen wird, nämlich in einem konzentrischen Ringe, dessen Dicke von derselben Größenordnung ist, wie der Halbmesser der Abrundung, der mit q bezeichnet werden mag und als klein gegen den Wellenhalbmesser betrachtet werden kann.

In einem geringen Abstande p von der Umrißlinie, der senkrecht zu den Spannungslinien gemessen wird, kann genau genug für die gefährlichste Stelle

$$r = q + p$$

gesetzt werden. Wenn daher $p = q$ genommen wird, hat man (ungefähr wenigstens) an dieser Stelle $r = 2q$ und da p klein gegen ϱ ist, hat sich die Spannung τ nach Gl. (27) schon in diesem kleinen Abstande von der Umrißlinie auf die Hälfte des Wertes vermindert, der am Umfange selbst auftritt. Wenn q unendlich klein wäre, müßte die Spannung am Umfange unendlich groß ausfallen, d. h. es würde dann schon ein sehr kleines Torsionsmoment genügen, um ein Überschreiten der Elastizitätsgrenze und hiermit ein geringes plastisches Nachgeben des Materials an dieser Stelle herbeizuführen. — Zugleich erkennt man, daß die Bruchgefahr an der Übergangsstelle durch einen möglichst allmählichen Übergang, der zuerst mit geringer Krümmung einsetzt und in dem Maße, wie ϱ dabei wächst, stärker gekrümmt sein kann, auf einfache Weise herabgesetzt werden kann.

Was nun die praktische Verwendung der hier angestellten Betrachtungen betrifft, so kann ich mich darüber kurz fassen, da eine ausführlichere Darlegung hierüber besser an anderer Stelle gegeben wird. Man wird damit beginnen, den Verlauf der Spannungslinien schätzungsweise in den Längsschnitt der Welle einzutragen, wobei es natürlich nur auf den Verlauf in der Nähe der Übergangsstelle selbst ankommt. Diese erste Schätzung läßt sich dann noch verbessern, indem man Rücksicht darauf nimmt, daß die den Spannungslinien entsprechenden Stromlinien um so dichter aneinander rücken müssen, je größer die Geschwindigkeit längs eines Stromfadens wird. Da es auf große Genauigkeit überhaupt nicht ankommt, wird man leicht

zu einer annehmbaren Zeichnung des Stromverlaufs gelangen. Dann folgt die Spannungsverteilung längs einer senkrecht zu den Spannungslinien gezogenen Trajektorie nach Gl. (27), die man graphisch darstellen wird, worauf man die größte Spannung am Umfange auf Grund des gefundenen Spannungsverteilungsgesetzes aus der Momentengleichung berechnet, nach der das Moment der Schubspannungen in dem der Trajektorie entsprechenden Schnitte gleich dem gegebenen Torsionsmoment sein muß.

So weit, als es die praktische Technik verlangt, kann damit die in den ersten Sätzen dieser Abhandlung gestellte Aufgabe als gelöst angesehen werden. Wünschenswert wäre es freilich, noch eine bessere Lösung zu finden, die schneller und genauer zum Ziele führte. Es mag wohl sein, daß eine solche auch noch gefunden werden könnte. Gegenüber dem bisher bestehenden Zustande, der nicht einmal eine Abschätzung der größten auftretenden Spannung selbst ihrer Größenordnung nach gestattete, darf aber in dem angegebenen Verfahren immerhin schon ein recht wesentlicher Fortschritt erblickt werden.

Sitzung der math.-phys. Klasse vom 1. Juli 1905.

1. Herr ERWIN VOIT trägt die Resultate einer Untersuchung: „Über Glykogenbildung aus Eiweiß“ vor. Dieselbe wird anderweit veröffentlicht werden.

Der Vortragende berichtet über Versuche, welche er mit seinem Assistenten Herrn Dr. KRUMMACHER angestellt. Bei Eiweißzufuhr erhöht sich der Glykogengehalt eines Hungertieres wesentlich.

Sowohl die Menge des neugebildeten Glykogens, wie der zeitliche Verlauf der Ablagerung lassen erkennen, daß dasselbe aus dem gefütterten Eiweiß entstanden.

Demnach ist der Zucker als normales Spaltungsprodukt des Eiweißes anzusehen.

2. Herr H. v. SEELIGER legt eine Abhandlung des Herrn Dr. SIEGFRIED GUGGENHEIMER: „Über die universellen Schwingungen von Systemen von Rotationskörpern“ vor.

3. Herr ALFRED PRINGSHEIM bespricht eine Arbeit des Herrn Dr. OSKAR PERRON: „Note über die Konvergenz von Kettenbrüchen mit positiven Gliedern.“

Der Verfasser entwickelt im Gegensatze zu den bisher bekannten, wesentlich auf Anwendung der Reihenlehre beruhenden Konvergenz-Kriterien direkt aus bekannten Näherungs-

bruch-Relationen eine Skala von neuen, sukzessive sich verschärfenden Kriterien. Scheinen dieselben auch nicht von besonderer praktischer Brauchbarkeit, so besitzen dieselben zweifellos ein hinlängliches theoretisches Interesse, das durch ihre vom Verfasser angekündigte und einer späteren Mitteilung vorbehaltene Übertragbarkeit auf die Jacobische Verallgemeinerung der Kettenbrüche noch merklich erhöht wird.

Über die universellen Schwingungen von Systemen von Rotationskörpern.

Von **Siegfried Guggenheimer.**

(Eingelaufen 1. Juli.)

I. Die universellen Schwingungen eines Systems Kugel-Kreisring.

a) Kugel und Ring sind konzentrisch.

Nachdem in der vorhergehenden Arbeit[1]) die universelle Grundschwingung eines schwach kompressiblen Kreisringes in einem imkompressiblen Medium betrachtet wurde, soll nun die gleiche Betrachtung durchgeführt werden für ein konzentrisches System von Kugel und Kreisring. Wir wollen eine Einheitskugel und einen Einheitsring betrachten, die wir durch die Festsetzung definieren, daß sowohl der Kugelradius R als auch der Neumann'sche Ringparameter c (resp. λ) sehr klein seien gegenüber dem Radius a des Führungskreises des Ringes. Der Querschnittsradius des Ringes ergibt sich dann in genügender Annäherung gleich 2 ac.

Es gelten die Gleichungen:

1) $\Delta\Phi = 0$ im Aussenraum von Ring und Kugel.

2) $\Delta\Phi + k^2\Phi = 0$ im Innenraum von Ring und Kugel,

wo für den Ring in erster Annäherung

[1]) Guggenheimer, Sitzungsberichte der K. B. Akademie der Wissenschaften 34, 41, 1904. Diese Arbeit soll im folgenden mit I zitiert werden.

2ᵃ) $$\Delta\Phi + \frac{k^2 a^2}{\eta^2}\Phi = 0,$$

da $\frac{a^2}{\eta^2}$ in erster Annäherung konstant = 1 ist.

Sowohl für die Kugel als für den Ring gelten an der Grenze:

3ᵃ) $$\Phi_a = \Phi_i$$

3ᵇ) $$\frac{\partial\Phi_a}{\partial\nu} = \frac{\partial\Phi_i}{\partial\nu},$$

wo ν die Richtung der positiv genommenen inneren bezw. äußeren Normalen bedeutet.

Für die Kugel allein haben, wenn wir die Grundschwingung betrachten, folgende Gleichungen Gültigkeit:[1])

4) $$\Phi_a = \frac{a}{r}$$

wo r die Zentraldistanz irgend eines äußeren Punktes bedeutet,

5) $$\Phi_i = \frac{a}{r}\sin\frac{\pi}{2}\frac{r}{R}$$

und

6) $$k = \frac{\pi}{2R}$$

Für den Ring allein gilt:[2])

7) $$\Phi_a = \frac{c_{20}}{2\pi}\frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{\sqrt{\eta}}\int_0^{2\pi}\frac{d\Theta}{\sqrt{\sin^2\frac{\Theta}{2} + \lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}}}$$

8) $$\Phi_i = c_{20}\frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{\sqrt{\eta}}\left(1 + \frac{1-4a^2k^2}{4}\lambda^2\right)$$

und

---

[1]) Korn, Theorie der Reibung in kontinuierlichen Massensystemen S. 143, Berlin 1901.

[2]) I. S. 51 und 55.

$$9)\qquad k = \frac{1}{ac}\frac{1}{\sqrt{2K_c}}$$

worin

$$9^a)\qquad K_c = \int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\varphi}}\left(\varkappa^2 = 1-\lambda^2;\ \sin\varphi = \cos\frac{\Theta}{2}\right)$$

Damit Ring und Kugel gleichzeitig pulsieren, oder anders ausgedrückt, damit die Grundschwingungen beider in Resonanz sind, ist es nötig, daß die Größen k für Kugel und für Ring gleich sind, d. h. daß die Beziehung besteht (in erster Annäherung):

$$10)\qquad \frac{\pi}{2R} = \frac{1}{a\cdot c}\frac{1}{\sqrt{2K_c}}$$

wo K_c die oben definierte Bedeutung hat. Physikalisch möglich sind allerdings folgende Fälle:

1. Beide Körper haben Eigenschwingungen mit gleicher Schwingungsdauer. Die k sind gleich, und gestatten eine Beziehung zwischen a, c und R abzuleiten.

2. Die Größen k sind nicht gleich; d. h. die Eigenschwingung der Kugel hat eine andere Schwingungsdauer als die Eigenschwingung des Ringes.

Wir wollen, mit Rücksicht auf die Beziehungen zur Gravitationstheorie, die Beziehungen zwischen Kugelradius und Ringquerschnitt so annehmen, daß Fall 1 erfüllt ist.

Es ergibt sich dann folgendes Problem:

Wir suchen eine Funktion φ des Aussenraumes von Kugel und Ring mit den Randwerten.

$$11)\qquad \Phi = c_{10} + c_{11}\cos\Theta + \cdots$$

an der Kugel (wobei die Entwicklung nach Kugelfunktionen zu geschehen hat);

$$12)\qquad \Phi = \frac{\sqrt{1-c^2}}{\sqrt{\eta}}\left(c_{20}A_0^0(c) + c_{21}A_1^0(c)\cos\Theta + \cdots\right)$$

am Ring.

Nachdem die Funktion Φ mit Hilfe der Murphyschen Methode im Aussenraum berechnet ist, (und außerdem die Funktionen im Innenraum von Kugel und Ring berechnet sind), gerade als ob alle Konstanten in den beiden Formeln bekannt wären, werden dann die Gleichungen

$$\frac{\partial \Phi_a}{\partial \nu} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial \nu}$$

an Kugel- und Ringfläche gebildet.

Man erhält dann Relationen, welche gerade zur Berechnung der Konstanten, bezw. ihrer Verhältnisse, und der Größe k ausreichen.

Bestimmung der Potentialfunktion Φ im Aussenraume von Kugel und Ring nach der Methode von Murphy.

Es ist die

Potentialfunktion des Aussenraumes der Kugel:

Φ_{11} mit d. Randw. $\Phi_{11} = c_{10} + c_{11} \cos \Theta + \cdots$

Φ_{12} " " " $\Phi_{12} = - \Phi_{21}$ an der Kugel

. . . .

. . . .

und die Potentialfunktion des Aussenraumes des Ringes:

Φ_{21} mit d. Randw. $\Phi_{21} = \sqrt{\frac{1-c^2}{\eta}} \left[c_{20} A_0^0(c) + c_{21} A_1^0(c) \cos\Theta + \cdots\right]$

Φ_{22} " " " $\Phi_{22} = - \Phi_{11}$ am Ring

. . . .

. . . .

zu bestimmen.

Dann ist die gesuchte Potentialfunktion Φ des Aussenraumes mit den Randwerten

$$\Phi = c_{10} + c_{11} \cos \Theta + \cdots \text{ an der Kugel}$$

und

$$\Phi = \frac{\sqrt{1-c^2}}{\sqrt{\eta}} \left[c_{20} A_0^0(c) + c_{21} A_1^0(c) \cos \Theta + \cdots\right] \text{ am Ring}$$

gleich

$$\Phi = \Phi_{11} + \Phi_{12} + \cdots \Phi_{21} + \Phi_{22} + \cdots \tag{13}$$

für Kugel und Ring.

Zunächst ist

$$\Phi_{11} = c_{10}\frac{R}{r} + c_{11}\frac{R^2}{r^2}\cos\Theta + \cdots$$

wo r die Zentraldistanz des variabeln Punktes $(x\,y\,z)$ darstellt. Ferner ist

$$\Phi_{21} = \frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{\sqrt{\eta}}\left[\frac{c_{20}}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\frac{d\Theta}{\sqrt{\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}}}\right.$$

$$\left. + c_{21}\frac{\cdot\lambda}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\frac{\cos\Theta\, d\Theta}{\sqrt{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^3}} + \cdots\right]^{1)}$$

wo $\eta = a\dfrac{1-\lambda^2}{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}$ ist, und λ, ω die Ringkoordinaten des variabeln Punktes $(x\,y\,z)$ darstellen. (Man vergleiche hiezu I., S. 45—47.)

---

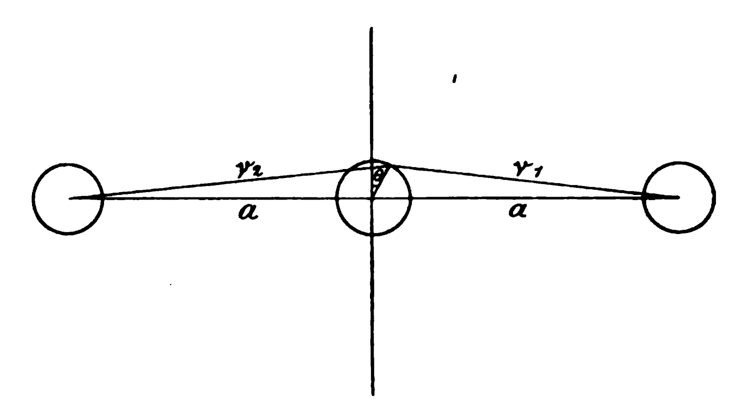
[1]) Die von Neumann in den Gleichungen 44 S. 32 seiner Abhandlung gegebenen Formeln sind nicht ganz richtig. Dieselben müssen lauten

$$J_p^q(\lambda) = \frac{(1-\lambda^2)^q}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\frac{d\Theta}{(1-2\lambda\cos\Theta+\lambda^2)^{\frac{2q+1}{2}}}$$

$$+ \frac{(1-\lambda^2)^q}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\frac{\cos p\Theta\, d\Theta}{(1-2\lambda\cos\Theta+\lambda^2)^{\frac{2q+1}{2}}}$$

da der Faktor $\frac{1}{2\pi}$ nur dann vor das Integral auf der rechten Seite tritt, wenn $p=0$. In allen übrigen Fällen $p = 1, 2, 3\cdots$ ist nur mit $\frac{1}{\pi}$ zu multiplizieren. Dasselbe gilt für die $A_p^q(\lambda)$, für die zu setzen ist

Um nun Φ_{12} zu berechnen, entsprechend der Reflexion der Potentialfunktion Φ_{21} an der Kugel, wollen wir zunächst den Wert von λ für irgend einen Punkt der Kugel in den sphä-



rischen Polarkoordinaten r, Θ, Φ ausdrücken, wobei wir wieder die Symmetrieachse des Systems zur x-Achse wählen.

Es ist

$$\lambda = \frac{r_2}{r_1}, \tag{14}$$

wenn

$$r_1^2 = a^2 + R^2 + 2\,a\,R \sin\Theta \tag{15}$$

$$r_2^2 = a^2 + R^2 - 2\,a\,R \sin\Theta \tag{15a}$$

$$A_p^q(\lambda) = \frac{\lambda^p}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\,\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2} + \lambda^2 \cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{2p+1}{2}}} + \frac{\lambda^p}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos q\,\Theta\, d\,\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2} + \lambda^2 \cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{2p+1}{2}}}$$

Eine gleiche Bemerkung gilt auch für die Formeln Neumann 32. S. 28 und 37. S. 30, in denen auf der rechten Seite nur für Fall p resp. $q = 0$ mit 2π zu multiplizieren ist, während in allen übrigen Fällen der Multiplikator nur π ist.

somit

$$\text{16)} \qquad \lambda = \sqrt{\frac{a^2 + R^2 - 2\,a\,R\sin\Theta}{a^2 + R^2 + 2\,a\,R\cos\Theta}},$$

und

$$\text{16}^{\text{a}}\text{)} \qquad 1 - \lambda^2 = \frac{4\,a\,R\sin\Theta}{a^2 + R^2 + 2\,a\,R\sin\Theta}$$

(und in erster Annäherung $1 - \lambda^2 = 4\sin\Theta\frac{R}{a}$).

An der Kugel ist

$$\text{17)} \qquad \eta = R\sin\Theta.$$

Wir haben also an der Kugel

$$\text{18)} \qquad \begin{aligned} \Phi_{21} &= \sqrt{\frac{4\,a}{a^2 + 2\,a\,R\sin\Theta + R^2}}\,[c_{20}(1 + W_1) + c_{21}\,W_2 + \cdots] \\ &= \frac{2}{\sqrt{a}}\left(1 - \frac{R}{a}\sin\Theta\right)[c_{20}(1 + W_1) + c_{21}\,W_2 + \cdots] \end{aligned}$$

in erster Annäherung, wenn wir Größen von der Ordnung $\frac{R^2}{a^2}$ vernachlässigen, und wenn

$$\text{19)} \qquad \begin{aligned} W_1 &= \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\frac{d\,\Theta}{\sqrt{\sin^2\frac{\Theta}{2} + \lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}}} - 1 \\ W_2 &= \frac{\lambda}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\frac{\cos\Theta\,d\,\Theta}{\left(\sqrt{\sin^2\frac{\Theta}{2} + \lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}}\right)^3} \end{aligned}$$

Nun ist, immer in erster Annäherung

$$W_1 = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\left(1 - (1 - \lambda^2)\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} d\,\Theta - 1$$

$$\text{19}^{\text{a}}\text{)} \qquad = \frac{1 - \lambda^2}{4\pi}\int\limits_0^{2}\cos^2\frac{\Theta}{2}\,d\,\Theta = \frac{1 - \lambda^2}{8\pi}\int\limits_0^{2\pi}(1 + \cos\Theta)\,d\,\Theta = \tfrac{1}{4}(1 - \lambda^2) = \frac{R}{a}\sin\Theta$$

Analog ergibt sich für W_2

$$
\begin{aligned}
W_2 &= \frac{\lambda}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\left(1-(1-\lambda^2)\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{-\frac{3}{2}}\cos\Theta\, d\,\Theta \\
&= \frac{3}{2}\,\frac{\lambda}{\pi}(1-\lambda^2)\int\limits_0^{2\pi}\cos^2\frac{\Theta}{2}\cos\Theta\, d\,\Theta \\
&= \frac{3}{4}\,\frac{\lambda}{\pi}(1-\lambda^2)\int\limits_0^{2\pi}\cos^2\Theta\, d\,\Theta \\
&= \frac{3}{4}\lambda(1-\lambda^2) = 3\,\frac{R}{a}\sin\Theta
\end{aligned}
\tag{19b}
$$

und demzufolge

$$
\Phi_{21} = \frac{2}{\sqrt{a}}\left[c_{20} + c_{21}\,\frac{3\,R}{a}\sin\Theta + \cdots\right]
\tag{20}
$$

Hier ist nun $\sin\Theta$ nach Kugelfunktionen zu entwickeln. Für die Entwickelung von $\sin\Theta$ nach Kugelfunktionen gilt die Formel:[1])

$$
\sin\Theta = \frac{\pi}{2}\left[\frac{1}{2}P_0\cos(\Theta) - 5\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2 P_2\cos(\Theta) - 9\left(\frac{3}{6}\right)\left(\frac{1}{2\cdot 4}\right)^2 P_4\cos\Theta + \cdots\right]
$$

Wir haben also für Φ_{21}

$$
\Phi_{21} = \frac{2}{\sqrt{a}}\left[c_{20} + \frac{3}{4}c_{21}\,\pi\left[\frac{1}{2}P_0\cos(\Theta) - \frac{5}{16}P_2\cos(\Theta) - \frac{27}{384}P_4\cos(O) + \cdots\right]\right]
$$

Somit ist, wenn, unseren bisherigen Vernachlässigungen entsprechend, nur Glieder erster Ordnung beibehalten werden

$$
\Phi_{12} = -\frac{2}{\sqrt{a}}\left[c_{20} + \frac{3}{4}\pi\, c_{21}\,\frac{R}{a}\right]\frac{R}{r}
\tag{21}
$$

[1]) Z. B. Byerly. An elementary Treatise on Fouriers etc. Series S. 184, Boston 1893.

Bestimmung von Φ_{22}.

Es ist die Potentialfunktion Φ_{22} des Aussenraumes des Ringes zu bestimmen mit den Randwerten

$$22)\qquad \Phi_{22} = - \Phi_{21}$$

am Ringe.

Um Φ_{22} zu bestimmen, haben wir zunächst

$$\Phi_{11} = c_{10}\frac{R}{r} + c_{11}\frac{R^2}{r^2}\cos\Theta + \cdots$$

am Ring nach Ringfunktion zu entwickeln.

Nach Neumann gilt:[1])

$$23)\qquad \begin{aligned} \frac{1}{r} &= \sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}\,\sqrt{1 - 2\lambda_1\cos\omega_1 + \lambda_1^2} \\ &\sum_p\sum_q C_p^q J_p^q(\lambda)\, A_p^q(\lambda_1)\cos p(\omega - \omega_1)\cos q(\varphi - \varphi_1) \end{aligned}$$

wobei $\omega_1 = \pi$, $\lambda_1 = 1$ zu setzen ist.

Da (nach Neumann S. 34) für $\lambda_1 = 1$ jedes $A_p^0(\lambda_1) = 1$ wird, so ist

$$23^a)\qquad \frac{1}{r} = 2\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}\sum_p C_p^0 J_p^0(\lambda)\cos p(\pi - \omega)$$

worin (nach Neumann S. 26)

$$C_p^0 = \frac{1}{2a}$$

Φ_{22} ist also zu berechnen als eine Potentialfunktion des Aussenraumes des Ringes mit dem Randwerten.

$$24)\qquad \Phi_{22} = - c_{10}\, 2\sqrt{1 - 2\cos\omega + c^2}\sum_p C_p^0 J_p^0(c)\cos p(\pi - \omega)$$

Wir können hierauf Φ_{22} sofort hinschreiben,

$$24^a)\qquad \Phi_{22} = -2c_{10}R\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}\sum_p C_p^0\frac{J_p^0(c)}{A_p^0(c)}A_p^0(\lambda)\cos p(\pi - \omega)$$

---

[1]) Neumann, Theorie der Elektrizitäts- etc. Verteilung in einem Ringe; Halle 1864, S. 17 und Gl. 29, S. 26.

Nun ist in erster Annäherung

$$25)\qquad J_0^0(c) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{d\Theta}{\sqrt{1 - 2\lambda\cos\Theta + \lambda^2}} = 1$$

$$J_1^0(c) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\cos\Theta\, d\Theta}{\sqrt{1 - 2\lambda\cos\Theta + \lambda^2}}$$

$$26)\qquad = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \cos\Theta\,(1 - \lambda e^{i\Theta})^{-\frac{1}{2}}(1 - \lambda e^{-i\Theta})^{-\frac{1}{2}}\, d\Theta$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \cos\Theta\,(1 + \lambda\cos\Theta)\, d\Theta$$

$$= \lambda = c$$

Ausserdem ist für den Aussenraum des Ringes immer

$$\frac{A_p^0(\lambda)}{A_p^0(c)} < 1$$

Φ_{22} wird also in der von uns gewünschten Annäherung

$$27)\qquad \Phi_{22} = -c_{10}\frac{R}{a}\frac{A_0^0(\lambda)}{A_0^0(c)}\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}$$

$$+ c_{10}\frac{R}{a}\frac{c}{2}\cos\omega\,\frac{A_1^0(\lambda)}{A_1^0(c)}\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2} + \cdots$$

Die Potentialfunktion des Aussenraumes von Kugel und Ring, die an der Kugel die Randwerte

$$\Phi_a = c_{10} + c_{11}\cos\Theta + \cdots$$

und am Ringe die Randwerte

$$\Phi_a = \frac{\sqrt{1 - c^2}}{\sqrt{\eta}}\,[c_{20} A_0^0(c) + c_{21} A_1^0(c)\cos\omega + \cdots]$$

besitzt, ergibt sich also aus

$$\Phi_a = \Phi_{11} + \Phi_{12} + \cdots \Phi_{21} + \Phi_{22} + \cdots$$

zu

$$
28)\quad
\begin{aligned}
\Phi_a = {} & c_{10}\frac{R}{r} + c_{11}\frac{R^2}{r^2}\cos\Theta + \cdots - \frac{2}{\sqrt{a}}\left(c_{20} + \frac{3}{4}\pi c_{21}\frac{R}{a}\right)\frac{R}{r} \\
& + \frac{1}{\sqrt{a}}\sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}\,[c_{20}A_0^0(\lambda)+c_{21}A_1^0(\lambda)\cos\omega+\cdots]+\cdots \\
& - c_{10}\frac{R}{a}\frac{A_0^0(\lambda)}{A_0^0(c)}\sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2} \\
& + c_{10}\frac{R}{a}c\frac{A_1^0(\lambda)}{A_1^0(c)}\cos\omega\sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}+\cdots
\end{aligned}
$$

Bestimmung der Potentialfunktion für den Innenraum von Kugel und Ring.

1. Die Potentialfunktion für den Innenraum der Kugel.

Diese ist bereits gegeben, durch die Untersuchungen von Korn.[1]) Sie ist

$$
29)\quad \Phi_i = c_{10}\frac{\sin kr}{\sin kR}\frac{R}{r} + c_{11}\frac{\sin kr - kr\cos kr}{\sin kR - kR\cos kR}\frac{R^2}{r^2}\cos\Theta + \cdots
$$

mit den Randwerten

$$
30)\quad \Phi = c_{10} + c_{11}\cos\Theta + \cdots
$$

2. Die Potentialfunktion für den Innenraum des Ringes.

Die Randwerte dieser Funktion sind gegeben durch

$$
31)\quad \Phi = \frac{\sqrt{1-c^2}}{\sqrt{\eta}}\,[c_{20}A_0^0(c) + c_{21}A_1^0(c)\cos\omega + \cdots]
$$

worin wieder

$$
A_0^0(c) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\varphi}{\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\varphi}},\quad \left(\varkappa^2 = 1-\lambda^2;\ \sin\varphi = \cos\frac{\Theta}{2}\right)
$$

Für den Innenraum selbst können wir die Werte benutzen, die in der vorhergehenden Arbeit gefunden wurden.[2]) Wir fanden für den Innenraum des Ringes

[1]) Korn, loc. cit. S. 149. [2]) I. S. 49.

$$\Phi_i = \frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{\sqrt{\eta}} \sum_p \sum_q C_p^q I_p^q(\lambda) \cos p\,\omega \cos q\,\psi \tag{32}$$

Da alles um die Rotationsachse symmetrisch angeordnet ist, so vereinfacht sich Φ_i zu

$$\Phi_i = \frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{\sqrt{\eta}} \sum_p C_p^0 I_p^0(\lambda) \cos p\,\omega \tag{33}$$

In etwas anderer Form und unter Anwendung der hier adoptierten Konstantenbezeichnung erhalten wir

$$\Phi_i = \frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{\sqrt{\eta}} \left[c_{20} \frac{A_0^0(c)}{A_0^0(\lambda)} I_0^0(\lambda) + c_{21} \frac{A_1^0(c)}{A_1^0(\lambda)} I_1^0(\lambda) \cos\omega + \cdots \right] \tag{34}$$

Um die Kräfte kennen zu lernen, die die einzelnen Glieder des Systems aufeinander ausüben, wobei es uns hauptsächlich auf die Kenntnis der Wirkung der Kugel auf den Ring ankommt, ist es nötig, zunächst die $c_{10}, c_{11}, c_{20}, c_{21}$ u. s. w. sowie die Konstante k zu berechnen.

Die Mittel hierzu bieten uns die Gleichungen

$$\frac{\partial \Phi_a}{\partial \nu} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial \nu}$$

an der Kugel,

$$\frac{\partial \Phi_a}{\partial \nu} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial \nu}$$

am Ringe, wo in beiden Fällen ν die Richtung der inneren oder äusseren Normalen bedeutet.

Berechnung der normalen Ableitungen am Ring.

Es genügt, $\frac{\partial \Phi_{a(i)}}{\partial \lambda}$ zu kennen, da der Faktor, mit dem sowohl $\frac{\partial \Phi_a}{\partial \lambda}$ wie $\frac{\partial \Phi_i}{\partial \lambda}$ multipliziert wird, für $\frac{\partial \Phi_a}{\partial \nu}$ und $\frac{\partial \Phi_i}{\partial \nu}$ derselbe ist, und beim Gleichsetzen der beiden Ableitungen sich heraushebt.

a) Berechnung von $\frac{\partial \Phi_a}{\partial \nu}$ resp. $\frac{\partial \Phi_a}{\partial \lambda}$

Der für Φ_a gefundene Ausdruck lautete

$$\Phi_a = c_{10}\frac{R}{r} + c_{11}\frac{R^2}{r^2}\cos\Theta + \cdots \frac{2}{\sqrt{a}}\left(c_{20} + \frac{3}{4}\pi c_{21}\frac{R}{a}\right)\frac{R}{r} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{a}}\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}\,[c_{20}A_0^0(\lambda) + c_{21}A_1^0(\lambda)\cos\omega + \cdots]$$

$$- c_{10}\frac{R}{a}\frac{A_0^0(\lambda)}{A_0^0(c)}\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}$$

$$+ c_{10}\frac{R}{r}\frac{c}{2}\frac{A_1^0(\lambda)}{A_1^0(c)}\cos\omega\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}$$

Bevor zur Differenziation nach λ geschritten werden kann, ist r durch λ auszudrücken. Wir fanden (Gl. 23[a]) in erster Annäherung:

$$\frac{1}{r} = 2\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}\left[\frac{1}{2a}J_0^0(\lambda) - \frac{1}{2a}J_1^0(\lambda)\cos\omega\right]$$

$$= \frac{1}{a}\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}\,[1 - \lambda\cos\omega]$$

$$= \frac{1}{a}(1 - 2\lambda\cos\omega)$$

Diesen Wert für $\frac{1}{r}$ in Φ_a eingesetzt, gibt:

$$\Phi_a = c_{10}\frac{R}{a}(1 - 2\lambda\cos\omega) + \text{Konst.} + \text{zu vernachl. Glieder}$$

$$- \frac{2}{\sqrt{a}}c_{20}\frac{R}{a}(1 - 2\lambda\cos\omega) + \cdots$$

$$35) + \frac{1}{\sqrt{a}}\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}\,[c_{20}A_0^0(\lambda) + c_{21}A_1^0(\lambda)\cos\omega + \cdots]$$

$$- c_{10}\frac{R}{a}\frac{A_0^0(\lambda)}{A_0^0(c)}\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}$$

$$+ c_{10}\frac{R}{a}\frac{c}{2}\frac{A_1^0(\lambda)}{A_1^0(c)}\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}\cos\omega$$

Hieraus ergibt sich

$$
36)\quad
\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi_a}{\partial \lambda} = & -2 c_{10} \frac{R}{a} \cos\omega - \frac{4}{\sqrt{a}} c_{20} \frac{R}{a} \cos\omega \\
& + \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{\partial}{\partial \lambda} [\sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}\,(c_{20} A_0^0(\lambda) + c_{21} A_1^0(\lambda)\cos\omega + \cdots)] \\
& - c_{10} \frac{R}{a} \frac{\partial}{\partial \lambda} \Big[\frac{A_0^0(\lambda)}{A_0^0(c)} \sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2} \\
& - \frac{c}{2} \frac{A_1^0(\lambda)}{A_1^0(c)} \sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}\cos\omega\Big]
\end{aligned}
$$

Für Φ_i wurde gefunden (Gl. 34)

$$
\begin{aligned}
\Phi_i = \frac{1}{\sqrt{a}} \sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2} \Big[& c_{20} \frac{A^0(c)}{I_0^0(c)} I_0^0(\lambda) \\
& + c_{21} \frac{A_0^0(c)}{I_1^0(c)} I_1^0(\lambda)\cos\omega + \cdots \Big]
\end{aligned}
$$

Daraus wird $\dfrac{\partial \Phi_i}{\partial \lambda}$

$$
37)\quad
\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi_i}{\partial \lambda} = \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{\partial}{\partial \lambda} \Big[& \sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2} \Big(c_{20} \frac{A_0^0(c)}{I_0^0(c)} I_0^{0\prime}(\lambda) \\
& + c_{21} \frac{A_0^0(c)}{I_1^0(c)} I_1^{0\prime}(\lambda)\cos\omega + \cdots \Big]
\end{aligned}
$$

Nach Ausführung der Differenziationen nach λ, Vernachlässigung von Grössen, die gegen c^2 klein sind, und Gleichsetzung von $\dfrac{\partial \Phi_a}{\partial \lambda}$ mit $\dfrac{\partial \Phi_i}{\partial \lambda}$ erhalten wir, wenn nach erfolgter Differenziation $\lambda = c$ gesetzt wird

$$
38)\quad
\begin{aligned}
& -2 c_{10} \frac{R}{a} \cos\omega + \frac{1}{\sqrt{a}} (1 - c\cos\omega)[c_{20} A_0^{0\prime}(c) + c_{21} A_1^{0\prime}(c)\cos\omega] \\
& - c_{10} \frac{R}{a} (1 - c\cos\omega) \Big[\frac{A_0^{0\prime}(c)}{A_0^0(c)} + c \frac{A_0^{0\prime}(c)}{A_1^0(c)} \cos\omega\Big] \\
& = \frac{1}{\sqrt{a}} (1 - c\cos\omega) \Big[c_{20} \frac{A_0^0(c)}{I_0^0(c)} I_0^{0\prime}(c) + c_{21} \frac{A_1^0(c)}{I_1^0(c)} I_1^{0\prime}(c)\cos\omega\Big]
\end{aligned}
$$

Indem wir von dieser Entwickelung nur die Glieder nullter Ordnung und solche mit $\cos\omega$ beibehalten, denn alle übrigen Glieder fallen in den Bereich unserer Vernachlässigung, erhalten wir durch Gleichsetzung der Glieder, welche $\cos\omega$ nicht enthalten, die Gleichung

$$39)\qquad \begin{aligned} c_{20}\left[A_0^{0\prime}(c) - \frac{A_0^0(c)}{I_0^0(c)}\, I_0^{0\prime}(c)\right] &= c_{10}\,\frac{R}{a}\,\frac{A_0^{0\prime}(c)}{A_0^0(c)} \\ &= -\,c_{10}\,\frac{R}{a}\,\frac{1}{c\,K_c} \end{aligned}$$

(denn $\frac{A_0^{0\prime}(c)}{A_0^0(c)} = -\frac{1}{c\,K_c}$ aus I. Gleichung 40, 41, 44), und durch Gleichsetzung der Glieder mit $\cos\omega$

$$40)\qquad \begin{aligned} &c_{21}\left[A_1^{0\prime}(c) - \frac{A_1^0(c)}{I_1^{0\prime}(c)}\, I_1^{0\prime}(c)\right] \\ &= \left[2\,\frac{R}{\sqrt{a}} + \frac{R}{\sqrt{a}} + \frac{R}{\sqrt{a}}\,\frac{A_0^{0\prime}(c)}{A_0^0(c)}\,c - c\,\frac{R}{\sqrt{a}}\,\frac{A_1^{0\prime}(c)}{A_1^0(c)}\right] = c_{10}\,\frac{R}{\sqrt{a}} \end{aligned}$$

denn wir wissen, daß $\frac{A_0^{0\prime}(c)}{A_0^0(c)} = -\frac{1}{c\,K_c}$; daraus ergibt sich $\frac{R}{a}\,\frac{A_0^{0\prime}(c)}{A_0^0(c)}\,c$ als klein von der Ordnung $\frac{1}{K_c}$, und darf also vernachlässigt werden. Eine weitere Hilfsbetrachtung ergibt, daß $A_1^0(c)$ in erster Annäherung von der Ordnung $\frac{1}{c}$, und $A_1^{0\prime}(c)$ ebenfalls in erster Annäherung von der Ordnung $+\frac{1}{c^3}$ ist, denn es ist

$$41)\qquad A_1^0(c) = \frac{\lambda}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{d\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2} + \lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$42)\qquad A_0^{0\prime}(c) = -\frac{\lambda}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2\frac{\Theta}{2}\,d\Theta}{\sin^2\frac{\Theta}{2} + \lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}}$$

Multiplizieren wir die erste Gleichung mit 1, die zweite mit $(1-\lambda^2)$ und addieren die beiden Gleichungen, so ergibt sich

$$
\begin{aligned}
A_1^0(c) + (1-\lambda^2)A_0^{0\prime}(c) &= \frac{\lambda}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\left(1-(1-\lambda^2)\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)d\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{3}{2}}} \\
&= \frac{\lambda}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{d\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}}} \qquad 43)\\
&= \lambda A_0^0(c)
\end{aligned}
$$

Also $A_1^0(c) = \lambda A_0^0(c) - (1-\lambda^2)A_0^{0\prime}(c)$, woraus, wenn wieder Größen mit c^2 vernachlässigt werden, sich in erster Annäherung

$$A_1^0(c) = \frac{1}{c} \qquad 44)$$

und

$$A_1^{0\prime}(c) = -\frac{1}{c^2} \qquad 45)$$

ergibt.

Daraus folgt direkt

$$-c\frac{R}{\sqrt{a}}\frac{A_1^0(c)}{A_1^{0\prime}(c)} = -\frac{R}{\sqrt{a}} \qquad 46)$$

Die dritte Gleichung zur Berechnung der beiden Konstantenverhältnisse und der Konstante k haben wir mit Hilfe der Differentiationen an der Kugel aufzustellen. Indem wir an der Kugel nur die Glieder berücksichtigen, die in ihrer Wirkung auf den Ring in Betracht kommen, können wir Φ_a so schreiben:

$$\Phi_a = c_{10}\frac{R}{r} + \cdots - \frac{2}{\sqrt{a}}c_{20}\frac{R}{r} + \cdots + \frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{\sqrt{\eta}}\left[c_{20}A_0^0(\lambda) + \cdots\right]$$

Die folgenden Beziehungsgleichungen geben uns λ und η durch r ausgedrückt:

$$\sqrt{1-\lambda^2} = \sqrt{\frac{4\,a\,r\sin\Theta}{a^2 + R^2 + 2\,a\,r\sin\Theta}},\ \sqrt{\eta} = \sqrt{r\sin\Theta}$$

$$\frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{\sqrt{\eta}} = \frac{2\sqrt{a}}{a\left(1 + \frac{r}{a}\sin\Theta\right)} = \frac{2}{\sqrt{a}}\left(1 - \frac{r}{a}\sin\Theta\right)$$

Differenzieren wir nach r, und setzen wir nach der Differentiation $r = R$, so erhalten wir

$$\frac{\partial\,\Phi_a}{\partial\,\nu} = -\frac{c_{10}}{R} + \frac{2}{\sqrt{a}}\,c_{20}\,\frac{1}{R} \tag{47}$$

In gleicher Weise erhalten wir für $\frac{\partial\,\Phi_i}{\partial\,\nu}$

$$\frac{\partial\,\Phi_i}{\partial\,\nu} = -\frac{c_{10}}{R} + c_{10}\,k\,\mathrm{cotg}\,k\,R \tag{48}$$

Wir haben also jetzt zur Bestimmung der Konstantenverhältnisse c_{10}/c_{20}, c_{20}/c_{21} und der Konstante k die drei Gleichungen

$$c_{20}\left[A_0^{0\prime}(c) - \frac{A_0^0(c)}{I_0^0(c)}\,I_0^{0\prime}(c)\right] = -\,c_{10}\,\frac{R}{\sqrt{a}}\,\frac{1}{c\,K_c} \tag{49) (I}$$

$$c_{21}\left[A_1^{0\prime}(c) - \frac{A_1^0(c)}{I_1^0(c)}\,I_1^{0\prime}(c)\right] = c_{10}\,\frac{R}{\sqrt{a}} \tag{49a) (II}$$

$$c_{20} = c_{10}\,\frac{k\,R}{2}\,\sqrt{a}\,\mathrm{cotg}\;k\,R \tag{49b) (III}$$

Aus III und I erhalten wir als Bestimmungsgleichung für k

$$\begin{aligned} k\frac{R}{2}\sqrt{a}\,\mathrm{cotg}\;k\,R\left[A_0^{0\prime}(c) - \frac{A_0^0(c)}{I_0^0(c)}\,I_0^{0\prime}(c)\right] &= -\frac{R}{\sqrt{a}}\,\frac{1}{c\,K_c} \\ \frac{k}{2}\,\mathrm{cotg}\,(k\,R)\left[A_0^{0\prime}(c) - \frac{A_0^0(c)}{I_0^0(c)}\,I_0^{0\prime}(c)\right] &= -\frac{1}{a}\,\frac{1}{c\,K_c} \end{aligned} \tag{49c}$$

Aus der rechten Seite geht hervor, daß cotg $(k\,R)$ und die Determinante kleine Größen sind. Zur Berechnung von k setzen wir

50) $$k = k_0 + \varepsilon \quad \left(\text{wo } k_0 = \frac{\pi}{2R} = \frac{1}{a\,c\sqrt{2K_c}}\right)$$

Dann ist

51) $$\operatorname{cotg}(k_0 + \varepsilon) R = -\frac{\varepsilon R}{\sin^2 k_0 R} = -\varepsilon R$$

Andererseits können wir schreiben:

52) $$A_0^{0\prime}(c) - \frac{A_0^0(c)}{\Gamma_0^0(c)} \Gamma_0^{0\prime}(c) = \varepsilon \frac{d}{dk}\left[A_0^{0\prime}(c) - \frac{A_0^0(c)}{\Gamma_0^0(c)} \Gamma_0^{0\prime}(c)\right]$$

$$= -\varepsilon K_c \frac{d}{dk}\left(\frac{\Gamma_0^{0\prime}(c)}{\Gamma_0^0(c)}\right)$$

Es ist

53) $$\frac{d}{dk}\left(\frac{\Gamma_0^{0\prime}(c)}{\Gamma_0^0(c)}\right) = \frac{\Gamma_0^0(c)\frac{d\,\Gamma_0^{0\prime}(c)}{dk} - \Gamma_0^{0\prime}(c)\frac{d\,\Gamma_0^0(c)}{dk}}{\Gamma_0^0(c)^2}.$$

Nun ist in erster Annäherung[1])

53a) $$\Gamma_0^0(c) = 1 + \frac{1 - 4a^2k^2c^2}{4}, \quad \frac{d\,\Gamma_0^0(c)}{dk} = -2a^2kc^2$$

53b) $$\Gamma_0^{0\prime}(c) = -2a^2k^2c, \qquad \frac{d\,\Gamma_0^{0\prime}(c)}{dk} = -4a^2kc$$

Also wird

53c) $$\frac{d}{dk}\left(\frac{\Gamma_0^{0\prime}(c)}{\Gamma_0^0(c)}\right) = -4a^2kc$$

und

$$A_0^{0\prime}(c) - \frac{A_0^0(c)}{\Gamma_0^0(c)} \Gamma_0^{0\prime}(c) = 4a^2\varepsilon k c K_c$$

Setzen wir nun in die Gleichung

$$\frac{k}{2}\operatorname{cotg}(kR)\left[A_0^{0\prime}(c) - \frac{A_0^0(c)}{\Gamma_0^0(c)}\Gamma_0^{0\prime}(c)\right] = \frac{1}{a\,c\,K_c}$$

die für die Glieder der linken Seite gefundenen Werte ein, so ergibt sich

[1]) I. S. 55.

$$2\,a^2\,k_0^2\,\varepsilon^2\,c^2\,K_c\,R = \frac{1}{a\,K_c} \tag{54}$$

Aus der Gleichung

$$\frac{\pi}{2\,R} = \frac{1}{a\,c\sqrt{2\,K_c}}$$

ergibt sich andererseits

$$2\,a^2\,c^2\,K_c = \frac{4\,R^2}{\pi^2}$$

dies eingesetzt in Gleichung (54) gibt

$$k_0^2\,\varepsilon^2\,\frac{4\,R^3}{\pi^2} = \frac{1}{a\,K_c}$$

Nun ist[1])

$$2\,a^2\,k_0^2\,c^2\,K_c = 1,$$

und es wird

$$\varepsilon^2\,R = \frac{1}{a\,K_c}$$

$$\varepsilon^2\,R^2 = \frac{R}{a}\,\frac{1}{K_c}$$

$$\varepsilon\,R = \pm\sqrt{\frac{R}{a}\,\frac{1}{K_c}} \tag{55}$$

Wir entscheiden uns hier für das Minuszeichen, denn da wir die Grundschwingung des Systems studieren, so ist es der kleinste Wert von k, den wir suchen. Wir erhalten

$$(k_0 + \varepsilon)\,R = \frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{R}{a\,K_c}} \tag{56}$$

Für c_{20} hatten wir gefunden

$$c_{20} = c_{10}\,\frac{k\,R}{2}\,\sqrt{a}\,\operatorname{cotg}(k\,R)$$

---

1) I. S. 54.

Setzen wir die für $(k R)$ resp. $\operatorname{cotg}(k R)$ als Funktion von $(k_0 + \varepsilon) R$ gefundenen Werte ein, so finden wir

$$c_{20} = c_{10} \frac{\pi}{4} \sqrt{R} \frac{1}{\sqrt{K_c}} \tag{57}$$

Das Verhältnis c_{21}/c_{10} gab uns die Gleichung

$$c_{21} \left[A_1^{0\prime}(c) - \frac{A_1^0(c)}{I_1^0(c)} I_1^{0\prime}(c) \right] = c_{10} \frac{R}{\sqrt{a}}$$

Nun ist in erster Annäherung

$$A_1^0(c) = -\frac{1}{c} \quad A_1^{0\prime}(c) = \frac{1}{c^2}$$

$$I_1^0(c) = c \qquad I_1^{0\prime}(c) = 1$$

somit

$$c_{21} = c_{10} \frac{c^2}{2} \frac{R}{\sqrt{a}} \tag{58}$$

Wir können nun für Außenraum und Innenraum von Kugel und Ring die Potentialfunktion so aufstellen, daß dieselbe nur noch die eine willkürliche Konstante c_{10} enthält. Wir erhalten so für den Außenraum von Kugel und Ring die Formel:

$$\begin{aligned} \Phi_a = \Bigg[& \frac{R}{r} + \frac{\pi}{4\sqrt{a}} \sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2} \sqrt{\frac{R}{K_c}} A_0^0(\lambda) \\ & + \frac{c^2}{2} \frac{R}{\sqrt{a}} A_1^0(\lambda) \cos\omega - \frac{R}{a} \frac{A_0^0(\lambda)}{A_0^0(c)} \sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2} \\ & + \frac{R}{a} \frac{c}{2} \frac{A_1^0(\lambda)}{A_1^0(c)} \sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2} \cos\omega \Bigg] c_{10} \end{aligned} \tag{59}$$

und für den Innenraum des Ringes

$$\begin{aligned} \Phi_i = \frac{c_{10}}{\sqrt{a}} \sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2} \Bigg[& \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{R}{K_c}} \frac{A_0^0(c)}{I_0^0(c)} I_0^0(\lambda) \\ & + \frac{c^2}{2} \frac{R}{\sqrt{a}} \frac{A_1^0(c)}{I_1^0(c)} I_1^0(\lambda) \cos\omega \Bigg] \end{aligned} \tag{60}$$

Das Potential von Kugel und Ring in Bezug auf einen weit entfernten Punkt ist in erster Annäherung gegeben durch

$$\Phi = c_{10}\left[\frac{R}{r} - \frac{R}{a}\frac{A_0^0(\lambda)}{A_0^0(c)}\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}\right] \tag{61}$$

und, wenn μ die Raumdichte von Kugel bezw. Ring bezeichnet

$$= \int\limits_{\tau\ \text{(Kugel und Ring)}} \mu \frac{d\tau}{r}$$

$$= -\frac{1}{4\pi}\int\limits_{\tau} \Delta\Phi \frac{d\tau}{r}$$

$$= +\frac{k^2}{4\pi}\int \Phi_i \frac{d\tau}{r}$$

Die scheinbare Masse der Kugel ist $\int \mu\, d\tau = c_{10} R$

Die Masse des Ringes erhält man, da in erster Annäherung

$$\Phi_i = \frac{c_{10}}{\sqrt{a}}\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{R}{K_c}}K_c$$

durch

$$\frac{k^2}{4\pi}\int\limits_{\tau\ \text{(Ring)}} \Phi_i d\tau = \frac{k^2}{4\pi}\frac{c_{10}}{\sqrt{a}}\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{R}{K_c}}\, 2\pi a 4\pi^2 a^2 c^2 = c_{10}\frac{\pi^3}{4}\sqrt{\frac{a R}{K_c}} \tag{62}$$

d. h. damit Einheitskugel und Einheitsring (R von der Ordnung $\lambda = c$) synchron schwingen, muß sich die Masse des Ringes zur Masse der Kugel verhalten wie $\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \sqrt{K_c}\sqrt{\frac{a}{R}} : 1$, d. h. die Masse des Einheitsringes muß sehr groß sein im Verhältnis zur Masse der Einheitskugel.

Befindet sich an Stelle der Einheitskugel mit dem Radius R eine große Kugel mit dem Radius R_n, die wir uns als aus einer sehr großen Anzahl Einheitskugeln bestehend denken, so bleiben die Endformeln für die Potentialfunktionen unverändert, nur ist überall an Stelle von R der Radius der großen Kugel R_n zu setzen. Die Bedingung für die Erzielung von Resonnanz zwischen Kugel und Ring ergibt dann für das Ver-

hältnis von Ringmasse zu Kugelmasse $\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \sqrt{K_c} \sqrt{\frac{a}{R_u}} : 1$
Die Konstante k bleibt jedoch unverändert. Da um die Achse des Systems vollständige Symmetrie herrscht, ist ohne weiteres klar, daß die auf Kugel resp. Ring ausgeübten Kraftkomponenten[1])

$$X = \frac{1}{4} \mu k^2 \int_{\text{Oberfläche von Kugel (Ring)}} \Phi^2 \cos(n x) \, d\omega$$

$$Y = \frac{1}{4} \mu k^2 \int \Phi^2 \cos n y \, d\omega$$

$$Z = \frac{1}{4} \mu k^2 \int \Phi^2 \cos n z \, d\omega$$

sämtlich gleich Null sind. Dies wird jedoch nicht mehr der Fall sein, sobald der Kugelmittelpunkt nicht mehr mit dem Ringmittelpunkt, d. h. dem Mittelpunkt des Polarkreises zusammenfällt.

b) Kugel und Ring sind nicht konzentrisch.

Die Grundgleichungen, von denen wir hier ausgehen, sind die nämlichen, als im eben behandelten Falle. Es gelten wieder die Gleichungen (1)

$$\Delta \Phi = 0$$

im Außenraum von Kugel und Ring, und die Gleichungen (2)

$$\Delta \Phi + k^2 \Phi = 0$$

$$\Delta \Phi + \frac{k^2 a^2}{\eta^2} \Phi = 0$$

für den Innenraum von Ring und Kugel. Es gelten des weiteren die nämlichen Grenzbedingungen, und die Gleichungen, welche die Resonnanz der Schwingungen von Kugel und Ring ausdrücken. Ein wesentlicher Unterschied gegen

[1]) Korn, loc. cit. S. 139.

den vorigen Fall liegt jedoch darin, daß die symmetrische Anordnung, die uns von φ unanhängig machte, nicht mehr vorhanden ist. Wir dürfen daher auch q nicht mehr gleich Null setzen, sondern wir haben jetzt stets über q zu summieren. Dem werden wir sofort bei der Aufstellung der Randwerte, wie sie die Formulierung des Murphyschen Problems bedingt, Ausdruck geben. Es gelten wieder an der Kugel die Werte

$$\Phi_{11} = c_{10}\frac{R}{r} + c_{11}\frac{R^2}{r^2}\cos\Theta + \cdots \tag{63}$$

wo r die Zentraldistanz des variablen Punktes $(x\,y\,z)$ darstellt.

Am Ring haben wir aber diesmal zu schreiben

$$\begin{aligned}\Phi_{21} = \frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{\sqrt{\eta}}\Big[&\sum_0^\infty{}^q\, c_{20}^q\, A_0^q(\lambda)\cos(q\,\varphi)\\ &+\sum_0^\infty{}^q\,(c_{21}^q\cos\omega + C_{21}^q\sin\omega)\, A_1^q(\lambda)\cos q\,\varphi + \cdots\Big]\end{aligned} \tag{64}$$

Das in dieser Gleichung rechts auftretende Glied $(c_{21}^q\cos\omega + C_{21}^q\sin\omega)$ entstammt der Entwicklung von $\cos(\omega-\omega_0)$ (ω_0 die ω Koordinate des Kugelzentrums), wobei $\cos\omega_0$ und $\sin\omega_0$ in die neuen Konstanten c_{21}^q resp. C_{21}^q einbezogen wurden. Da es uns in erster Linie auf die Wirkung der Kugel auf den Ring ankommt, so wollen wir zunächst die Murphysche Methode auf die Reflexionen der Kugelpulsation am Ring anwenden.

Es ist die Potentialfunktion Φ_{22} des Außenraumes des Ringes zu bestimmen mit den Randwerten (siehe S. 4)

$$\Phi_{22} = -\,\Phi_{11} \text{ am Ring.}$$

Unter Benutzung der Neumannschen Formel (Gleichung 23)

$$\frac{1}{r} = \sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}\,\sqrt{1-2\lambda_1\cos\omega_1\,r\,\lambda_1^2}$$

$$\sum_p\sum_q C_p^q\, \Gamma_p^q(\lambda)\, A_p^q(\lambda_1)\cos p\,(\omega-\omega_1)\cos q\,(\varphi-\varphi_1)$$

erhalten wir jetzt für Φ_{22} die Randwerte

65)
$$\Phi_{22} = -c_{10}\, R \sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_1+\lambda_0^2}$$
$$\sum_p\sum_q C_p^q I_p^q(c)\, A_p^q(\lambda_0)\cos p\,(\omega-\omega_0)\cos q\,\varphi$$

und für Φ_{33}

66)
$$\Phi_{33} = -c_{10}\, R \sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2}$$
$$\sum_p\sum_q C_p^q \frac{I_p^q(c)}{A_p^q(c)} A_p^q(\lambda)\, A_p^q(\lambda_0)\cos p\,(\omega-\omega_0)\cos q\,\varphi$$

wenn wir die Ringkoordinaten des Kugelzentrums mit dem Index 0 versehen, und die Ebene $\varphi = 0$ durch das Kugelzentrum legen. Es handelt sich jetzt darum, in diesem Ausdruck die $I_p^q(c)$ sowie die $A_p^q(c)$, $A_p^q(\lambda)$ und $A_p^q(\lambda_0)$ zu berechnen.

Aus den Gleichungen (25) und (26) ergibt sich:

$$I_0^0(c) = 1$$
$$I_1^0(c) = c$$

Für $I_0^1(c)$ ergibt sich nach Neumann[1])

$$I_0^1(c) = \frac{1-\lambda^2}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{d\Theta}{(1-2\lambda\cos\Theta+\lambda^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1-\lambda^2}{2\pi}\int_0^{2\pi}(1-\lambda e^{i\Theta})(1-\lambda e^{-i\Theta})^{-\frac{3}{2}}\,d\Theta$$

67)
$$= \frac{1-\lambda^2}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(1+\frac{3}{2}\lambda e^{i\Theta}+\frac{15}{4}\lambda^2 e^{2i\Theta}+\cdots\right)\left(1+\frac{3}{2}\lambda e^{-i\Theta}+\frac{15}{4}\lambda^2 e^{-2i\Theta}+\cdots\right)d\Theta$$

$$= \frac{1-\lambda^2}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(1+3\lambda\cos\Theta+\frac{9}{4}\lambda^2+\cdots\right)d\Theta$$

$= 1$ in erster Annäherung.

Man ersieht leicht, daß in erster Annäherung für alle $I_0^q(c)$ gilt:

68)
$$I_0^q(c) = 1$$

---

[1]) Neumann, loc. cit. Gl. 44, S. 32.

Es ist ferner

$$I_1^1(c) = \frac{1-\lambda^2}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos\Theta\, d\Theta}{(1-2\lambda\cos\Theta+\lambda^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Setzen wir unter den Integralzeichen für den Ausdruck im Nenner die obige Entwicklung ein, so erhalten wir

$$I_1^1(c) = \frac{1-\lambda^2}{\pi}\int_0^{2\pi}\cos\Theta\left(1+3\lambda\cos\Theta+\frac{9}{4}\lambda^2+\cdots\right)d\Theta$$

$= 3\,c$ in erster Annäherung.

Daraus folgt in analoger Weise für die $I_1^q(c)$

$$I_1^q(c) = (2q+1)\,c \tag{69}$$

Es genügt für unsere Zwecke, wenn wir in dem Ausdruck für Φ_{22} nur die $I_0^q(c)$ und die $I_1^q(c)$ beibehalten.

Berücksichtigen wir, daß

$$C_0^q = \frac{1}{2a} \tag{69a}$$

und

$$C_1^q = \frac{1}{(2q+1)\,2a}$$

ist, so können wir Φ_{22} wie folgt schreiben:

$$\Phi_{22} = -c_{10}\,R\sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2}$$

$$\sum_0^\infty{}^q\left[\frac{1}{2a}\frac{A_0^q(\lambda_0)}{A_0^q(c)}A_0^q(\lambda)\cos q\varphi+\frac{c}{2a}\frac{A_1^q(\lambda_0)}{A_1^q(c)}A_1^q(\lambda)\cos(\omega-\omega_0)\cos q\varphi\right]$$

Es sind nun die elliptischen Integrale zu berechnen, welche die $A_p^q(\lambda)$ darstellen. Wir werden auch hier wieder, ähnlich wie Gl. 43 oben, versuchen, Rekursionsformeln für diese Größen zu gewinnen, um daraus die Größenordnungen dieser Integrale festzustellen. Differenzieren wir z. B. auch hier $A_p^q(\lambda)$ nach λ, so erhalten wir

$$
\begin{aligned}
A_p^{q\prime}(\lambda) = & \frac{p\,\lambda^{p-1}}{\pi} \int\limits_0^{2\pi} \frac{\cos q\,\Theta\, d\,\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2} + \lambda^2 \cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{2p+1}{2}}} \\
70) \quad & + \frac{\lambda^p}{\pi} \int\limits_0^{\pi 2} \frac{\lambda \cos q\,\Theta \cos^2\frac{\Theta}{2}\,(-2p+1)\, d\,\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2} + \lambda^2 \cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{2p+3}{2}}}, \; (q = 1, 2 \cdots)
\end{aligned}
$$

Setzen wir im Zähler des zweiten Integrals der rechten Seite für $\cos^2\frac{\Theta}{2}$ den identischen Faktor $\frac{1+\cos\Theta}{2}$, so erscheint darin das Produkt $\cos q\,\Theta\,(1+\cos\Theta)$, das dargestellt werden kann durch

$$
\cos q\Theta + \cos q\Theta \cos\Theta = \cos q\Theta + \frac{1}{2}\cos(q+1)\Theta + \frac{1}{2}\cos(q-1)\,\Theta
$$

Durch Einsetzen dieses Ausdrucks läßt sich das zweite Integral folgendermassen schreiben:

$$
\begin{aligned}
& \frac{\lambda^p}{\pi} \int\limits_0^{2\pi} \frac{\lambda \cos q\,\Theta \cos^2\frac{\Theta}{2}\,(-2p+1)\, d\,\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2} + \lambda^2 \cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{2p+3}{2}}} \\
= & -\frac{2p+1}{2}\,\frac{\lambda^{p+1}}{\pi} \int\limits_0^{2\pi} \frac{\cos q\Theta\, d\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2} + \lambda^2 \cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{2p+3}{2}}} \\
& -\frac{2p+1}{4}\,\frac{\lambda^{p+1}}{\pi} \int\limits_0^{2\pi} \frac{\cos(q+1)\Theta\, d\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2} + \lambda^2 \cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{2p+3}{2}}} \\
& -\frac{2p+1}{4}\,\frac{\lambda^{p+1}}{\pi} \int\limits_0^{2\pi} \frac{\cos(q-1)\,\Theta\, d\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2} + \lambda^2 \cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{2p+3}{2}}}
\end{aligned}
$$

Die 3 Integrale auf der rechten Seite dieser Gleichung sind aber nichts anderes als $A^q_{p+1}(\lambda)$, $A^{q+1}_{p+1}(\lambda)$ und $A^{q-1}_{p+1}(\lambda)$, jedes multipliziert mit dem Faktor $\frac{\lambda^{p+1}}{\pi}$. Setzen wir weiter das erste Glied der rechten Seite von Gleichung (70)

$$\frac{p\,\lambda^{p-1}}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\frac{\cos q\,\Theta\,d\,\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{2p+1}{2}}}=\frac{p}{\lambda}A^q_p(\lambda)$$

so erhalten wir:

$$71)\quad A^{q\prime}_p(\lambda)=\frac{p}{\lambda}A^q_p(\lambda)-\frac{2p+1}{2}A^q_{p+1}(\lambda)-\frac{2p+1}{4}A^{q+1}_{p+1}(\lambda)-\frac{2p+1}{4}A^{q-1}_{p+1}(\lambda)$$

Die allgemeine Rekursionsformel, wie sie uns in (71) vorliegt, gestattet die Berechnung der $A^{q+1}_{p+1}(\lambda)$ aus den $A^q_p(\lambda)$; jedoch gibt sie uns über die Frage, die wievielte Potenz von $\frac{1}{c}$ $A^q_p(\lambda)$ ist, d. h. über die Art, wie die $A^q_p(\lambda)$ unendlich werden, noch keinen Aufschluß. Versuchen wir daher nochmals einen Weg, wie wir ihn bei Gleichung (41) und ff. begangen haben.

Es sei

$$A^q_p(\lambda)=\frac{\lambda^{p+1}}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\frac{\cos q\,\Theta\,d\,\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{2p+3}{2}}}$$

und

$$A^{q\prime}_p(\lambda)=\frac{p}{\lambda}A^q_p(\lambda)-(2p+1)\frac{\lambda^{p+1}}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\frac{\cos q\,\Theta\cos^2\frac{\Theta}{2}\,d\,\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{2p+3}{2}}}$$

Die erste Gleichung mit $(2p+1)$, die zweite mit $(1-\lambda^2)$ multipliziert, und die beiden Gleichungen addiert, gibt:

$$2p+1)\, A^q_{p+1}(\lambda)+(1-\lambda^2)A^{q\prime}_p(\lambda)=\frac{p(1-\lambda^2)}{\lambda}A^q_p(\lambda)+(2p+1)\lambda A^q_p(\lambda)$$

$$=\left(\frac{p}{\lambda}+\lambda(2p+1)\right)A^q_p(\lambda)$$

(bei Vernachlässigung der Glieder mit λ^2 auf der rechten Seite).

Aus (72) folgt direkt:

$$73)\quad A^q_{p+1}(\lambda)=\left[\frac{p}{\lambda}+\lambda(2p+1)\right]\frac{A^q_p(\lambda)}{2p+1}-\frac{1}{2p+1}(1-\lambda^2)\,A^{q\prime}_p(\lambda)$$

Für $p=0$ ergibt sich hieraus

$$73^a)\qquad A^q_1(\lambda)=\lambda\, A^q_0(\lambda)-(1-\lambda^2)\,A^{q\prime}_0(\lambda)$$

ein Resultat, das identisch ist mit dem in Gleichung (43) oben gewonnenen. Zur Herleitung der $A^{q+1}_p(\lambda)$ aus den $A^q_p(\lambda)$ verfahren wir in gleicher Weise:

Bekanntlich ist

$$74)\qquad A^q_0(\lambda)=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\frac{\cos q\,\Theta\, d\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

und

$$A^{q+1}_0(\lambda)=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\frac{\cos(q+1)\, d\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$=\text{da }\cos(q+1)\,\Theta=2\cos q\,\Theta\cos\Theta-\cos(q-1)\,\Theta$$

$$75)\qquad =\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\frac{2\cos q\Theta\left(2\cos^2\frac{\Theta}{2}-1\right)}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)}d\Theta-A^{q-1}_0(\lambda)$$

Multiplizieren wir (74) mit 4, (75) mit $-(1-\lambda^2)$ und addieren, so erhalten wir:

$$4 A_0^q(\lambda) - (1-\lambda^2) A_0^{q+1}(\lambda)$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{2\cos q\Theta\, d\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}\left[2-(1-\lambda^2)\left(2\cos^2\frac{\Theta}{2}-1\right)\right]+(1\ \lambda^2) A_0^{q-1} A_0^q$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{2\cos q\Theta\, d\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}\left[2\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)+1-\lambda^2\right]+(1-\lambda^2) A_0^{q-1}$$

$$= 2A_0^q(\lambda)-2\lambda^2 A_0^q(\lambda)+(1-\lambda^2)A_0^{q-1}(\lambda)+\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} 4\cos q\Theta\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}} d\Theta$$

Daraus folgt sofort

$$A_0^{q+1}(\lambda) = \frac{2(1+\lambda^2)}{(1-\lambda^2)} A_0^q(\lambda) - A_0^{q-1}(\lambda)$$

$$76)\qquad - \frac{1}{1-\lambda^2}\cdot\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} 4\cos q\Theta\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}} d\Theta$$

Die Gleichung (76) lehrt uns, wie man die $A_0^{q+1}(\lambda)$ aus den $A_0^q(\lambda)$, $A_0^{q-1}(\lambda)$ und einem elliptischen Integrale zweiter Art von der Form der Jacobischen E Integrale berechnen kann.

Der Fall $q=0$ und der Fall $q=1$ bedarf einer besonderen Betrachtung:

$$A_0^0(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{d\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$A_0^1(\lambda) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\left(2\cos^2\frac{\Theta}{2}-1\right)d\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

Wir multiplizieren die erste Gleichung mit 2, die zweite mit $-\frac{(1-\lambda^2)}{2}$ und addieren. Die Summe ist:

$$2\, A_0^0(\lambda) - \frac{1-\lambda^2}{2} A_0^1(\lambda)$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\left[2-(1-\lambda^2)\left(2\cos^2\frac{\Theta}{2}-1\right)\right]}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}\, d\Theta$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{2\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)+1-\lambda^2}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= (1-\lambda^2)\, A_0^0(\lambda) + \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}} d\Theta$$

und

$$77)\quad A_0^1(\lambda) = 2\,\frac{1+\lambda^2}{1-\lambda^2} A_0^0(\lambda) - \frac{2}{(1-\lambda^2)}\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}} d\,\Theta$$

In dem Ausdruck für Φ_{22} ist eine Summe der Form

$$\sum_0^\infty{}^q\left[\frac{1}{2\,a}\frac{A_0^q(\lambda_0)}{A_0^q(c)} A_0^q(\lambda)\cos q\varphi + \frac{c}{4\,a}\frac{A_1^q(\lambda_0)}{A_1^q(c)} A_1^q(\lambda)\cos(\omega-\omega_0)\cos q\varphi\right]$$

enthalten. Die darin vorkommenden $A_0^q(\lambda_0)$ und $A_1^q(\lambda_0)$ sind bestimmte Konstanten, die man erhält, indem man in der allgemeinen Formel

$$A_p^q(\lambda) = \frac{\lambda^p}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{d\,\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{2p+1}{2}}}\qquad q=0$$

$$+\frac{\lambda^p}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos q\,\Theta\, d\,\Theta}{\left(\sin^2\frac{\Theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Theta}{2}\right)^{\frac{2p+1}{2}}}\qquad q=1,2\ldots$$

für p die Werte 0 resp. 1, für λ seinen Wert im Kugelmittelpunkt setzt. Wichtig für die Auswertung der Summe ist noch die Kenntnis der Werte der Verhältnisse $\frac{A_1^q(\lambda)}{A_1^q(c)}$ und $\frac{A_0^q(\lambda)}{A_0^q(c)}$.

Wir wissen, daß $A_0^q(\lambda)$ unendlich wird wie $(-\log\lambda)$ und ebenso $A_0^q(c)$ unendlich wird wie $(-\log c)$.

Daraus schließen wir, daß

$$\text{78)} \qquad \frac{A_0^q(\lambda)}{A_0^q(c)} = \frac{\log\lambda}{\log c}$$

Andererseits entnehmen wir aus Gleichung (73ᵃ), daß $A_1^q(\lambda)$ und $A_1^q(c)$ unendlich werden wie $-A_0^{q\prime}(\lambda)$ resp. $-A_0^q(c)$, d. h. wie $\frac{1}{\lambda}$ resp. wie $\frac{1}{c}$.

Für das Verhältnis erhalten wir also die Gleichung

$$\text{79)} \qquad \frac{A_1^q(\lambda)}{A_1^q(c)} = \frac{c}{\lambda}$$

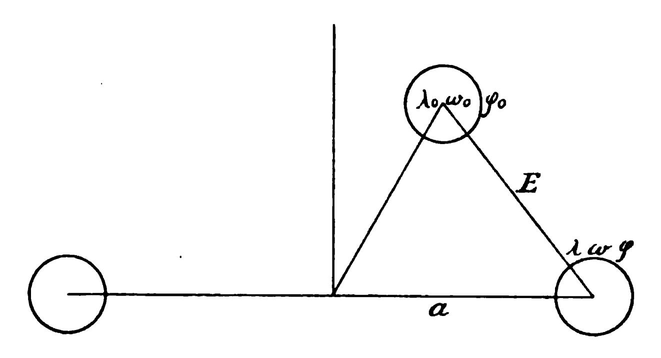
Den Ausdruck für Φ_{22} i. e. für die erste Reflexion der Kugelschwingung am Ringe können wir jetzt in folgender Form schreiben:

$$\text{80)} \qquad \begin{aligned} \Phi_{22} = &- c_{10}\frac{1}{2a}R(1-c\cos\omega)\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2}\,\frac{\log\lambda}{\log c} \\ &\sum_0^\infty A_0^q(\lambda_0)\cos q\varphi \\ &- c_{10}\frac{c}{\lambda}\frac{c}{2a}(1-c\cos\omega)\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2} \\ &\sum_0^\infty q A_1^q(\lambda_0)\cos(\omega-\omega_0)\cos q\varphi \end{aligned}$$

Die Werte der beiden Summen lassen sich mit Hilfe von Formeln, die von Neumann loc. cit. entwickelt sind, angeben: Betrachten wir zunächst die Summe $\sum_0^\infty q A_0^q(\lambda_0)\cos q\varphi$.

Die reziproke Entfernung $\frac{1}{E}$ des Kugelmittelpunktes vom Polarkreis des Ringes stellt sich nach Neumann[1]) dar durch

$$\frac{1}{E} = \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos \omega_0 + \lambda_0^2}\,\frac{1}{\sqrt{2a^2}\sqrt{1 + \lambda_0^2 - (1 - \lambda_0^2)\cos \varphi}}$$



Ferner ist[2])

$$\frac{1}{E} = \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos \omega_0 + \lambda_0^2}\,\sum_0^\infty{}^q \frac{1}{2a} A_0^q(\lambda_0) \cos q\varphi$$

Durch Gleichsetzen ergibt sich also

$$81)\qquad \sum_0^\infty{}^q A_0^q(\lambda_0) \cos q\varphi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \lambda_0^2 - (1 - \lambda_0^2)\cos\varphi}}$$

Zur Berechnung von $\sum_0^\infty{}^q A_1^q(\lambda_0)\cos(\omega - \omega_0)\cos q\varphi$ wird uns der Ausdruck für die reziproke Entfernung, wie ihn Neumann Gleichung (28) und (29) S. 26 gibt, nützlich sein.

Die beiden Gleichungen lauten in unserer Bezeichnungsweise

$$\mathfrak{T} = \frac{1}{\sqrt{2a^2}\sqrt{(1+\lambda^2)(1+\lambda_0^2) - 4\lambda\lambda_0\cos(\omega - \omega_0) - (1-\lambda^2)(1-\lambda_0^2)\cos\varphi}}$$

und

[1]) Neumann, loc. cit. Gl. 6, S. 17.

[2]) ibid. Gl. 10, S. 20.

$$\mathfrak{T} = \sum_0^\infty{}^p \sum_0^\infty{}^q C_p^q J_p^q(\lambda) A_p^q(\lambda_0) \cos p(\omega - \omega_0) \cos q\varphi$$

Die $J_p^q(\lambda)$ der zweiten Gleichung hängen nur von den λ des ersten Ausdruckes, die $A_p^q(\lambda_0)$ nur von den λ_0 ab. Bilden wir nun $\frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial \lambda}$ für $\lambda = 0$, so erhalten wir:

$$\frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial \lambda}_{\lambda=0} = \frac{1}{2a^2} \frac{2\lambda_0 \cos(\omega - \omega_0)}{(\sqrt{1 + \lambda_0^2 - (1 - \lambda_0^2)\cos\varphi})^3}$$

$$= \sum_0^\infty{}^p \sum_0^\infty{}^q C_p^q (J_p^{q\prime}(\lambda))_{\lambda=0} A_p^q(\lambda_0) \cos p(\omega - \omega_0) \cos q\varphi$$

Nun ist für $p = 1$ nach Gleichung (69) und (69ᵃ)

$$C_1^q = \frac{1}{2a} \cdot \frac{1}{2q+1}$$

$$(J_1^{q\prime}(\lambda))_{\lambda=0} = 2q + 1$$

Dies eingesetzt gibt

$$\left|\frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=0} = \frac{1}{2a} \sum_0^\infty{}^q A_1^q(\lambda_0) \cos(\omega - \omega_0) \cos q\varphi$$

Es ist ferner

$$\int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial \lambda}\right)_{\lambda=0} \cos(\omega - \omega_0)\, d(\omega - \omega_0) = \frac{2\lambda_0}{\sqrt{2a^2}} \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2(\omega - \omega_0)\, d(\omega - \omega_0)}{(1 + \lambda_0^2 - (1 - \lambda_0^2)\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{\pi}{2a} \sum_0^\infty{}^q A_1^q(\lambda_0) \cos q\varphi$$

und

$$\frac{2\lambda_0}{\sqrt{2a^2}} \frac{1}{(1 + \lambda_0^2 - (1 - \lambda_0^2)\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2a} \sum_0^\infty{}^q A_1^q(\lambda_0) \cos q\varphi$$

so daß schließlich

$$\sum_0^\infty{}^q A_1^q(\lambda_0) \cos q\varphi = \frac{2\sqrt{2}\,\lambda_0}{(1 + \lambda_0^2 - (1 - \lambda^2)\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}} \tag{82}$$

Φ_{22} läßt sich also jetzt in folgender geschlossener Form darstellen:

$$\Phi_{22} = -\frac{c_{10} R}{2a}(1 - c\cos\omega)\sqrt{1 - 2\lambda_0\cos\omega_0 + \lambda_0^2}$$

$$\frac{\log\lambda}{\log c}\frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{1+\lambda_0^2 - (1-\lambda_0^2)\cos\varphi})}$$

83)

$$- c_{10}\frac{c^2}{2a\lambda}(1 - c\cos\omega)\sqrt{1 - 2\lambda_0\cos\omega_0 + \lambda_0^2}$$

$$\frac{2\sqrt{2}\cos(\omega - \omega_0)}{(\sqrt{1+\lambda_0^2 - (1-\lambda_0^2)\cos\varphi})^3}$$

Wir haben nun die nötigen Daten, um nach der Formel

$$\Phi = \Phi_{11} + \Phi_{12} + \cdots \Phi_{21} + \Phi_{22} + \cdots$$

die Potentialfunktion für den Außenraum des Systems Kugel-Ring, in der Nähe des Ringes, hinschreiben zu können.

Wir erhalten für Φ_a

$$\Phi_a = c_{10}\frac{R}{r} - c_{20}\frac{\sqrt{1 - 2\lambda_0\cos\omega_0 + \lambda_0^2}}{\sqrt{a}}\sum_0^\infty{}^q A_0^q(\lambda_0)\frac{R}{r} + \cdots$$

$$+ \frac{\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}}{\sqrt{a}}\Big[\sum_0^\infty{}^q c_{20}^q A_0^q(\lambda)\cos.q\varphi$$

$$+ \sum_0^\infty{}^q (c_{21}^q\cos\omega + C_{21}^q\sin\omega) A_1^q(\lambda)\cos q\varphi\Big]$$

84)

$$- c_{10}\frac{R}{2a}\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}\sqrt{1 - 2\lambda_0\cos\omega_0 + \lambda_0^2}$$

$$\frac{\log\lambda}{\log c}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\lambda_0^2 - (1-\lambda_0^2)\cos\varphi}}$$

$$- c_{10}\frac{c^2}{2a\lambda}\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}\sqrt{1 - 2\lambda_0\cos\omega_0 + \lambda_0^2}$$

$$\frac{2\sqrt{2}\lambda_0\cos(\omega - \omega_0)}{(\sqrt{1+\lambda_0^2 - (1-\lambda_0^2)\cos\varphi})^3}$$

Da wir uns, um die Konstantenverhältnisse, sowie um die Größe k zu bestimmen, der Relationen

$$\frac{\partial \Phi_a}{\partial \nu_{(\lambda)}} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial \nu_{(\lambda)}}$$

zu bedienen haben, haben wir zunächst die Potentialfunktionen für den Innenraum von Kugel und Ring aufzustellen.

Für die Kugel gilt wieder[1])

$$85)\quad \Phi_i = c_{10}\frac{\sin k r}{\sin k R}\frac{R}{r} + c_{11}\frac{\sin k r - k r \cos k r}{\sin k R - k R \cos k R}\frac{R^2}{r^2}\cos\Theta + \cdots$$

mit den Randwerten

$$\Phi = c_{10} + c_{11}\cos\Theta + \cdots$$

Für den Innenraum des Ringes, wo Φ den Randwert hat

$$\Phi = \frac{\sqrt{1 - 2c\cos\omega + c^2}}{\sqrt{a}}\Big[\sum_0^\infty {}^q c_{20}^q \cos(q\varphi)\log c - \sum_0^\infty {}^q (c_{21}^q\cos\omega + C_{21}^q\sin\omega)\cos q\varphi\,\frac{1}{c} + \cdots\Big]$$

gilt[2])

$$\Phi_i = \frac{\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}}{\sqrt{a}}\Big[\sum_0^\infty {}^q c_{20}^q \cos q\varphi\,\frac{A_0^q(c)}{I_0^q(c)}\,I_0^q(\lambda) + \sum_0^\infty {}^q (c_{21}^q\cos\omega + C_{21}^q\sin\omega)\cos q\varphi\,\frac{A_1^q}{I_1^q(c)}\,I_1^q(\lambda) + \cdot\Big]$$

Für die $I_p^q(\lambda)$ resp. $I_p^q(c)$ hatten wir gefunden

---

[1]) I. S. 49, Gl. 30.

[2]) Neumann, loc. cit. Gl. 44, S. 32.

$$I_p^q(\lambda) = \frac{(1-\lambda^2)^{\sqrt{q^2-a^2k^2}}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\Theta}{(1-2\lambda\cos\Theta+\lambda^2)^{\frac{2\sqrt{q^2-a^2k^2}+1}{2}}} \quad {}_{p=0}$$

$$+ \frac{(1-\lambda^2)^{\sqrt{q^2-a^2k^2}}}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos p\,\Theta\, d\Theta}{(1-2\lambda\cos\Theta+\lambda^2)^{\frac{2\sqrt{q^2-a^2k^2}+1}{2}}} \quad {}_{p=1,2\ldots}$$

Also ist

$$I_0^q(\lambda) = \frac{(1-\lambda^2)^{\sqrt{q^2-a^2k^2}}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\Theta}{(1-2\lambda\cos\Theta+\lambda^2)^{\frac{2\sqrt{q^2-a^2k^2}+1}{2}}}$$

$$= 1 + \lambda^2 \frac{4(q^2-a^2k^2)+1}{4}\,{}^{1)}$$

und

$$I_1^q(\lambda) = \frac{(1-\lambda^2)^{\sqrt{q^2-a^2k^2}}}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos\Theta\, d\Theta}{(1-2\lambda\cos\Theta+\lambda^2)^{\frac{2\sqrt{q^2-a^2k^2}+1}{2}}}$$

$$= \lambda\,(2\sqrt{q^2-a^2k^2}+1)$$

Entsprechendes gilt natürlich auch von $I_0^q(c)$ und $I_1^q(c)$, so daß die Beziehungen gelten

$$\frac{I_0^q(\lambda)}{I_0^q(c)} = \frac{1+\lambda^2\frac{4(q^2-a^2k^2)+1}{4}}{1+c^2\frac{4(q^2-a^2k^2)+1}{4}}$$

$$\frac{I_1^q(\lambda)}{I_1^q(c)} = \frac{\lambda}{c}$$

---

[1]) Hier muß λ^2 beibehalten werden, weil bei der Differentiation nach λ die Konstante fortfällt, und das Glied mit λ das Hauptglied wird; vgl. I. S. 55.

so daß man für Φ_i des Innenraums des Ringes die Gleichung hat:

$$\Phi_i = -\frac{\sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}}{\sqrt{a}}$$

$$\left[\sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q (c_{20}^q \cos q\varphi \log c \frac{1+\lambda^2 \frac{4(q^2-a^2k^2)+1}{4}}{1+c^2\frac{4(q^2-a^2k^2)+1}{4}} - \sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q (c_{21}^q \cos\omega + C_{21}^q \sin\omega)\cos q\varphi \frac{\lambda}{c^2}\right]^{1)} \tag{86}$$

Bestimmung der normalen Ableitungen am Ring.

Auch in diesem Falle genügt es, um $\frac{\partial \Phi_{a(i)}}{\partial \nu}$ kennen zu lernen, aus demselben Grunde, wie S. 11, die Differentiation nach λ auszuführen.

Wir fanden für Φ_a (Gl. 84):

$$\Phi_a = c_{10}\frac{R}{r} - c_{20}^q \frac{\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2}}{\sqrt{a}} A_0^0(\lambda_0)\frac{R}{r} + \cdots\cdot$$

$$+ \frac{\sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}}{\sqrt{a}} \left[\sum_0^\infty{}^q c_{20}^q A_0^q(\lambda)\cos q\varphi \right.$$

$$\left. + \sum_0^\infty{}^q (c_{21}^q \cos\omega + C_{21}^q \sin\omega) A_1^q(\lambda)\cos q\varphi\right]$$

$$- c_{10}\frac{R}{2a}\sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2}$$

$$\frac{\log\lambda}{\log c}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\lambda_0^2-(1-\lambda_0^2)\cos\varphi}}$$

$$- c_{10}\frac{c^2}{2a\lambda}\sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2}$$

$$\frac{2\sqrt{2}\lambda_0\cos(\omega-\omega_0)}{(\sqrt{1+\lambda_0^2-(1-\lambda_0^2)\cos\varphi})^3}$$

---

[1]) $\varepsilon_q = 1$ für $q = 0$
$\varepsilon_q = 2$ für $q = 1, 2, 3, \ldots.$

Vor der Differentiation ist r durch λ auszudrücken. Führen wir dies gemäß den Gleichungen (23) und (23ᵃ) aus, setzen weiter für $A_0^q(\lambda_0)$ und $A_1^q(\lambda_0)$ die gefundenen Werte ein, und ordnen in einer für die Differentiation etwas bequemeren Weise, so erhalten wir (für Φ_a in der Nähe des Ringes)

$$\Phi_a = -\frac{\sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}}{\sqrt{a}}\left[\log\lambda\sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q c_{20}^q \cos q\varphi - \frac{1}{\lambda}\sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q (c_{21}^q\cos\omega + C_{21}^q \sin\omega)\cos q\varphi\right]$$

$$+ c_{10}\frac{R}{2a}\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2}\,\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\lambda_0^2-(1-\lambda_0^2)\cos\varphi}}\left[\sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}-(1-c\cos\omega)\frac{\log\lambda}{\log c}\right]$$

$$+ c_{10}\frac{R}{2a}\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2}\,\frac{2\sqrt{2}\lambda_0\cos(\omega-\omega_0)}{(\sqrt{1+\lambda_0^2-(1-\lambda_0^2)\cos\varphi})^3}\left[\sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}\,\lambda-\frac{c^2}{\lambda}(1-c\cos\omega)\right][1]$$

Hieraus ergibt sich für $\frac{\partial\Phi_a}{\partial\lambda}$ unter Berücksichtigung des Umstandes, daß nach der Differentiation $\lambda = c$ gesetzt wird:

$$\frac{\partial\Phi_a}{\partial\lambda} = -\frac{\partial}{\partial\lambda}\left(\frac{\sqrt{1-2\lambda\cos\omega+\lambda^2}}{\sqrt{a}}\right)\left[\log c\sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q c_{20}^q\cos q\varphi - \frac{1}{c}\sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q (c_{21}^q\cos\omega + C_{21}^q\sin\omega)\cos q\varphi\right]$$

$$87)\qquad -\frac{\sqrt{1-2c\cos\omega+c^2}}{\sqrt{a}}\left[\frac{1}{c}\sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q c_{20}^q\cos q\varphi + \frac{1}{c^2}\sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q (c_{21}^q\cos\omega + C_{21}^q\sin\omega)\cos q\varphi\right]$$

[1] $\varepsilon_q = 1$ für $q = 0$
$\varepsilon_q = 2$ für $q = 1, 2, 3 \ldots$

$$+ c_{10} \frac{R}{2a} \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos\omega_0 + \lambda_0^2} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \lambda_0^2 - (1 - \lambda_0^2)\cos\varphi}}$$

$$\left[-\frac{1}{c \log c} - \cos\omega \left(1 - \frac{1}{\log c}\right)\right]$$

$$+ c_{10} \frac{R}{2a} \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos\omega_0 + \lambda_0^2} \frac{4\sqrt{2}\,\lambda_0 \cos(\omega - \omega_0)}{(\sqrt{1 + \lambda_0^2 - (1 - \lambda_0^2)\cos\varphi})^3}$$

Die Gleichung für $\frac{\partial \Phi_i}{\partial \lambda}$ lautet:

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial \lambda} = -\frac{\partial}{\partial \lambda}\left(\frac{\sqrt{1 - 2\lambda\cos\omega + \lambda^2}}{\sqrt{a}}\right)$$

$$\left[\log c \sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q c_{20}^q \cos q\varphi \frac{1 + \lambda^{2\frac{4(q^2 - a^2k^2) + 1}{4}}}{1 + c^{2\frac{4(q^2 - a^2k^2) + 1}{4}}}\right.$$

88)
$$\left. - \frac{1}{c} \sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q (c_{21}^q \cos\omega + C_{21}^q \sin\omega)\cos q\varphi\right]$$

$$-\frac{\sqrt{1 - 2c\cos\omega + c^2}}{\sqrt{a}}\left[-\sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q c_{20}^q \cos q\varphi \log c\, 2a^2 c k^2\right.$$

$$\left. - \frac{1}{c^2} \sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q (c_{21}^q \cos\omega + C_{21}^q \sin\omega)\cos q\varphi\right]$$

Hinsichtlich des im zweiten Gliede der rechten Seite auftretenden Faktors $-2a^2k^2$ ist zu bemerken, daß sich für den Differentialquotient nach λ von

$$\frac{1 + \lambda^{2\frac{4(q^2 - a^2k^2) + 1}{4}}}{1 + c^{2\frac{4(q^2 - a^2k^2) + 1}{4}}}$$

eigentlich ergibt

$$\frac{4(q^2 - a^2k^2) + 1}{2}$$

daß es jedoch gestattet ist, die Größe q^2 zu vernachlässigen, so lange es sich um kleine q handelt. Denn setzen wir auch hier

$$k = k_0 + \varepsilon \text{ (wo } \varepsilon \text{ eine kleine Größe)}$$

so ist

$$a^2 k^2 = a^2 k_0^2 + 2 a^2 k_0 \varepsilon$$

(indem Glieder mit ε^2 vernachlässigt werden), groß gegen q^2, denn es ist erstens

$$a^2 k_0^2 \text{ groß von der Ordnung } \frac{1}{2 c^2 K_c}$$

und

$$2 a^2 k_0 \varepsilon \quad " \quad " \quad " \quad " \quad \frac{2 a^2}{a c \sqrt{2 K_c}} \quad \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{a K_c R}}$$

$$2 a^2 k_0 \varepsilon \quad " \quad " \quad " \quad " \quad \frac{2\sqrt{a}}{c K_c \sqrt{2 R}}$$

Wir haben jetzt die beiden Differentialquotienten einander gleichzusetzen, und bemerken zunächst, daß das erste Glied auf der rechten Seite in $\frac{\partial \Phi_a}{\partial \lambda}$ dem ersten Gliede der rechten Seite in $\frac{\partial \Phi_i}{\partial \lambda}$ gleich ist. Wir erhalten demnach:

$$\begin{aligned}
&- \frac{\sqrt{1 - 2 c \cos \omega + c^2}}{\sqrt{a}} \left[\frac{1}{c} \sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q c_{20}^q \cos q \varphi \right.\\
&\qquad \left. + \frac{1}{c^2} \sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q (c_{21}^q \cos \omega + C_{21}^q \sin \omega) \cos q \varphi \right]\\
\text{89)}\quad &+ c_{10} \frac{R}{2 a} \sqrt{1 - 2 \lambda_0 \cos \omega_0 + \lambda_0^2} \sum_0^\infty{}^q A_0^q (\lambda_0) \cos q \varphi\\
&\qquad \left[- \frac{1}{c \log c} - \cos \omega \left(1 - \frac{1}{\log c}\right)\right]\\
&+ c_{10} \frac{R}{2 a} \sqrt{1 - 2 \lambda_0 \cos \omega_0 + \lambda_0^2} \sum_0^\infty{}^q A_1^q (\lambda_0) \cos q \varphi \cos(\omega - \omega_0)
\end{aligned}$$

$$= -\frac{\sqrt{1-2c\cos\omega+c^2}}{\sqrt{a}}\left[-2a^2k^2\,c\log c\sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q\, c_{20}^q \cos q\,\varphi\right.$$

$$\left.-\frac{1}{c^2}\sum_0^\infty{}^q (c_{21}^q \cos\omega + C_{21}^q \sin\omega)\cos q\,\varphi\right]$$

wo $k^2 = (k_0 + \varepsilon)^2$ ist. (ε ist eine kleine Größe.)

Durch Gleichsetzung der Glieder, welche $\cos\omega$ oder $\sin\omega$ nicht enthalten, ergibt sich:

$$-\frac{1}{c\sqrt{a}}\sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q\, c_{20}^q \cos q\,\varphi$$

$$90)\qquad -c_{10}\frac{R}{2a}\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2}\sum_0^\infty{}^q A_0^q(\lambda_0)\cos q\,\varphi\,\frac{1}{c\log c}$$

$$= +\frac{c}{\sqrt{a}}\log c\; 2a^2(k_0+\varepsilon)^2\sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q\, c_{20}^q \cos q\,\varphi$$

Lösen wir nach $\sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q\, c_{20}^q \cos q\,\varphi$ auf, und setzen wir die den Größenordnungen von $a_2 k_0^2$ resp. $2a^2 k_0$ entsprechenden, S. 304 gefundenen Werte ein, so erhalten wir

$$91)\quad \sum_0^\infty \varepsilon_q\, c_{20}^q \cos q\,\varphi = -\frac{c_{10} R\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2}\sum_0^\infty{}^q A_0^q(\lambda_0)\cos q\,\varphi}{4a\sqrt{2a}\,\varepsilon\, c\,(-\log c)^2}$$

$\log c$ hat im Nenner von 91 negatives Vorzeichen, da K_c unendlich wird wie $-\log c$. Für R können wir noch den sich aus der Synchronismusgleichung ergebenden Wert einsetzen, so daß wir schließlich erhalten

$$92)\quad \sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q\, c_{20}^q \cos\varphi = -\frac{c_{10}\pi\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_2^2}\sum_0^\infty{}^q A_0^q(\lambda_0)\cos q\,\varphi}{8\sqrt{a}\,\varepsilon\,(-\log c)}$$

Für c_{20}^q ergibt sich

$$92^a)\qquad \varepsilon^q\, c_{20}^q = -\frac{c_{10}\pi\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2}\,A_0^q(\lambda_0)}{8\sqrt{a}\,\varepsilon\, K_c}$$

Durch Gleichsetzen der Glieder, welche $\cos\omega$ enthalten, erhält man eine Gleichung für die Konstante $\sum_0^\infty {}^q c_{21}^q \cos q\varphi$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} \sum_0^\infty {}^q \varepsilon_q c_{20}^q \cos q\varphi - \frac{1}{c^2} \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_0^\infty {}^q \varepsilon_q c_{21}^q \cos q\varphi \tag{93}$$

$$- \frac{c_{10}}{2a} R \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos\omega_0 + \lambda_0^2} \sum_0^\infty {}^q A_0^q(\lambda_0) \cos q\varphi$$

$$+ c_{10} \frac{R}{2a} \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos\omega_0 + \lambda_0^2} \sum_0^\infty {}^q A_1^q(\lambda_0) \cos q\varphi \cos\omega_0$$

$$= -\frac{2c^2}{\sqrt{a}} \log c a^2 (k_0 + \varepsilon)^2 \sum_0^\infty {}^q \varepsilon_q c_{20}^q \cos q\varphi + \frac{1}{c^2\sqrt{a}} \sum_0^\infty {}^q \varepsilon_q \varepsilon_{21}^q \cos q\varphi$$

Daraus folgt, bei Vernachlässigung von Gliedern mit c^3 (die außerdem $\sqrt{K_c}$ im Nenner haben)

$$\sum_0^\infty {}^q \varepsilon_q c_{21}^q \cos q\varphi = -\frac{c_{10} c^2}{4\sqrt{a}} R \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos\omega_0 + \lambda_0^2} \left[\sum_0^\infty {}^q A_0^q(\lambda_0) \cos q\varphi - \sum_0^\infty {}^q A_1^q(\lambda_0) \cos q\varphi \cos\omega_0\right] \tag{94}$$

Durch Gleichsetzen der Glieder, welche $\sin\omega$ enthalten, ergibt sich für $\sum_0^\infty {}^q C_{21}^q \cos q\varphi$

$$-\frac{1}{c^2\sqrt{a}} \sum_0^\infty {}^q \varepsilon_q C_{21}^q \cos q\varphi + c_{10} \frac{R}{2a} \sin\omega_0 \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos\omega_0 + \lambda_0^2} \sum_0^\infty {}^q A_1^q(\lambda_0) \cos q\varphi = + \frac{1}{c^2\sqrt{a}} \sum_0^\infty {}^q \varepsilon_q C_{21}^q \cos q\varphi \tag{95}$$

$$\sum_0^\infty {}^q \varepsilon_q C_{21}^q \cos q\varphi = c_{10} c^2 \frac{R}{4\sqrt{a}} \sin\omega_0 \sum_0^\infty {}^q A_1^q(\lambda_0) \cos q\varphi \cdot \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos\omega_0 + \lambda_0^2} \tag{96}$$

Auch in (94) und (96) kann R durch den sich auch (10) ergebenden Wert ausgedrückt werden.

Um k resp. ε bestimmen zu können, ist es erforderlich, die Operation

$$\frac{\partial \Phi_a}{\partial \nu} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial \nu}$$

auch an der Kugel auszuführen.

Aus der Gleichung (84) erhalten wir für $\frac{\partial \Phi_a}{\partial \nu}$

$$97)\quad \frac{\partial \Phi_a}{\partial \nu} = -c_{10}\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\frac{\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2}}{\sqrt{a}}\sum_0^\infty{}^q c_{20}^q A_0^q(\lambda_0)\cos q\,\varphi$$

während wir für $\frac{\partial \Phi_i}{\partial \nu}$ aus Gleichung (85) den Wert finden:

$$98)\quad \frac{\partial \Phi_i}{\partial \nu} = -c_{10}\frac{1}{R} + c_{10}\,k\cot k\,R\cdot$$

Also ist

$$99)\quad \begin{aligned} -\frac{c_{10}}{R} + \sum_0^\infty{}^q A_0^q(\lambda_0)\varepsilon_q c_{20}^q \frac{\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2}}{R\sqrt{a}} \\ = -\frac{c_{10}}{R} + c_{10}\,k\cot k\,R \end{aligned}$$

und

$$99^a)\quad c_{10}\,k\cot k\,R = \frac{\sum_0^\infty{}^q A_0^q(\lambda_0)\varepsilon_q c_{20}^q}{R}\,\frac{\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2}}{\sqrt{a}}$$

Diese Gleichung, Gl. (92ᵃ), sowie die Relation (51) geben uns folgende quadratische Gleichung für ε

$$100)\quad k\varepsilon^2 R^2 = \frac{\pi(1-2\lambda_0\cos\omega_0+\lambda_0^2)\left[A_0^0(\lambda_0)^2 + \frac{1}{2}\sum_0^\infty{}^q A_0^{q^2}(\lambda_0)\right]}{8\,K_c\,a}$$

Nach Einsetzen von $k = \frac{\pi}{2R}$ ergibt sich für εR der Ausdruck

$$101)\quad \varepsilon R = \pm \frac{1}{2} \frac{\sqrt{1-2\lambda_0 \cos\omega_0 + \lambda_0^2}\sqrt{A_0^0(\lambda_0)^2 + \frac{1}{2}\sum_1^\infty{}^q A_0^{q2}(\lambda_0)\sqrt{R}}}{\sqrt{K_c\, a}}$$

Aus den gleichen Gründen wie oben entscheiden wir uns für das negative Vorzeichen der Wurzel.

Mit Hilfe von (101) stellen sich dann die Konstanten $\sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q c_{20}^q$ folgendermaßen dar:

$$102)\quad \sum_0^\infty{}^q \varepsilon_q c_{20}^q \cos q\varphi = \frac{c_{10}\,\pi \sqrt{R} \sum_0^\infty{}^q A_0^q(\lambda_0) \cos q\varphi}{4\sqrt{K_c}\sqrt{\frac{1}{2}\sum_1^\infty{}^q (\lambda_0)^2 + A_0^0(\lambda_0)^2}}$$

Nach Einsetzung der Konstanten wird dann Φ am Ringe (denn auf diesen Wert kommt es vor allem an):

$$103)\quad \Phi = c_{10}\frac{\sqrt{R}\sqrt{1-2c\cos\omega + c^2}}{4\sqrt{a}}\left[\frac{\pi\sqrt{K_c}\sum_0^\infty{}^q A_0^q(\lambda_0)\cos q\varphi}{\sqrt{A_0^0(\lambda_0)^2 + \frac{1}{2}\sum_1^\infty{}^q A_0^q(\lambda_0)^2}}\right.$$

$$+ \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{a}}\sqrt{1-2\lambda_0\cos\omega_0 + \lambda_0^2}\,(-c)\left[\sum_0^\infty{}^q A_0^q(\lambda_0)\cos q\varphi\cos\omega\right.$$

$$\left.\left. - \sum_0^\infty{}^q A_1^q(\lambda_0)\cos q\varphi\cos(\omega-\omega_0)\right]\right]$$

Setzen wir hier für

$$\sum_0^\infty{}^q A_0^q(\lambda_0)\cos q\varphi \quad \text{und für} \quad \sum_0^\infty{}^q A_1^q(\lambda_0)\cos q\varphi$$

die in (81) und (82) gefundenen Werte ein, so wird

$$103^a)\quad \Phi = \frac{c_{10}\sqrt{R}\sqrt{1-2c\cos\omega + c^2}}{4\sqrt{a}}$$

$$\left[\frac{\pi\sqrt{K_c}\sqrt{2}}{\sqrt{A_0^0(\lambda_0)^2 + \frac{1}{2}\sum_1^\infty{}^q A_0^q(\lambda_0)^2}\sqrt{1+\lambda_0^2-(1-\lambda_0^2)\cos\varphi}}\right.$$

$$- \frac{c\sqrt{R}}{\sqrt{a}} \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos\omega_0 + \lambda_0^2} \left[\frac{\sqrt{2}\cos\omega}{\sqrt{1 + \lambda_0^2 - (1 - \lambda_0^2)\cos\varphi}} \right.$$

$$\left. - \frac{2\sqrt{2}\,\lambda_0 \cos(\omega - \omega_0)}{(\sqrt{1 + \lambda_0^2 - (1 - \lambda_0^2)\cos\varphi})^3} \right]$$

Aus dieser Formel können wir ein sehr interessantes Resultat entnehmen. (103) sagt aus, daß die Schwingung des Ringes abhängig ist von der φ-Richtung, oder mit anderen Worten, daß der Ring eine longitudinale Schwingungskomponente in Richtung seiner Peripherie besitzt.

Die Kräfte, die von der Kugel auf den Ring ausgeübt werden, berechnen wir nach den von Korn (loc. cit. S. 139) entwickelten Formeln. Es wurden dort gefunden

$$X = \frac{\mu k^2}{4} \int_\Omega \Phi^2 \cos n x \, d\omega$$

$$Y = \frac{\mu k^2}{4} \int_\Omega \Phi^2 \cos n y \, d\omega$$

$$Z = \frac{\mu k^2}{4} \int_\Omega \Phi^2 \cos n z \, d\omega$$

Hier haben sich die Integrale über die Oberfläche des Ringes zu erstrecken, dessen Oberflächenelement nach Neumann[1]) gegeben ist durch

$$d o = \frac{2 a^2 c \, d\omega \, d\varphi}{(1 - 2 c \cos\omega + c^2)^2}$$

Für die drei Richtungs-Kosinusse erhalten wir[2])

[1]) Neumann, loc. cit. S. 39. Wir vernachlässigen, der bisherigen Praxis gemäß, in dem von Neumann gegebenen Ausdruck das Glied mit $-c^2$.

[2]) Mit Hilfe der Neumannschen Formeln 10, S. 14.

$$\cos n x = \frac{\partial x}{\partial \nu} = \frac{\partial x}{\partial \lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial \nu} = \frac{\sin \omega}{1 + 2\lambda \cos \omega + \lambda^2}$$

$$104)\qquad \cos n y = \frac{\partial y}{\partial \nu} = \frac{\partial y}{\partial \lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial \nu} = \frac{\cos \varphi (\cos \omega - \lambda)}{1 - 2\lambda \cos \omega + \lambda^2}$$

$$\cos n z = \frac{\partial z}{\partial \nu} = \frac{\partial z}{\partial \lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial \nu} = \frac{\sin \varphi (\cos \omega - \lambda)}{1 - 2\lambda \cos \omega + \lambda^2}$$

Bei der Ausführung der Integration setzen wir für λ seinen Wert an der Ringoberfläche, d. h. c, und erhalten so Integrale der Form

$$X = \frac{\mu a^2 k c}{2} \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\Phi^2 \sin \omega \, d\omega \, d\varphi}{(1 - 2c\cos\omega + c^2)^3}$$

$$105)\qquad Y = \frac{\mu a^2 k c}{2} \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\Phi^2 \cos \varphi (\cos \omega - c) \, d\omega \, d\varphi}{(1 - 2c\cos\omega + c^2)^3}$$

$$Z = \frac{\mu a^2 k c}{2} \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\Phi^2 \sin \varphi (\cos \omega - c) \, d\omega \, d\varphi}{(1 - 2c\cos\omega + c^2)^3}$$

Für X erhalten wir, wenn wir in Φ für $\sqrt{K_c}$ den aus (10) entnommenen Wert $\frac{R\sqrt{2}}{a c \pi}$ einsetzen, und berücksichtigen, daß

$$\left(\sum_0^{\infty}{}^q A_0^q(\lambda_0)^2\right) = 2\pi A_0^{0\,2}(\lambda_0) + \pi \sum_1^{\infty}{}^q A_0^{q\,2}(\lambda_0) = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

ist resp. daß

$$\sqrt{\sum_0^{\infty}{}^q A_0^q(\lambda_0)^2} = \sqrt{A_0^0(\lambda_0)^2 + \frac{1}{2}\sum_1^{\infty}{}^q A_0^q(\lambda_0)^2} = \sqrt{\frac{1}{\lambda_0}}$$

ist, den Wert

$$X = \frac{\mu k^3 c_{10}^2 R^3 \sqrt{R}\, c \lambda_0 \sqrt{\lambda_0} \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos \omega_0 + \lambda_0^2}}{2\sqrt{2a}}$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\sin \omega \cos (\omega - \omega_0)\, d\omega\, d\varphi}{(1 + \lambda_0^2 - (1-\lambda_0)^2 \cos \varphi)^2 (1 - 2c\cos \omega + c^2)}$$

$$106) \quad = \frac{\mu k^2 c_{10}^2 R^3 \sqrt{R}\, \pi c \lambda_0 \sqrt{\lambda_0} \sin \omega_0 \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos \omega_0 + \lambda_0^2}}{2\sqrt{2a}}$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{[(1+\lambda_0^2) - (1-\lambda_0^2)^2 \cos \varphi]^2}$$

$$= \frac{\mu k^3 c_{10}^2 R^3 \sqrt{R}\, \pi^2 c \sin \omega_0 (1 + \lambda_0^2) \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos \omega_0 + \lambda_0^2}}{8\lambda_0 \sqrt{\lambda_0}}$$

Liegt das Kugelzentrum auf der Rotationsachse, d. h. wird $\lambda_0 = 1$, dann ergibt sich X zu

$$106^a) \quad X = \frac{\mu k^3 c_{10}^2 R^3 \sqrt{R}\, \pi^2 \sin \omega_0 \sqrt{1 - c \cos \omega}}{2\sqrt{2}}$$

Fällt der Kugelmittelpunkt mit dem Mittelpunkt des Polarkreises des Ringes zusammen, dann nähert sich $\sin \omega_0$ der Null, und damit wird X ebenfalls Null, was in Übereinstimmung mit der Aussage S. 286 ist.

Für Y erhalten wir, nach Ausführung der Integration nach $d\omega$

$$107) \quad Y = \frac{\mu k^3 c_{10}^2}{4}\left[\frac{\pi R^3 \lambda_0}{a} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi\, d\varphi}{1 + \lambda_0^2 - (1-\lambda_0)^2 \cos \varphi}\right.$$

$$- \frac{R^2 \sqrt{R}\, \pi c \sqrt{\lambda_0} \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos \omega_0 + \lambda_0^2}}{2\sqrt{2}\sqrt{a}} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi\, d\varphi}{1 + \lambda_0^2 - (1-\lambda_0^2) \cos \varphi}$$

$$\left. + R\sqrt{Ra}\, \pi c^2 \lambda_0 \sqrt{1 - 2\lambda_0 \cos \omega_0 + \lambda_0^2} \cos \omega_0 \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi\, d\varphi}{(1 + \lambda_0^2 - (1-\lambda_0^2)\cos \varphi)^2}\right]$$

$$= \frac{\mu k^2 c_{10}^2 \pi^2}{4} \left[\frac{R^3 (1 - \lambda_0)}{4 a (1 + \lambda_0)} - \frac{R^2 \sqrt{R} c \sqrt{1 - 2 \lambda_0 \cos \omega_0 + \lambda_0^2} (1 - \lambda_0)}{8 \sqrt{2 a} \lambda_0 (1 + \lambda_0)} \right.$$

$$\left. + \frac{R \sqrt{R} \sqrt{a} c^2 \cos \omega_0 \sqrt{1 - 2 \lambda_0 \cos \omega_0 + \lambda_0^2} (1 - \lambda_0^2)}{16 \lambda_0} \right].$$

107ª) $$Y = 0$$

Die Kraftkomponente in der Richtung Z stellt sich dar wie folgt: $Z =$

$$\frac{\mu k^2 c_{10}^2}{4} \left[\frac{R \pi^2 K_c a c}{4 \sum_0^\infty q A_0^q (\lambda_0)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin \varphi (\cos \omega - c) d \omega d \varphi}{(1 + \lambda_0^2 - (1 - \lambda_0^2) \cos \varphi)(1 - 2 c \cos \omega + c^2)^2} \right.$$

$$- \frac{R \sqrt{R} \pi \sqrt{K_c a} c^2 \sqrt{1 - 2 \lambda_0 \cos \omega_0 + \lambda_0^2}}{4 \sqrt{\sum_0^\infty q A_0^q (\lambda_0)^2}}$$

108) $$\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin \varphi (\cos \omega - c) \cos \omega \, d \omega \, d \varphi}{(1 + \lambda_0^2 - (1 - \lambda_0^2) \cos \varphi) (1 - 2 c \cos \omega + c^2)^2}$$

$$+ \frac{R \sqrt{R} \sqrt{1 - 2 \lambda_0 \cos \omega_0 + \lambda_0^2} \pi \sqrt{K_c} \sqrt{a} c^2 \lambda_0}{\sqrt{\sum_0^\infty q A_0^q (\lambda_0)^2}}$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin \varphi (\cos \omega - c) \cos (\omega - \omega_0) d \omega d \varphi}{(1 + \lambda_0^2 - (1 - \lambda_0^2) \cos \varphi)^2 (1 - 2 c \cos \omega + c^2)^2}$$

Da sämtliche Glieder der rechten Seite bei der Integration nach φ verschwinden, so ergibt sich

108ª) $$Z = 0$$

Dieses Resultat erklärt sich daraus, daß die x-Achse unseres rechtwinkligen Koordinatensystems mit der Rotationsachse zusammenfällt, und die xy-Ebene den Kugelmittelpunkt und die Rotationsachse enthält.

Eine Umrechnung der für X und Y erhaltenen Werte auf rechtwinklige Koordinaten unterlassen wir, da sich eine Vereinfachung der Formeln dadurch nicht ergibt.

Unsere Resultate können wir in folgende Sätze zusammenfassen:

Fällt der Kugelmittelpunkt mit dem Mittelpunkt des Polarkreises des Ringes zusammen, dann treten keine Kräfte auf, und das Gleichgewicht ist stabil, denn erteilt man der Kugel eine kleine Verrückung aus dieser Gleichgewichtslage, so treten sofort Kräfte auf, die den Ring in die Gleichgewichtslage zurückzuführen suchen.

Für eine in beliebiger Richtung vor sich gehende Verrückung sind diese Kräfte der Form

$$X = K m_1 m_2 \frac{\sin \omega_0 (1 + \lambda_0^2) \sqrt{1 - 2 \lambda_0 \cos \omega_0 + \lambda_0^2}}{\lambda_0 \sqrt{\lambda_0}}$$

$$Y = K' m_1 m_2 \frac{(1 - \lambda_0)}{\sqrt{\lambda_0} (1 + \lambda_0)}$$

$$Z = 0$$

Für eine in Richtung der X-Achse vor sich gehende Verrückung, also für $\lambda_0 = 1$, $\omega_0 < \pi$, erhält man

$$X = K m_1 m_2 \sin \omega_0 \sqrt{1 - c \cos \omega}$$

$$Y = 0$$

$$Z = 0$$

K, K', m_1 und m_2 sind Konstanten, von denen die letzteren von den Dimensionen der Kugel und des Ringes abhängen.

Zugleich zeigen unsere Resultate, wie man die Theorie der universellen Schwingungen von Systemen schwach kompressibler Körper in einem inkorrepressiblen Medium auf andere Gleichgewichtsprobleme anwenden kann, wie z. B. auf das Problem des stabilen Gleichgewichts des Systems von Saturn und seiner Ringe.

Note über die Konvergenz von Kettenbrüchen mit positiven Gliedern.

Von **Oskar Perron.**

(*Eingelaufen 1. Juli.*)

Wenn in dem unendlichen Kettenbruch

$$\cfrac{a_1}{b_1 + \cfrac{a_2}{b_2 + \cdots}}$$

die Zahlen a_ν, b_ν sämtlich reell und positiv sind, so gilt das fundamentale von Seidel und Stern auf verschiedenen Wegen bewiesene Konvergenzkriterium:

Der Kettenbruch divergiert dann und nur dann, wenn die beiden Reihen

$$\sum_\nu \frac{a_2 \cdot a_4 \cdot \ldots \cdot a_{2\nu}}{a_1 \cdot a_3 \cdot \ldots \cdot a_{2\nu-1}} \cdot \frac{b_{2\nu+1}}{a_{2\nu+1}} \text{ und } \sum_\nu \frac{a_1 \cdot a_3 \cdot \ldots \cdot a_{2\nu-1}}{a_2 \cdot a_4 \cdot \ldots \cdot a_{2\nu}} \cdot b_{2\nu}$$

konvergieren.[1])

Aus diesem allgemeinen Theorem lassen sich leicht mannigfache weitere Sätze herleiten, die wenigstens eine hinreichende Bedingung für die Konvergenz des Kettenbruches liefern.[2]) Alle diese Untersuchungen gehören aber eigentlich der Reihenlehre an. Im folgenden will ich nun durch höchst einfache Betrachtungen unabhängig von der Reihenlehre eine unendliche

---

[1]) Vgl. Enzykl. d. math. Wissensch. Bd. I, pag. 127, 128.

[2]) Pringsheim, Münchner Berichte 1899.

Folge von sukzessive schärferen Konvergenzkriterien aufstellen, deren Herleitung aus dem obigen Satz auch nur schwer gelingen dürfte. Diese versagen zwar in vielen Fällen, wo die von Pringsheim l. c. gegebenen Kriterien die Konvergenz erkennen lassen, sie geben aber auch umgekehrt vielfach eine Entscheidung, wenn die Pringsheimschen Sätze im Stich lassen. Größeres Interesse dürfte das eingeschlagene Verfahren jedoch aus dem Grund beanspruchen, weil sich mittels desselben, wie ich demnächst zeigen werde, mutatis mutandis auch die Konvergenz der allgemeineren Jacobischen Kettenbruchalgorithmen streng beweisen läßt, was bislang nicht gelungen.

§ 1.

Bezeichnet man den ν^{ten} Näherungsbruch mit $\frac{A_\nu}{B_\nu}$, so bestehen die Formeln

$$\begin{array}{lll}(1) & A_1 = a_1,\ A_2 = a_1 b_2, & A_\nu = a_\nu A_{\nu-2} + b_\nu A_{\nu-1}, \\ & B_1 = b_1,\ B_2 = b_1 b_2 + a_2, & B_\nu = a_\nu B_{\nu-2} + b_\nu B_{\nu-1};\end{array}$$

$$(2) \qquad A_\nu B_{\nu-1} - B_\nu A_{\nu-1} = (-1)^{\nu-1} a_1 a_2 \ldots . a_\nu,$$

aus denen man in bekannter Weise schließt, daß die beiden Grenzwerte

$$(3) \qquad \lim_{\nu=\infty} \frac{A_{2\nu+1}}{B_{2\nu+1}} = K, \quad \lim_{\nu=\infty} \frac{A_{2\nu}}{B_{2\nu}} = k$$

existieren, und die Ungleichungen gelten

$$(4) \qquad \frac{A_1}{B_1} > \frac{A_3}{B_3} > \cdots > K \geqq k > \cdots > \frac{A_4}{B_4} > \frac{A_2}{B_2}.$$

Konvergenz oder Divergenz findet dann statt, je nachdem $K = k$ oder $K > k$ ist.

Aus den Rekursionsformeln (1) folgt nun ohne weiteres, wenn zur Abkürzung

$$\frac{b_\nu B_{\nu-1}}{B_\nu} = \lambda_\nu, \text{ also } \frac{a_\nu B_{\nu-2}}{B_\nu} = 1 - \lambda_\nu$$

gesetzt wird (λ_ν und $1 - \lambda_\nu$ sind notwendig positiv):

$$\frac{A_\nu}{B_\nu} = (1 - \lambda_\nu) \frac{A_{\nu-2}}{B_{\nu-2}} + \lambda_\nu \frac{A_{\nu-1}}{B_{\nu-1}},$$

oder indem man gerade und ungerade Werte von ν gesondert betrachtet

$$(5^a) \qquad \frac{A_{2\nu}}{B_{2\nu}} = (1 - \lambda_{2\nu}) \frac{A_{2\nu-2}}{B_{2\nu-2}} + \lambda_{2\nu} \frac{A_{2\nu-1}}{B_{2\nu-1}}$$

$$(5^b) \qquad \frac{A_{2\nu+1}}{B_{2\nu+1}} = (1 - \lambda_{2\nu+1}) \frac{A_{2\nu-1}}{B_{2\nu-1}} + \lambda_{2\nu+1} \frac{A_{2\nu}}{B_{2\nu}}.$$

Bedeutet ε eine beliebig kleine positive Zahl, so kann nach (3) und (4) ν so groß gewählt werden, daß $\frac{A_{2\nu-2}}{B_{2\nu-2}} > k - \varepsilon$ wird, außerdem ist auch $\frac{A_{2\nu-1}}{B_{2\nu-1}} > K$, $\frac{A_{2\nu}}{B_{2\nu}} < k$. Hienach folgt aus ($5^a$)

$$k > (1 - \lambda_{2\nu})(k - \varepsilon) + \lambda_{2\nu} K,$$

und durch eine analoge Überlegung aus (5^b)

$$K < (1 - \lambda_{2\nu+1})(K + \varepsilon) + \lambda_{2\nu+1} k.$$

Sowohl für gerade wie für ungerade ν ergibt sich hieraus übereinstimmend

$$\lambda_\nu (K - k) < \varepsilon (1 - \lambda_\nu),$$

also

$$\lim_{\nu=\infty} (K - k) \frac{\lambda_\nu}{1 - \lambda_\nu} = 0.$$

Wenn demnach der Kettenbruch divergiert, also $K - k$ von 0 verschieden ist, so muß $\lim\limits_{\nu=\infty} \frac{\lambda_\nu}{1 - \lambda_\nu} = 0$ sein, und wir erhalten somit das Kriterium:

Der Kettenbruch konvergiert sicher, wenn

$$\overline{\lim_{\nu=\infty}} \frac{b_\nu B_{\nu-1}}{a_\nu B_{\nu-2}} > 0.$$

Da nach (1) $\frac{B_{\nu-1}}{B_{\nu-2}} > b_{\nu-1}$ sein muß, so folgt die Konvergenz erst recht, falls

$$\overline{\lim_{\nu=\infty}} \frac{b_\nu b_{\nu-1}}{a_\nu} > 0.$$

§ 2.

Bekanntlich ist es für die Konvergenz des Kettenbruches schon hinreichend, wenn die Reihe $\sum \frac{b_\nu b_{\nu-1}}{a_\nu}$ divergiert; nach Pringsheim l. c. genügt sogar die Divergenz von $\sum \sqrt{\frac{b_\nu b_{\nu-1}}{a_\nu}}$. Der eben entwickelte Satz ist hieraus ohne weiteres zu entnehmen und von geringerer Tragweite; er ist aber auch nur das Anfangsglied der unendlichen Folge, die wir entwickeln wollen. Um die weiteren zu erhalten, dehnen wir das Verfahren in folgender Weise aus:

Vermehrt man in A_ν, B_ν die Indizes sämtlicher a, b um eine Zahl $\varkappa$, so soll der entstehende Ausdruck mit $A_{\nu,\varkappa}$ bezw. $B_{\nu,\varkappa}$ bezeichnet werden, so daß $\frac{A_{\nu,\varkappa}}{B_{\nu,\varkappa}}$ der ν^{te} Näherungsbruch des Kettenbruches

$$\cfrac{a_{\varkappa+1}}{b_{\varkappa+1} + \cfrac{a_{\varkappa+2}}{b_{\varkappa+2} + \cdots}}$$

ist. Man findet dann leicht, etwa durch vollständige Induktion in Bezug auf $\varkappa$, die Relationen

$$\begin{aligned} A_{\nu+\varkappa} &= A_{\varkappa-1,\nu+1} A_\nu + B_{\varkappa-1,\nu+1} A_{\nu+1} \\ B_{\nu+\varkappa} &= A_{\varkappa-1,\nu+1} B_\nu + B_{\varkappa-1,\nu+1} B_{\nu+1}, \end{aligned} \tag{6}$$

und wenn man analog zu (3) die Grenzwerte

$$\lim_{\nu=\infty} \frac{A_{2\nu+1,\varkappa}}{B_{2\nu+1,\varkappa}} = K_\varkappa, \quad \lim_{\nu=\infty} \frac{A_{2\nu,\varkappa}}{B_{2\nu,\varkappa}} = k_\varkappa \tag{7}$$

einführt, so ist auch

$$(8)\qquad \frac{A_{1,\varkappa}}{B_{1,\varkappa}} > \frac{A_{3,\varkappa}}{B_{3,\varkappa}} > \cdots > K_\varkappa \geqq k_\varkappa > \cdots > \frac{A_{4,\varkappa}}{B_{4,\varkappa}} > \frac{A_{2,\varkappa}}{B_{2,\varkappa}}.$$

Aus den Gleichungen (6) folgt, wenn abkürzungsweise

$$\frac{B_{\varkappa-1,\,\nu+1}\,B_{\nu+1}}{B_{\nu+\varkappa}} = \lambda_{\nu,\varkappa},\ \text{also}\ \frac{A_{\varkappa-1,\,\nu+1}\,B_\nu}{B_{\nu+\varkappa}} = 1 - \lambda_{\nu,\varkappa}$$

gesetzt wird,

$$(9)\qquad \frac{A_{\nu+\varkappa}}{B_{\nu+\varkappa}} = (1-\lambda_{\nu,\varkappa})\frac{A_\nu}{B_\nu} + \lambda_{\nu,\varkappa}\frac{A_{\nu+1}}{B_{\nu+1}}.$$

Zunächst sei $\varkappa$ eine gerade Zahl; indem man demgemäß $2\varkappa$ an Stelle von $\varkappa$ schreibt, folgt aus (9)

$$(9^a)\qquad \frac{A_{2\nu+2\varkappa}}{B_{2\nu+2\varkappa}} = (1-\lambda_{2\nu,2\varkappa})\frac{A_{2\nu}}{B_{2\nu}} + \lambda_{2\nu,2\varkappa}\frac{A_{2\nu+1}}{B_{2\nu+1}},$$

$$(9^b)\qquad \frac{A_{2\nu+1+2\varkappa}}{B_{2\nu+1+2\varkappa}} = (1-\lambda_{2\nu+1,2\varkappa})\frac{A_{2\nu+1}}{B_{2\nu+1}} + \lambda_{2\nu+1,2\varkappa}\frac{A_{2\nu+2}}{B_{2\nu+2}}.$$

Auf diese Gleichungen sind nun dieselben Betrachtungen anwendbar, wie auf (5^a) und (5^b); doch lehrt die folgende Überlegung noch etwas mehr. Läßt man in (9^a) $\varkappa$ ins Unendliche wachsen, so folgt

$$k = \left(\frac{A_{2\nu+1}}{B_{2\nu+1}} - \frac{A_{2\nu}}{B_{2\nu}}\right)\cdot\lim_{\varkappa=\infty}\lambda_{2\nu,2\varkappa} + \frac{A_{2\nu}}{B_{2\nu}}$$

$$= \left(\frac{A_{2\nu}}{B_{2\nu}} - \frac{A_{2\nu+1}}{B_{2\nu+1}}\right)\cdot\lim_{\varkappa=\infty}(1-\lambda_{2\nu,2\varkappa}) + \frac{A_{2\nu+1}}{B_{2\nu+1}},$$

und hieraus auch

$$\frac{k-\dfrac{A_{2\nu}}{B_{2\nu}}}{\dfrac{A_{2\nu+1}}{B_{2\nu+1}}-k}$$

$$= \lim_{\varkappa=\infty}\frac{\lambda_{2\nu,2\varkappa}}{1-\lambda_{2\nu,2\varkappa}} = \lim_{\varkappa=\infty}\frac{B_{2\varkappa-1,2\nu+1}}{A_{2\varkappa-1,2\nu+1}}\frac{B_{2\nu+1}}{B_{2\nu}} = \frac{1}{K_{2\nu+1}}\cdot\frac{B_{2\nu+1}}{B_{2\nu}}.$$

Ebenso folgt aus (9^b)

$$\frac{\dfrac{A_{2\nu+1}}{B_{2\nu+1}} - K}{K - \dfrac{A_{2\nu+2}}{B_{2\nu+2}}} = \frac{1}{K_{2\nu+2}} \frac{B_{2\nu+2}}{B_{2\nu+1}}.$$

Wenn der Kettenbruch divergiert, so konvergieren die linken Seiten mit wachsendem ν gegen 0, also konvergiert auch $\frac{1}{K_\nu} \frac{B_\nu}{B_{\nu-1}}$ sowohl für gerade als für ungerade ν gegen 0. Daraus entspringt der Satz:

Der Kettenbruch konvergiert, wenn die Ungleichung

$$\overline{\lim_{\nu=\infty}} \frac{1}{K_\nu} \frac{B_\nu}{B_{\nu-1}} > 0$$

statthat. In dieser Form dürfte der Satz kaum auf einen Kettenbruch anwendbar sein; allein vermöge der Ungleichungen (8) entspringt daraus die weitere Folgerung:

Der Kettenbruch konvergiert, wenn für irgend einen Wert von λ

$$\overline{\lim_{\nu=\infty}} \frac{B_{2\lambda-1,\nu}}{A_{2\lambda-1,\nu}} \frac{B_\nu}{B_{\nu-1}} > 0.$$

Und wegen $\frac{B_\nu}{B_{\nu-1}} > b_\nu$ a fortiori:

Der Kettenbruch konvergiert, wenn für irgend einen Wert von λ

$$\overline{\lim_{\nu=\infty}} \frac{B_{2\lambda-1,\nu}}{A_{2\lambda-1,\nu}} b_\nu > 0.$$

Aus (8) ersieht man weiter: Wenn eine dieser Bedingungen für einen gewissen Wert von λ erfüllt ist, so ist sie auch für jedes größere λ erfüllt, aber nicht umgekehrt. Für $\lambda = 1, 2, 3, \ldots$ erhält man also eine unendliche Folge immer schärferer Kriterien.

Für $\lambda = 1$ ergibt sich der Satz des vorigen Paragraphen; für $\lambda = 2$ folgt die für Konvergenz hinreichende Bedingung

$$\overline{\lim_{\nu=\infty}}\left(\frac{b_\nu b_{\nu+1}}{a_{\nu+1}}+\frac{a_{\nu+2}\,b_\nu\,b_{\nu+3}}{a_{\nu+1}\,(a_{\nu+3}+b_{\nu+2}\,b_{\nu+3})}\right)>0.$$

Danach ist z. B. der Kettenbruch, bei dem

$$\begin{array}{ll} a_{2\nu}=1, & a_{2\nu-1}=g^{2\nu-1} \\ b_{2\nu}=g^{-\nu}, & b_{2\nu-1}=g^{-\nu}, \end{array} \quad (g>1)$$

konvergent, während die Reihe

$$\sum\frac{b_\nu b_{\nu-1}}{a_\nu} \quad \text{und auch} \quad \sum\sqrt{\frac{b_\nu b_{\nu-1}}{a_\nu}}$$

konvergiert, also eine Entscheidung nicht gestattet.

§ 3.

Eine zweite Folge von unendlich vielen Konvergenzkriterien erhält man durch eine analoge Behandlung der Gleichung (9) für ungerade Werte von $\varkappa$. Schreibt man demgemäß $2\varkappa+1$ an Stelle von $\varkappa$, so folgt

$$\text{(10}^{\text{a}}\text{)}\quad \frac{A_{2\nu+2\varkappa+1}}{B_{2\nu+2\varkappa+1}}=(1-\lambda_{2\nu,2\varkappa+1})\frac{A_{2\nu}}{B_{2\nu}}+\lambda_{2\nu,2\varkappa+1}\frac{A_{2\nu+1}}{B_{2\nu+1}},$$

$$\text{(10}^{\text{b}}\text{)}\quad \frac{A_{2\nu+2\varkappa+2}}{B_{2\nu+2\varkappa+2}}=(1-\lambda_{2\nu+1,2\varkappa+1})\frac{A_{2\nu+1}}{B_{2\nu+1}}+\lambda_{2\nu+1,2\varkappa+1}\frac{A_{2\nu+2}}{B_{2\nu+2}}.$$

Geht man zur Grenze $\varkappa=\infty$ über, so folgt ähnlich wie oben

$$\frac{\dfrac{A_{2\nu+1}}{B_{2\nu+1}}-K}{K-\dfrac{A_{2\nu}}{B_{2\nu}}}=k_{2\nu+1}\frac{B_{2\nu}}{B_{2\nu+1}};\quad \frac{k-\dfrac{A_{2\nu+2}}{B_{2\nu+2}}}{\dfrac{A_{2\nu+1}}{B_{2\nu+1}}-k}=k_{2\nu+2}\frac{B_{2\nu+1}}{B_{2\nu+2}},$$

und da bei Divergenz des Kettenbruches die linken Seiten mit wachsendem ν beide gegen 0 konvergieren, so erhält man den Satz:

Der Kettenbruch konvergiert für

$$\overline{\lim_{\nu=\infty}}\,k_\nu\frac{B_{\nu-1}}{B_\nu}>0.$$

Mit Rücksicht auf die Ungleichungen (8) erhält man hieraus das brauchbarere Kriterium:

Der Kettenbruch konvergiert, wenn die Bedingung

$$\overline{\lim_{\nu=\infty}} \frac{A_{2\lambda,\nu}}{B_{2\lambda,\nu}} \frac{B_{\nu-1}}{B_\nu} > 0$$

für irgend einen Wert von λ erfüllt ist.

Für $\lambda = 1, 2, 3, \ldots$ ist dies wieder eine unendliche Folge sukzessive schärferer Kriterien. Um sie für die Anwendung noch etwas bequemer zu gestalten, beachte man

$$\frac{B_\nu}{B_{\nu-1}} = b_\nu + a_\nu \frac{B_{\nu-2}}{B_{\nu-1}} < b_\nu + \frac{a_\nu}{b_{\nu-1}} = \frac{b_\nu b_{\nu-1} + a_\nu}{b_{\nu-1}}.$$

Mit Rücksicht darauf folgt aus obigem:

Der Kettenbruch konvergiert, wenn die Bedingung

$$\overline{\lim_{\nu=\infty}} \frac{A_{2\lambda,\nu}}{B_{2\lambda,\nu}} \frac{b_{\nu-1}}{a_\nu + b_\nu b_{\nu-1}} > 0$$

für irgend einen Wert von λ erfüllt ist.

Beispielsweise ergibt sich für $\lambda = 1$ die Bedingung

$$\overline{\lim_{\nu=\infty}} \frac{a_{\nu+1} b_{\nu-1} b_{\nu+2}}{(a_{\nu+2} + b_{\nu+1} b_{\nu+2})(a_\nu + b_\nu b_{\nu-1})} > 0.$$

Öffentliche Sitzung

zur Feier des 146. Stiftungstages

am 15. März 1905.

Der Präsident der Akademie, Geheimrat Dr. Karl Theodor v. Heigel, eröffnet die Sitzung mit einer Rede „zu Schillers Gedächtnis“, welche in einer besonderen Schrift der Akademie erschienen ist.

Sodann machte derselbe Mitteilung aus der Chronik der Akademie über einige bedeutungsvollere Vorkommnisse des verflossenen Jahres.

In der Festsitzung des vorigen Jahres wurde der frohen Erwartung Ausdruck gegeben, daß nach Abzug des K. Obersten Landesgerichts aus dem ersten und zweiten Stockwerk des Nordflügels des Wilhelminums alle diese trefflich gelegenen Räume den wissenschaftlichen Sammlungen überwiesen würden; im Laufe des Winters wurde ein genauer Plan ausgearbeitet, wie das neue Domizil unter die einzelnen Institute verteilt werden sollte. Inzwischen haben sich nun aber die Aussichten auf Verwirklichung unserer Wünsche verdüstert; auch andere Behörden erheben Anspruch auf Beherbergung in den frei werdenden Räumen, ja, von Schwarzsehern ist die Besorgnis ausgesprochen worden, es möchte schließlich unserer Akademie die Rolle des Poeten in Schillers Gedichte „Die Teilung der Erde“ beschieden sein, wobei freilich der Unterschied festgestellt werden müßte, daß die Akademie zuerst auf den Plan getreten war. Wir halten fest an der Hoffnung, daß es dem hohen Staatsministerium gelingen werde, das Interesse der

wissenschaftlichen Sammlungen, für deren Gedeihen eine ausreichende Erweiterung der Räumlichkeiten so notwendig ist, wie Luft und Licht für ihre Hüter, gegen gewiß berechtigte, aber nicht rechtzeitig geltend gemachte Ansprüche der Nachbarn zu schützen.

Wenn diese Angelegenheit nur die innere Entwicklung unserer Museen betrifft, so berührt eine andere Frage auch die breiteste Öffentlichkeit, In der Frage der Verlegung des Botanischen Gartens fallen die Interessen der Wissenschaft, der Künstlerschaft und der Stadt zusammen. Alle beteiligten Faktoren fordern die Verlegung. Schon vor 50 Jahren hat Martius ausgesprochen: „Wenn der Glaspalast in den Botanischen Garten hineingestellt wird, kann dieser seiner Aufgabe nicht mehr gerecht werden.“ In Würdigung der vielen Nachteile, welche die Unterbringung des Botanischen Gartens auf dem gegenwärtig allseitig von hohen Häusern eingeschlossenen Areal mit sich bringt, und der vielen Vorteile, welche die Übersiedlung auf einen von der Natur selbst besser begünstigten und umfassenderen Platz bieten würde, kann sich das Generalkonservatorium in voller Übereinstimmung mit dem Konservatorium des Botanischen Gartens und des Pflanzenphysiologischen Instituts nur für möglichst baldige Verlegung aussprechen.

Auch im verflossenen Jahre haben sich unsere Sammlungen mancher dankenswerten Zuwendung von Seite opferwilliger Forscher und Sammler zu erfreuen gehabt, und ebenso schreitet in rüstigem Tempo die Bearbeitung älterer Schenkungen fort. So sind die tertiären Wirbeltiere, welche Herr Geheimer Hofrat Theodor Stützel auf der Insel Samos ausgegraben und im Jahre 1898 unserer paläontologischen Staatssammlung geschenkt hat, und ebenso diejenigen, welche später von dem Privatgelehrten Herrn Albert Hentschel dort aufgefunden und unserer Sammlung überlassen wurden, nunmehr durch den II. Konservator, Herrn Dr. Max Schlosser, und Herrn Privatdozenten Dr. Max Weber wissenschaftlich be-

arbeitet worden. Es hat sich dabei bestätigt, daß die Objekte in der Tat jenen eigenartigen, hervorragenden Wert haben, den ihnen Zittel schon unmittelbar nach der Aufspürung zugesprochen hatte. Diese Sammlung der ausgestorbenen Säugetierfauna von Samos ist jedenfalls die vollständigste, welche gegenwärtig existiert, und besonders wichtig wegen ihres Reichtums an Rhinocerotiden und Antilopenarten. Dem Verdienste der beiden Donatoren ist dadurch gebührende Anerkennung gezollt worden, daß zwei neue Antilopenarten die Namen Stützels und Hentschels erhalten haben.

Eine höchst willkommene Bereicherung wird die zoologische Sammlung erfahren durch die Tiere, welche der II. Konservator, Herr Dr. Doflein, von seiner jüngsten Reise nach Ostasien mitgebracht hat. Die Reise wurde im Auftrag und mit Unterstützung Seiner Königlichen Hoheit des Prinz-Regenten unternommen; auch aus den Mitteln der Bürgerstiftung, sowie von einigen für die Wissenschaft begeisterten Privaten wurde dazu beigesteuert. Die Expedition war anfangs von schwerem Mißgeschick verfolgt. Drei ernste Schiffsunfälle zogen nicht bloß eine peinliche Verzögerung nach sich, sondern es verdarben dabei auch viele Instrumente und Vorräte. Später trat eine glücklichere Wendung ein. Sowohl im nördlichen wie im mittleren Japan wurden für den eigentlichen Zweck des Unternehmens, die hydrographische und zoologische Untersuchung der japanischen Gewässer, günstige Ergebnisse erzielt. Nicht zum wenigsten sind diese Erfolge dem verständnisvollen Entgegenkommen der japanischen Behörden und der intelligenten Bevölkerung der besuchten Gebiete zu verdanken, und es sei dafür auch von dieser Stelle der aufrichtigste Dank ausgesprochen. Auf der Heimkehr wurde noch auf Ceylon Aufenthalt genommen. Auf längeren Wanderungen durch die Dschungeln konnte über die Fauna des tropischen Waldes eine Reihe von interessanten Beobachtungen gemacht werden, und eine reiche Sammlung von Tieren aller Arten wurde erworben. Da also die Resultate der Reise ebenso vom Standpunkte der Wissenschaft wie von dem des

Volksunterrichtes zu begrüßen sind, sei Seiner Königlichen Hoheit dem Prinz-Regenten nochmals ehrfurchtsvoller Dank gezollt.

Freilich taucht auch bei diesem Gewinn sofort wieder die bange Frage auf: Wo sollen die umfangreichen Schätze untergebracht werden? Nur durch eine ausreichende Erweiterung der Lokalitäten des zoologischen Instituts, die teilweise zur Zeit mehr den Eindruck vollgestopfter Magazine als denjenigen einer wissenschaftlichen Sammlung machen, kann der ideale Zweck erreicht, können die neuen oder kritischen Arten mit der nötigen Sorgfalt beobachtet und alle übrigen erforderlichen wissenschaftlichen Arbeiten geleistet werden. Erst dann wird es auch möglich sein, einem längst empfundenen Bedürfnis entsprechend, auch der bayerischen Fauna die gebührende Berücksichtigung zu widmen.

Einen ungewöhnlich wertvollen Zuwachs bedeutet ferner die Erwerbung des Moosherbars des in Memmingen verstorbenen Medizinalrates Dr. Holler, das um eine aus den Zinsen des Mannheimer Fonds entnommene, namhafte Summe für unsere Sammlungen angekauft werden konnte. Es umfaßt nicht weniger als 1118 Arten europäischer Laubmoose in ungefähr 22200 Exemplaren und 238 Arten europäischer Lebermoose in etwa 2500 Exemplaren. Auch diese kostbare Sammlung ist wegen der beschränkten Raumverhältnisse des Pflanzenphysiologischen Instituts nicht anders als auf einem Korridor unterzubringen.

Aus den von unserer Akademie zu verwaltenden Stiftungen konnte eine Reihe von wissenschaftlichen Forschungen und Unternehmungen unterstützt werden.

Aus den Zinsen der Thereianos-Stiftung erhielt Herr Johannes Svoronos in Athen einen Preis von 800 M. für sein 1904 erschienenes, dreibändiges Werk: Die Münzen des Ptolemäerreiches.

Ferner wurde beschlossen, weitere Unterstützungen zuzuwenden:

1. für das Werk „Griechische Vasenmalerei", herausgegeben von Furtwängler und Reichold, 2500 M.;

2. der „Byzantinischen Zeitschrift", herausgegeben von Krumbacher, 1500 M.;

3. zur Förderung der Arbeiten für das „Corpus griechischer Urkunden" 1200 M.

Aus den Zinsen der Münchener Bürgerstiftung und der Cramer-Klett-Stiftung wurden bewilligt:

1. 600 M. an den Observator des erdmagnetischen Observatoriums, Dr. Johann Messerschmitt, zur Beschaffung eines selbstregistrierenden Elektrometers;

2. 2500 M. als Zuschuß zu der Studienreise des II. Konservators der zoologischen Staatssammlung, Dr. Franz Doflein;

3. 2220 M. als Zuschuß zu der 1903 unternommenen Informations- und Sammelreise des Inspektors am Botanischen Garten, Bernhard Othmer.

Aus den Zinsen der Stiftung für chemische Forschung wurden genehmigt:

1. 500 M. für den Professor der Chemie, Dr. Oskar Piloty, zu Untersuchungen von Pyrolverbindungen;

2. 100 M. für den Professor der Chemie, Dr. Karl Hofmann, zu Untersuchungen von radioaktiven Materialien;

3. 100 M. für den Adjunkten des chemischen Staatslaboratoriums, Dr. Ludwig Vanino, zur Beschaffung von Gold- und Platinpräparaten;

4. 200 M. für den Privatdozenten der Chemie in Erlangen Dr. Henrich zur Untersuchung der radioaktiven Beschaffenheit der Wiesbadener Heilquelle.

Der Sekretär der mathematisch-physikalischen Klasse, Herr C. v. Voit, teilt mit, daß die mathematisch-physikalische Klasse in dem vergangenen Jahre drei korrespondierende Mitglieder durch den Tod verloren hat:

1. Dr. Wilhelm His, Professor der Anatomie an der Universität Leipzig, gestorben am 1. Mai 1904;

2. Dr. Friedrich Knapp, Professor der Technologie an der Technischen Hochschule zu Braunschweig, gestorben am 8. Juni 1904;

3. Dr. Ernst Abbe, ordentlicher Honorar-Professor für theoretische Physik an der Universität Jena, gestorben am 14. Januar 1905.

Hierauf hielt das ordentliche Mitglied der mathematisch-physikalischen Klasse, Herr Professor Dr. August Rothpletz, die inzwischen besonders erschienene Denkrede auf Karl Alfred v. Zittel.

I.

Wilhelm His.[1]

Geheimrat Professor Dr. Wilhelm His, seit 1900 korrespondierendes Mitglied unserer Akademie, ist am 1. Mai 1904 zu Leipzig in fast vollendetem 73. Lebensjahre an einem Magenleiden gestorben.

Es handelt sich um einen der ersten Anatomen seiner Zeit, der weit über den Kreis der Fachgenossen hinaus verdientes Ansehen genoß. Er ist auf anthropologischem und histologischem, aber vorherrschend auf embryologischem Gebiete tätig gewesen und hat in allen Fragen theoretischer Art, welche die Entwicklungsgeschichte in den letzten 30 Jahren bewegten, eine hervorragende Stimme geführt.

Er wurde am 9. Juli 1831 in Basel als der Sohn des Leiters des alten Sarasinschen Seidengeschäftes geboren; das Elternhaus war der Mittelpunkt einer geistig angeregten Geselligkeit, in dem auch die bedeutendsten Gelehrten der Universität verkehrten. Der regsame Knabe besuchte zunächst die Schulen seiner Vaterstadt; nach Absolvierung des Gym-

[1] Siehe die Nekrologe von Rudolf Fick im Anatomischen Anzeiger 1904 Bd. 25 Nr. 7 und 8 S. 161—208; von Spalteholz in der Münchener medizinischen Wochenschrift 1901 Nr. 28 S. 1138 und 1904 Nr. 22, S. 972.

nasiums, wo er sich in den Freistunden eifrig mit Daguerreotypieren beschäftigte, entschloß er sich Medizin zu studieren (1849—1854). Nachdem er zuerst die heimischen Universitäten zu Basel und Bern besucht hatte, ging er für drei Semester nach Berlin, woselbst die mächtige Persönlichkeit von Johannes Müller, der damals das ganze biologische Gebiet beherrschte, tiefen Eindruck auf ihn machte und ihn der Morphologie zuführte; auch Robert Remak, bei dem er Vorlesungen über Entwicklungsgeschichte hörte, übte großen Einfluß auf ihn aus. Bei dem bald in ihm erwachten Interesse für die theoretischen Fächer betrieb er die klinischen Studien nur so weit, um die medizinischen Prüfungen bestehen zu können. Von Berlin zog es ihn nach Würzburg, das damals der Sammelpunkt strebsamer Mediziner und angehender Forscher war. Angeregt durch eine Anzahl hervorragender Lehrer, durch Kölliker, Virchow, Scherer, Leydig, Heinrich Müller, herrschte in dieser für alle unvergeßlichen schönen Zeit eine Begeisterung für die Wissenschaft und ein reger geistiger Verkehr unter den Studierenden. Auch His fand sich bald in diesem Kreise heimisch und galt als einer der Führenden, nachdem er unter Virchow, im Anschluß an dessen Bindegeweblehre, eine mikroskopische Untersuchung über die Struktur der Hornhaut begonnen hatte. Nach der damals üblichen Reise nach Prag und Wien zur Ausbildung in den praktischen Fächern der Medizin kehrte er in die Heimat zurück, um die Examina zu machen und den Doktorgrad zu erwerben (1854), zu welchem Zwecke er die in Würzburg angefangene bemerkenswerte Arbeit über die normale und pathologische Histologie der Hornhaut benützte. Nun war ihm klar geworden, daß die praktische Medizin nicht seine Lebensaufgabe bilde, sondern die Anatomie und Physiologie; er begab sich auf vier Monate nach Paris und besuchte daselbst die Vorlesungen von Regnault, Balard, Wurtz, Boussingault, Brown-Séquard, Claude Bernard, die seinen Blick erweiterten. In Basel machte er unter Schönbein chemische Versuche über die Beziehungen des Blutes zum erregten Sauerstoff und habilitierte sich dann (1856) unter dem

von ihm als vielseitigen und hochbegabten Gelehrten verehrten Anatomen und Physiologen Georg Meißner mit einer Rede über Zellen und Gewebe. Kaum hatte er ein Jahr lang über normale und pathologische Anatomie Vorlesungen gehalten, als Meißner einen Ruf an die Universität Freiburg i. B. bekam (1857) und so die ordentliche Professur für Anatomie und Physiologie in Basel frei wurde. Es ist ein Beweis für das Vertrauen, das man in das Talent von His setzte, daß man ihm im Alter von 26 Jahren das schwierige Amt übertrug. Er wirkte in demselben 18 Jahre lang und entwickelte sich zu einem der angesehensten Anatomen, so daß er nach dem Rücktritt des hervorragenden Anatomen und Physiologen Ernst Heinrich Weber (1872) als Professor der Anatomie nach Leipzig berufen wurde. In dieser Stellung, einer der ersten der deutschen Hochschulen, wirkte er mit W. Braune, der die Professur für topographische Anatomie erhalten hatte, 32 Jahre lang bis zu seinem Tode, reich an Erfolgen als einer der gefeiertsten Lehrer der großen Universität. Das nach seinen Angaben im Jahre 1875 vollendete anatomische Institut ist ein mustergültiges Vorbild geworden.

Die wissenschaftliche Tätigkeit von His bezog sich anfangs auf histologische Fragen. In der schon erwähnten ersten Arbeit über die Hornhaut wurden die damals nur unvollkommen bekannten Hornhautzellen isoliert und ihre Beziehung zur Interzellularsubstanz festgestellt. Dann kamen Untersuchungen über den feineren Bau der Gewebe des menschlichen Organismus, insbesondere der zu dem Lymphsystem gehörigen Gebilde; er entdeckte dabei das adenoide Bindegewebe in den die weißen Blutkörperchen erzeugenden Organen; beschrieb in den Lymphdrüsen die Rinden- und Marksubstanz sowie die Lymphsinus genauer; tat den feineren Bau der Peyerschen Haufen, der Thymusdrüse mit ihrem Zentralkanal dar; verfolgte die Lymphgefäßwurzeln und die Lymphgefäße der nervösen Zentralorgane, wies in den letzteren die perivaskulären Lymphscheiden nach, und ermittelte die Nervenverzweigung in der äußeren Haut der Blutgefäße. Es ist charakteristisch, daß ihn bei seinen

histologischen Untersuchungen nicht nur der Bau der Teile interessierte, sondern daß er stets auch Rückschlüsse auf die physiologischen Vorgänge der Gebilde zu machen suchte.

Aber alle diese histologischen Funde, so verdienstvoll sie auch waren, hätten nicht seinen Ruhm begründet, seine Bedeutung hat er vielmehr durch seine entwicklungsgeschichtlichen Forschungen erlangt. Er wurde dazu geführt durch die Untersuchung des Baues des Säugetiereierstockes (1865), bei welcher er auch die früheren Stufen dieses Organes betrachtete und die fertigen Formen desselben von den Keimblättern aus abzuleiten suchte. Dadurch angeregt begann er in dem an Gedanken reichen akademischen Programm aus seiner Baseler Zeit (1865) „die Häute und Höhlen des Körpers" zu prüfen, inwieweit sich im allgemeinen die einzelnen Organe von den Keimblättern ableiten lassen; und indem er diese Untersuchungen immer weiter verfolgte, gelangte er zu seinen bedeutungsvollsten Entdeckungen. Er ging dabei bis zu der ersten Anlage des Wirbeltierleibes im unbebrüteten Ei des Hühnchens zurück. Dies führte ihn dazu, die frühere Remaksche Lehre von der Entstehung des mittleren Keimblattes fallen zu lassen und eine neue Lehre aufzustellen, nach der im Vogelei von Anfang an zwei getrennte mittlere Keimanlagen vorhanden sein sollen, der Archiblast und der Parablast; der erstere stellt den Hauptteil der Keimscheibe dar, aus welchem das Zentralnervensystem, die peripheren Nerven, die Oberhautgebilde, die Drüsen und die quergestreiften und glatten Muskeln hervorgehen; der letztere ist ein aus dem weißen Dotter entstehender Nebenkeim, der das Blut und die Bindesubstanz liefert. Diese sogenannte Parablastenlehre wurde von der Mehrzahl der Embryologen lebhaft bekämpft, und als später Beobachtungen zum Teil von His selbst gemacht wurden, die mit ihr nicht übereinstimmten, z. B. daß die parablastischen Gewebe nicht aus dem weißen Dotter hervorgehen und das Blut und die Bindesubstanzen nicht eine gemeinsame Herkunft haben, gab His (1881) seine Lehre selbst auf. Aber es muß erwähnt werden, daß die damit zusammenhängende

Unterscheidung von Epithelien und Endothelien auf einem anderen Gebiete, dem der pathologischen Anatomie, namentlich in der Entwicklung der Geschwulstlehre, sich sehr förderlich erwiesen hat. Später (1900) kam er in seiner Abhandlung „Lecithoblast und Angioblast“ wieder auf diese Fragen zurück; er stellte darin fest, daß die Anlagen der Gefäße und der Bindesubstanz getrennt sind, und die letztere aus dem embryonalen Mesoderm entstehen.

Schon in seinen ersten Arbeiten über die Höhlen und Häute des Körpers (1865) und über die erste Anlage des Wirbeltierleibes am Hühnchen (1867) kam er bei dem Suchen nach der Ursache der Entstehung der mannigfaltigen Formen des Embryo zu einer mechanistischen Betrachtungsweise für die Erklärung entwicklungsgeschichtlicher Vorgänge; er glaubte in den Umbildungen biegsamer Platten und Röhren durch Horizontalschub Ähnlichkeit zu erkennen mit den Formveränderungen der Embryonalanlage während der Entwicklung und so suchte er für die letzteren die mechanische Ursache in dem ungleichen Wachstum der verschiedenen Teile der Anlage und den dadurch hervorgerufenen Spannungen und Widerständen an anderen Stellen, wodurch Zusammenschiebungen, Faltungen, Röhrenbildungen etc. entstehen. Er führte auf solche Falten- und Rinnenbildung der Embryonalanlage die Medullarrinne, die Kopfbeugung, die Herzfalte etc. zurück. Diese anfangs von manchen widersprochene Annahme hat immer mehr Anhänger gefunden; His ist dadurch zu einem der bedeutendsten Vertreter der Entwicklungsmechanik geworden. In der höchst wichtigen Abhandlung: „Unsere Körperform und das physiologische Problem ihrer Entstehung“ (1874) ist diese Theorie ausführlich dargelegt; es findet sich darin auch eine scharfe Kritik des biogenetischen Grundgesetzes von Häckel.

Von der größten Bedeutung sind die Bemühungen von His auf dem Spezialgebiete der Embryologie des Menschen gewesen; in dem großen mit einem Atlas versehenen Werke: „Die Anatomie menschlicher Embrionen“ (1880—1885) sind

die Ergebnisse seiner Forschungen an dem von ihm gesammelten reichhaltigen Material niedergelegt; es findet sich darin zum ersten Male eine Schilderung der ganzen menschlichen Entwicklungsgeschichte in zusammenhängender Weise und eine Beschreibung aller Stadien und Organe von der Furchung an bis zur Ausbildung der ausgewachsenen Form. Hier nimmt His unbestritten die erste Stelle ein; die Anatomie menschlicher Embryonen gehört nach allgemeinem Urteil zu den klassischen Werken der ontogenetischen Literatur.

Bei den Beobachtungen über die frühesten Entwicklungsstadien des Wirbeltierembryo gelangt er zu seiner berühmten Konkreszenztheorie (1874), nach welcher die beiden Hälften des Embryo gesondert angelegt sind; die Mitte der Keimscheibe enthalte zuerst nur die Anlage des Kopfes, während am Rand der Keimscheibe die Anlagen der axialen Rumpfteile entstehen, die dann sekundär in die Mitte herangezogen werden und dort verwachsen. Diese Theorie, oder richtiger wohl Hypothese, ist viel umstritten worden; es handelt sich dabei um eine ganz fundamentale Frage, durch deren Anregung His jedenfalls äußerst fruchtbar gewirkt hat.

Von größter Ansdehnung und Bedeutung sind die in den beiden letzten Jahrzehnten entstandenen Untersuchungen über die Entwicklung des Zentralnervensystems und der Nerven. In der Abhandlung über die Höhlen und Häute des Körpers läßt er, wie vorher schon erwähnt wurde, die Blutgefäße des Zentralnervensystems nicht aus dem Ektoblast entstehen, wie Remak annahm, sondern aus dem Mesoblast, von wo sie sich sekundär in das Hirn und Rückenmark hineinschieben, während die Neuroglia im Ektoblast sich bildet. Eine seiner folgenreichsten Entdeckungen auf diesem Gebiete ist die Bildung der Nervenfasern durch Auswachsen der Nervenzellen (1883); seine Lehre von den Neuroblasten, nach der jede Nervenfaser aus einer einzigen Zelle als Ausläufer hervorgeht und in ihr das genetische, nutritive und funktionelle Zentrum besitzt, ist die Grundlage der neueren Neuronenlehre. Auch hat er es zuerst ausgesprochen, daß die Fasernetze der grauen Substanz aus

einem nicht anastomosierenden Filz der aus den Protoplasmafortsätzen der Zellen hervorgehenden „Dendriten" und der Nervenfaser-Endbäumchen bestehen. Bei seinen Untersuchungen über die Entstehung der Wurzeln des Rückenmarks (1886) zeigte er, daß die vorderen motorischen Wurzelfasern aus Zellen des Rückenmarks nach der Peripherie auswachsen, während die hinteren sensiblen Wurzelfasern von den bipolaren, die sogenannte T-Faser bildenden Zellen der Spinalganglien entspringen und von diesen in das Rückenmark hineinwachsen.

Dazu kamen seine Beiträge zur komplizierten Entwicklung des Herzens, seine wichtige Untersuchung über die Bildungsgeschichte der Nase und des Gaumens beim menschlichen Embryo; ferner die denkwürdige Abhandlung über das Prinzip der organbildenden Keimbezirke am ungefurchten Ei und die Verwandtschaften der Gewebe (1901), in der er sich gegen die Kritik seiner Anschauungen von O. Hertwig und gegen A. Weismanns Theorie des Keimplasmas ausspricht. In seiner letzten Publikation (1904), der großen Gehirnmonographie: „Die Entwicklung des menschlichen Gehirns während der ersten Monate" faßt er seine Untersuchungsergebnisse nochmals zusammen, indem er das Entstehen der äußeren Hirnform, die Bildung des Balkens, der einzelnen zentralen Kerne und der Bahnen im Rückenmark und Gehirn, sowie die morphologische Entwicklung der Hemisphären schildert.

Es seien hier nur noch die grundlegenden Untersuchungen über die Entwicklung der Embryonen einzelner Tiere wie des Lachses, des Haifisches, der Knochenfische und der Selachier erwähnt.

Große Verdienste hat sich ferner His um die Methodik und um die Technik der Herstellung anatomischer Präparate erworben. Schon frühzeitig erkannte er, daß es für die richtige Beurteilung der Gestalt der Embryonen notwendig ist, feine Schnitte zu erhalten; er konstruierte daher als einer der ersten ein Mikrotom, mit dem er lückenlose Schnittreihen herstellte. Auch war er bestrebt, die Photographie für seine Zwecke zu verwerten und die mikrophotographischen Methoden auszubilden. Um klare Vorstellungen von den mikroskopischen Ob-

jekten zu bekommen, stellte er als erster plastische Rekonstruktionen von Embryonen in vergrößertem Maßstab her; durch diese Modelliermethode erhielt er ganze Modellreihen zur Entwicklung des Lachses, des Hühnchens und des Menschen, und bekam so eine klare körperliche Vorstellung der Gebilde, was nicht nur für die Wissenschaft sondern auch für den Unterricht von weittragender Bedeutung wurde. Für makroskopische Untersuchungen erfand er seine Situspräparate; die frischen Leichen wurden zu diesem Zwecke durch Behandlung mit Chromsäure und Alkohol gehärtet und dann die einzelnen Teile schichtenweise präpariert und davon Gipsabgüsse durch den geschickten Gipsformator Franz Steger gemacht. Es entstand so die große Sammlung der His-Stegerschen zusammensetzbaren Gipsmodelle; sie gaben neue Anschauungen über die Lagebeziehungen der Eingeweide, z. B. des Eierstockes, des weiblichen Beckens, sowie über die Form der Leber, der Niere, des Pankreas. Die Modelle sind aber auch ein unentbehrliches Hilfsmittel für den Unterricht in der topographischen Anatomie geworden.

His hat außerdem die Anthropologie und Ethnologie gefördert. Mit seinem Freunde Rütimeyer beschrieb er in Basel (1864) die schweizerischen Schädel in dem großen Werke „Crania helvetica“ in mustergültiger Weise in ihren vier Haupttypen: der alemannischen, burgundischen, keltischen und römischen Form.

Bei der Aufgabe, die Grabstätte von J. S. Bach aufzufinden, wurde nach dem in dem mutmaßlichen Grabe vorgefundenen Schädel mittelst einer ingeniösen Methode eine Rekonstruktion des Kopfes versucht; zu dem Zwecke wurde von dem Schädel ein Gipsabguß gemacht und auf diesem die Dicke der bei acht älteren Männern an zahlreichen Punkten gemessenen Weichteile an den entsprechenden Stellen markiert, so daß der Bildhauer C. Seffner danach eine Büste herstellen konnte; dieselbe entsprach nun in ihren wesentlichen Eigenschaften wirklich den Bildern von Bach.

His war ein vielseitiger, an dem Wohl der Mitmenschen

herzlichen Anteil nehmender Mann. Als Mitglied des großen Rates von Basel wirkte er für das allgemeine Wohl; er war Referent in hygienischen Angelegenheiten und half getreulich mit die Stadt gesund zu gestalten; für die Schulhygiene verfaßte er auf Grund eigener Versuche ein mustergültiges Gutachten über die Schulbankfrage.

In einer Anzahl von vortrefflichen Reden hat er sich über Fragen von allgemeinem Interesse geäußert, so in der Baseler Rektoratsrede zur Geschichte des anatomischen Unterrichts in Basel, in der Antrittsrede zu Leipzig über die Aufgaben und Zielpunkte der wissenschaftlichen Anatomie und in der Leipziger Rektoratsrede über die Entwicklungsverhältnisse des akademischen Unterrichts.

His hat durch sein Schaffen der anatomischen Wissenschaft auf vielen Seiten positiven Gewinn gebracht und in stets gedankenreicher Diskussion auch dort, wo er irrte und sich seine Aufstellungen schließlich als unhaltbar erwiesen, anregend und die Forschung vertiefend gewirkt. Gerade daß er stark genug war, offen seine Irrtümer einzugestehen, zeigt ihn als wahrheitsliebenden echten Naturforscher. Unermüdlich tätig und scharf beobachtend blieb er nicht bei der einfachen Beschreibung der Objekte stehen, sondern suchte stets aus den Formen die Ursachen des Gesehenen in gedankenreicher Weise zu ergründen und die fertigen Formen auf die embryonalen zurückzuführen.

An der Universität entwickelte er eine rege, ungemein fruchtbare Lehrtätigkeit; von schlichtem klaren, streng objektiven, durch schöne Zeichnungen erläuterten Vortrag suchte er seine Schüler zum Beobachten und naturwissenschaftlichen Denken anzuleiten.

Er war einer der Gründer der Deutschen anatomischen Gesellschaft, in der er die erste Anregung zu einer einheitlichen Gestaltung der anatomischen Nomenklatur gab. — Mit W. Braune begründete er (1875) die Zeitschrift für Anatomie und Entwicklungsgeschichte und gab seit 1877 deren Fortsetzung, die anatomische Abteilung von Müllers Archiv, heraus.

In der mathematisch-physikalischen Klasse der K. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften wurde er nach dem Tode von Wislicenus zum ständigen Sekretär gewählt.

His war eine ernste Natur, streng gegen sich selbst und von hoher Pflichterfüllung, dabei einfach und schlicht, zuverlässig und an seiner Überzeugung festhaltend.

Die Nachwelt wird ihm dankbar sein für das, was er der Wissenschaft geleistet hat.

II.

Friedrich Knapp.[1])

Am 8. Juni 1904 starb in Braunschweig im Alter von 90 Jahren das korrespondierende Mitglied der mathematisch-physikalischen Klasse, der Geheimrat Friedrich Knapp. Er war bis zum Jahre 1889 Professor der technischen Chemie an der dortigen Technischen Hochschule und einer der bedeutendsten Vertreter seines Faches, sowie einer der ersten, der dasselbe, mit allen Kenntnissen ausgerüstet, wissenschaftlich betrieb. In die Akademie ist er schon im Jahre 1863 bei seinem Aufenthalte dahier zum außerordentlichen Mitgliede gewählt worden.

Er wurde am 22. Februar 1814 zu Michelstadt im Odenwalde geboren als Sohn des damaligen Gräflich Erbachschen Regierungsrates Johann Friedrich Knapp, der später als Großherzoglich Hessischer Geheimer Staatsrat in Darmstadt wirkte; als einflußreicher höherer Beamter vermochte derselbe im Ministerium vieles zu tun, um die Wünsche Liebigs in Gießen zu befriedigen. Der junge Knapp besuchte mit Freude das vortreffliche Gymnasium zu Darmstadt, in dem er die bis an sein Lebensende bewahrte Verehrung für die klassische Bildung erwarb.

Da er frühzeitig Neigung zur Chemie hatte, tat man ihn

---

[1]) Siehe den Nekrolog von Prof. Dr. Richard Meyer an der Technischen Hochschule zu Braunschweig in den Berichten der Deutschen chemischen Gesellschaft 1904 Nr. 19 S. 4774.

auf den Rat Liebigs zu einem Apotheker in die Lehre. Nach bestandener Gehilfenprüfung (1832) ging er ganz zur Chemie über und trat in das Laboratorium in Gießen ein, in welchem der auf der Höhe seiner wissenschaftlichen Arbeit stehende, 29jährige Liebig strebsame Jünger aus aller Herren Länder zu emsigster Tätigkeit um sich versammelt hatte; hier führte er seine ersten chemischen Untersuchungen aus. Auf den Rat Liebigs ging er dann (1837) zu Pelouze nach Paris, woselbst er ein Jahr verblieb und mit den wissenschaftlichen Größen der damaligen Zeit, mit Thenard und Gay-Lussac, den Lehrern Liebigs, mit Dumas, Regnault und dem jungen aufstrebenden Gerhardt bekannt wurde.

Nach seiner Rückkunft von Paris habilitierte er sich in Gießen, wo er 1841 außerordentlicher und 1847 ordentlicher Professor für chemische Technologie wurde; er bekam ein eigenes Laboratorium auf dem Schlosse und hielt Vorlesungen über technische Chemie.

Die 15 in Gießen verlebten Jahre waren für ihn höchst anregende und glückliche; mit vielen der Schüler Liebigs schloß er für Lebenszeit innige Freundschaft, so mit Heinrich Will, August Wilhelm Hofmann, Max Pettenkofer, Remigius Fresenius, Hermann Kopp und J. Sh. Muspratt, in dessen großen Sodafabriken in Liverpool er mehrmals längere Zeit zubrachte, um die Fabrikation künstlicher Dünger einzurichten. Im Jahre 1841 hatte er in Liebigs jüngster Schwester die Lebensgefährtin gefunden. In dieser Zeit entstand auch sein bedeutendstes Werk: Das Lehrbuch der chemischen Technologie.

Im Jahre 1852 nahm Liebig, in Verstimmung über die Nichterfüllung eines ihm vom hessischen Ministerium gegebenen Versprechens, den Ruf nach München an, was man in Gießen nicht erwartet und für unmöglich erachtet hatte. Für die Universität München, sowie für das geistige Leben der Stadt war es ein höchst glückliches Ereignis. Liebig zog die Gießener Freunde bald nach, seinen Schwiegersohn Carriere, den Anatomen Bischoff, Knapp, und die Berufung des Physikers Buff war eingeleitet. Knapp war für die technische Leitung der

berühmten königlichen Porzellanmanufaktur in Nymphenburg bestimmt, und zugleich zum ordentlichen Professor der technischen Chemie in der staatswirtschaftlichen Fakultät der Universität; in Gießen war für ihn keine Aussicht zur Verbesserung seiner Stellung infolge der reaktionären Stimmung gegen den gegenüber polizeilich-bureaukratischen Einmischungen unbeugsamen Mann. Die Doppelstellung in Nymphenburg-München war jedoch für ihn nicht als eine glückliche anzusehen, da sie ihn in den wichtigsten Jahren seines Lebens von seinen eigentlichen Zielen abdrängte.

Die Fabrik erforderte Zuschüsse vom Staate und die sparsame Kammer der Abgeordneten wollte dieselbe rentabel haben. Der künstlerische Direktor, der phantasievolle Maler Eugen Neureuther, hatte in künstlerischer Beziehung die Fabrik in die Höhe gebracht durch seine reizenden Formen, aber die Einrichtungen und der Betrieb waren ganz veraltete, wie es in einer Staatsanstalt leicht eintritt; hierin konnte der wissenschaftlich durchgebildete Knapp gegenüber den alten Praktikern so manche Betriebsfehler abstellen und bessere Einrichtungen treffen. Die Neuberufenen klagten anfangs viel über Mißtrauen und Anfeindung von seiten der Einheimischen; es mag ja von einzelnen der letzteren einiges der Art geschehen sein, aber von der anderen Seite ist auch gefehlt und manches einseitig beurteilt worden; schließlich sind sie alle gerne dagewesen und haben sich bald heimisch gefühlt. 1861 legte Knapp die Betriebsleitung der Porzellanfabrik nieder; sie kam dann in Privatbesitz und jetzt werden die alten schönen Muster von Neureuther wieder benützt. Durch die Fabrik war seine Tätigkeit an der Universität sehr beeinträchtigt: er las vor wenig Zuhörern über Geschichte der Erfindungen, die Natur der Brennstoffe und die Heizung, ausgewählte Zweige aus der chemischen Technologie, Geschichte der wichtigeren Industriezweige, über die Lehre von der Ernährung und den Nahrungsmitteln vom volkswirtschaftlichen Standpunkt.

Im Jahre 1863 erhielt er einen ehrenvollen Ruf an das in eine polytechnische Schule umgewandelte Collegium Carolinum

in Braunschweig als ordentlicher Professor für technische Chemie. Bei Begründung der hiesigen Technischen Hochschule war er für die Professur der chemischen Technologie ausersehen; er wollte aber in Braunschweig bleiben, woselbst er 26 Jahre lang fruchtbar in Lehre und Wissenschaft wirkte; aus seinem dortigen Laboratorium sind von ihm und seinen Schülern zahlreiche wertvolle Arbeiten hervorgegangen. Im Alter von 75 Jahren trat er von seinem Amte zurück und lebte von da an still im Umgang mit wenigen vertrauten Freunden; im Jahre 1900 ehrte die Technische Hochschule zu Braunschweig ihr verdienstvolles Mitglied, indem sie ihn zum ersten Doktor der Ingenieurwissenschaften ernannte. Hochbetagt ist er sanft entschlafen.

Die wissenschaftliche Tätigkeit Knapps war eine sehr fruchtbare.

Die erste recht schwierige Arbeit, die ihn 9 Monate lang beschäftigte, machte er in dem Laboratorium Liebigs in Gießen (1837) über die Entstehung der Cyanursäure aus Melam, wobei er als Zwischenprodukt das Ammelid erhielt; Liebig schätzte dieselbe sehr hoch und berichtete darüber an Berzelius.

Nach seiner Rückkehr aus Paris führte er bei Liebig eine Untersuchung zur Bildungsgeschichte des Brechweinsteins aus, in welcher er ein bei seiner Darstellung entstehendes Nebenprodukt als saures Salz erkannte.

Nach diesen beiden rein chemischen Arbeiten erfolgte sein Übergang in das Gebiet der Anwendung der Chemie in der Technik, dem er sich nun sein ganzes Leben lang widmete.

Die chemische Technologie war damals noch wenig entwickelt; Knapp war einer der ersten, der hierin mit Hilfe der Chemie die Vorgänge wissenschaftlich zu erklären versuchte. Es kam zunächst eine Anzahl kleinerer Arbeiten, welche alle in Liebigs Annalen der Chemie veröffentlicht worden sind, und die ich aufzähle, um die Richtung seiner Bestrebungen zu dieser Zeit, in der er noch tastend vorging, zu kennzeichnen. Es gehört dahin die Untersuchung über die Schnellessigfabrikation in Bezug auf den sich dabei ergebenden Verlust und dessen Quellen, mit Vorschlägen zur Verminderung des Ver-

lustes; dann eine Abhandlung über die medizinische Wirkung des Lebertrans und deren Ursachen, die er in der fast vollständigen Ausnützung (bis zu 96 %) dieses „Respirationsmittels", sowie in seinem Jodgehalt suchte; ferner eine Analyse einer Kupfer, Blei, Zinn, etwas Nickel und Eisen enthaltenden alten Bronze in einer im nördlichen Wales gefundenen keltischen Streitaxt; weiterhin seine Bemerkungen über die bei der damaligen Teuerung gemachten Vorschläge zu wohlfeilerem Brote mittelst Kartoffeln, Rüben etc. etc., worin er das Illusorische dieser Vorschläge nach den falschen Vorstellungen der damaligen Zeit, die das Eiweiß als das allein Nährende ansah, darlegte, da die Kartoffeln arm an Eiweiß seien und der Magen das Nährende erst aus einem großen Brotumfange heraussuchen müsse; und endlich eine Analyse eines Süßwasserkalkes aus der Braunkohlenformation in der Nähe von Gießen mit einem sehr hohen Magnesiumgehalte, was für die Theorie der Dolomitbildung von Interesse war.

Unterdessen reifte noch in Gießen sein bedeutendstes Werk heran, sein großes Lehrbuch der chemischen Technologie, an dem er schon seit längerer Zeit gearbeitet hatte; es ist ein klassisches, vortrefflich geschriebenes Werk der chemisch-technischen Literatur und wirkte bahnbrechend durch die neue Auffassung und glückliche Anordnung des Stoffes. Es erschien in den Jahren 1847—1853 in erster Auflage in zwei starken Bänden und wurde in mehrere fremde Sprachen übersetzt. 1858 wurde ein unveränderter Abdruck herausgegeben und dann eine neue Auflage mit vielen Ergänzungen und Verbesserungen begonnen, die aber leider unvollendet blieb. Es brachte nicht wie die früheren Technologien die Lehren der Chemie für den Techniker, sondern eine Darlegung der wichtigsten chemischen Industrien in sechs Gruppen:

1. die auf den Verbrennungsprozeß sich gründenden Zweige der Technik,

2. die auf Gewinnung und Benutzung der Alkalien und Erden sich gründenden Zweige der Technik,

3. die Tonwaren,

4. vom Mörtel, Kalk und Gips,

5. die Nahrungsmittel betreffenden und landwirtschaftlichen Gewerbe,

6. die Bekleidungsgewerbe,

und in der zweiten Auflage noch eine besondere Gruppe über die Technologie des Wassers.

Von dem Abschnitt über die Nahrungsmittel erschien 1848 eine besondere Ausgabe: „Die Nahrungsmittel in ihren chemischen und technischen Beziehungen", worin die damaligen neuen Lehren Liebigs verwertet wurden.

An die technischen Auseinandersetzungen werden im idealen Sinne allgemeine Betrachtungen über die Bedeutung der Industrie für die sittliche und geistige Veredlung des Menschen und über die Bedeutung der Wissenschaft dafür angeknüpft.

Daran schlossen sich (1856—1863) die für den Unterricht wichtigen technologischen Wandtafeln an.

Nun kamen, von der Münchener Zeit beginnend, seine bedeutsamen, eigentlich chemisch-technologischen Arbeiten, die sich in vier Richtungen bewegen.

Hierher gehören als erste seine experimentellen Untersuchungen über die Gerberei und den Vorgang bei der Lederbildung, die wohl seine größte Leistung auf experimentellem Gebiete sind. Die erste Veröffentlichung hierüber ist 1858 in den wertvollen Abhandlungen der naturwissenschaftlich technischen Kommission bei unserer Akademie, welche König Max II. ins Leben gerufen hatte, erschienen. Die Frage hat ihn aber sein ganzes Leben lang beschäftigt und er hat noch im Jahre 1897 eine Abhandlung darüber geschrieben. Über das Wesen des Gerbprozesses war bis dahin wissenschaftlich kaum gearbeitet worden. Man hatte beobachtet, daß die eiweißartigen Stoffe und der aus leimgebenden Substanzen durch siedendes Wasser erhaltene Leim mit Gerbsäure sich chemisch verbinden und Niederschläge bilden; und so glaubte man seit Seguin (1797), die Lederbildung beruhe auf einer chemischen

Verbindung der leimgebenden Substanz der Haut mit dem Gerbstoff. Knapp tat nun dar, daß die tierische Haut kein Leim ist, und daß die chemische Verbindung von Leim und Gerbsäure hart und spröde ist, während das Leder geschmeidig sein soll; ferner geben andere leimgebende Gebilde, wie z. B. Bindegewebe, das Ossein der entkalkten Knochen mit Gerbsäure kein Leder, dagegen gerben Tonerde- und Eisen-Salze, ohne daß sie den Leim fällen. Knapp tat dadurch gegen das allgemeine Erwarten dar, daß die Lederbildung ihrem Wesen nach nicht ein chemischer, sondern ein physikalischer Prozeß ist, indem das Gerbemittel sich zwischen die Fasern der gequollenen Lederhaut legt und so das Zusammenkleben und die Schrumpfung der Fasern beim Trocknen verhindert. Durch immer erneute Beobachtungen und Versuche brachte er weitere Beweise für seine Theorie, die bald Anerkennung fand. Er war bestrebt, die Ergebnisse dieser seiner wissenschaftlichen Untersuchung in der Praxis nutzbar zu machen, indem er durch die wohlfeileren basischen Eisensalze die mehrere Jahre in Anspruch nehmende Lohgerberei zu ersetzen suchte. Er war dadurch unstreitig der geistige Urheber der heutigen Metallgerbung und der Herstellung des Chromleders. Auch auf die Färberei wandte er seine mechanisch-physikalische Theorie an: es sollen sich dabei die Farbstoffe aus Lösungen auf die Fasern des Gewebes unlöslich niederschlagen.

Eine zweite Reihe von Untersuchungen bilden die über den Luft- und Wassermörtel und das Wesen des Erhärtungsprozesses (1871). Das verdienstvolle Mitglied unserer Akademie, der Mineraloge J. N. Fuchs, hatte schon 1830 durch eine Arbeit über Kalk und Mörtel, die ersten Aufschlüsse über die Bedingungen des Festwerdens des Zementes unter Wasser gebracht und M. Pettenkofer (1849) die chemischen Vorgänge bei der Darstellung guten hydraulischen Kalkes genau festgestellt. Knapp machte noch weitere Angaben über die Erhärtung der hydraulischen Produkte; er meint aber, die Hydratbildung bedinge nicht die Erhärtung, der chemische Prozeß wäre nur die Gelegenheit dazu und der damit eintretende mechanische

Prozeß wäre die unmittelbare Ursache der Erhärtung. Auch bestreitet er, daß die Erhärtung der Zemente durch das Vorhandensein eines bestimmten Silikates bedingt sei, es könnten sich dabei verschiedene Silikate bilden; und er zählt die mannigfaltigen Bedingungen für das Festwerden auf.

In einer dritten Serie von Abhandlungen, deren erste im Jahre 1876 erschien, beschäftigte er sich mit der Natur des Ultramarins, dieser aus dem Kaolin gewonnenen beständigen blauen Farbe. Dasselbe ist nach seiner ersten Darstellung durch Leykauf in Nürnberg (1837) auf Grund von Gmelins Beobachtungen vielfach untersucht worden, z. B. durch H. Ritter; Knapp prüfte wiederum, ob es eine charakteristische, kristallinische, chemische Verbindung sei oder ob es, wie er glaubte, eine ähnliche Konstitution habe wie manche gefärbte Gläser. Auf seine zahlreichen Beobachtungen gestützt, stellte er die Bedingungen für die Bildung der Ultramarinmutter und für ihre Umwandlung in Blau auf.

Die vierte Gruppe seiner größeren Untersuchungen endlich befaßt sich mit den Produkten der Glas- und der keramischen Industrie. Er wurde darauf geführt durch einen Bericht, den er bei der Allgemeinen Deutschen Industrie-Ausstellung in München im Jahre 1854 über Stein-, Ird- und Glaswaren zu erstatten hatte. Aus seinem Braunschweiger Laboratorium kamen noch mehrere Arbeiten seiner Schüler über Glas, z. B. über Goldrubinglas, den Kupferrubin; zuletzt faßte Knapp in einer Abhandlung: „Der feurige Fluß und die Silikate“ (1894) alle seine und seiner Schüler Erfahrungen zusammen. Man erhält bekanntlich bei Herstellung dieser Gläser zunächst farblose Produkte, welche erst beim nochmaligen Erwärmen die rote Farbe annehmen oder „anlaufen“; die Färbung kommt nach ihm nicht von einer chemischen Umwandlung, sondern von einem physikalischen Vorgang; die im feurig flüssigen Glase gelösten Metalle befinden sich darin nach seiner Vorstellung in zwei verschiedenen Molekularzuständen, in einem nicht färbenden bei den höchsten Temperaturen und in einem färbenden bei niederen Temperaturen; das „Anlaufen“ ist der

Übergang des einen in den anderen Molekularzustand; bei langsamer Abkühlung scheidet sich aus der glasigen Lösung das Metall als feinverteilter Niederschlag in Kristallen ab wie im Hämatinon und Aventurin; man ist jetzt der Ansicht, daß im farblosen Glas das Metall wirklich gelöst ist, im farbigen aber in feinster Verteilung oder als colloidale Lösung sich befindet. Es ist bekannt, daß es schon 1847 Pettenkofer gelungen ist, künstlich das Hämatinon und Aventurin herzustellen und die wissenschaftliche Erklärung der dabei stattfindenden verwickelten Vorgänge aufzudecken; als er nach der Ermittlung der chemischen Zusammensetzung des antiken roten Glasflusses aus Pompeji, des Hämatinons oder Porporinos, welches schon Plinius sekundus beschrieben hatte, die Bestandteile zusammenschmolz, erhielt er zu seinem Erstaunen kein rotes, sondern ein grünschwarzes Glas; nach vielen Versuchen zeigte es sich, daß das darin enthaltene kieselsaure Kupferoxydul im amorphen Zustand grünschwarz ist, im kristallischen purpurrot; das letztere bildet sich beim langsamen Abkühlen des Flusses mit seinen in prächtigen Büscheln anschießenden, nadelförmigen Kristallen; aus dem Hämatinon erhielt er durch Zumischung von Eisenfeile das venetianische Aventuringlas mit seinen flimmernden Kupferkriställchen.

Außer diesen und noch einigen weiteren, kleineren, wissenschaftlichen Untersuchungen, aus denen hervorgeht, daß er ein scharf beobachtender, vorurteilsfreier Forscher war, stammen von Knapp noch eine Anzahl von Aufsätzen allgemeineren Inhalts, in denen seine Kunst schön und gemeinverständlich zu schreiben hervortrat. Dahin gehören die: über Brot und Brotbereitung, über die Geschichte der Gasbeleuchtung, über Kaffee, Tee und ähnliche Genußmittel, über Theorie und Praxis der Industrie und die Geschichte der Erfindungen, über die Lagerung bei geistigen Flüssigkeiten und Getränken sowie über die Entwicklung des Bouquets beim Altern, über die Geschichte der Papierfabrikation, über den Stil in der chemischen Literatur.

Vielfach war er in technischen Fragen der Berater der

Behörden, für welche er in trefflichen Gutachten den richtigen Rat zu erteilen wußte.

Knapp war ein vorzüglicher Lehrer von äußerst lebendigem Vortrag, der sich in das Fassungsvermögen seiner Schüler hineindenken konnte. Er war eine eigenartige Persönlichkeit von lebhaftem Geist, jedoch zurückhaltend und Unbekannten schwer zugänglich; niemals hat er sich vorgedrängt und persönlicher Ehrgeiz war ihm fremd. Als Höchstes galt ihm die stille, wissenschaftliche Arbeit, bei der er sehr kritisch gegen sich selbst verfuhr, jedoch an seinen einmal gefaßten Ansichten zäh festhielt. Er besaß einen feinen Humor und ein vielseitiges Interesse für die verschiedenen menschlichen Bestrebungen: für Geschichte, Philosophie und die schöne Literatur.

III.

Ernst Abbe.[1])

In Jena ist am 14. Januar 1905 der verdiente Physiker und Leiter der berühmten optischen Werkstätte von Karl Zeiß, der ordentliche Honorarprofessor für theoretische Physik an der Universität, Dr. phil. und Dr. med. Ernst Abbe, in fast vollendetem 65. Lebensjahre gestorben. Er gehörte seit dem Jahre 1889 unserer Akademie an. Durch seine wissenschaftlichen Arbeiten förderte er die theoretische Optik und indem er seine dadurch gewonnenen Erkenntnisse praktisch anwendete, gelang es ihm, die Mikroskope bedeutend zu verbessern, und dieselben in großem, fabrikmäßigem Betriebe herzustellen, wie

---

[1]) Mit Benützung von:

Seb. Finsterwalder, Beilage zur Allgemeinen Zeitung 1905, 18. April Nr. 91.

Julius Pierstorff, Beilage zur Allgemeinen Zeitung 1905, 19. April Nr. 92 und 20. April Nr. 93.

E. Raehlmann, Münchener mediz. Wochenschrift 1905, Nr. 6, S. 269.

Fritz Böckel, die Karl Zeiß-Stiftung in Jena; Beilage zur Allgemeinen Zeitung 1903, 13. August Nr. 182.

Otto Knopf, Vierteljahrschrift der Astronomischen Gesellschaft 1905, 40. Jahrgang S. 198.

es bis dahin mit wissenschaftlichen Apparaten noch nicht geschehen war.

Abbe wurde am 23. Januar 1840 in Eisenach als der Sohn eines Spinnmeisters geboren; er wuchs in einfachen Verhältnissen auf und lernte in einer entbehrungsvollen Jugend die Not des Lebens kennen, woher es auch kommen mag, daß er für die um ihr Dasein schwer ringenden Arbeiter ein warmes Herz besaß und später in so großartiger Weise für sie zu sorgen suchte.

Schon früh erkannte man sein ungewöhnliches Talent und seinen scharfen Geist; er absolvierte das Eisenacher Realgymnasium mit Auszeichnung und studierte danach von 1857 ab während vier Jahren an den Universitäten Jena und Göttingen Mathematik, Physik und Astronomie; in Jena, wo er im dritten Semester eine Preisaufgabe „vom adiabatischen Zustand der Gase“ löste, regte ihn besonders der Mathematiker Karl Snell an, in Göttingen, wo er zum Doktor der Philosophie mit einer Dissertation über das mechanische Wärmeäquivalent promoviert wurde, waren der Physiker Wilhelm Weber und der geistvolle junge Mathematiker Bernhard Riemann seine Lehrer. Nachdem er Assistent an der Sternwarte in Göttingen und Dozent am physikalischen Vereine in Frankfurt a. M. gewesen, habilitierte er sich auf Anraten seines Lehrers Snell und des Universitätskurators Seebach (1863) in Jena für Mathematik, Physik und Astronomie, und wurde daselbst (1870) außerordentlicher Professor der theoretischen Physik.

Abbe war, unterstützt durch seinen Scharfsinn und seine Beobachtungsgabe sowie durch seine Kenntnisse und seine zähe Ausdauer, ganz zum Forscher ausgerüstet; er hat auch mannigfache bedeutsame Probleme der Physik gelöst. Aber diese rein wissenschaftlichen Leistungen geben ihm nicht sein Eigentümliches; denn er betrat bald seinen eigenen Weg, da ihn die intensive Beschäftigung mit einem besonderen Grenzgebiete der Mathematik und Physik und dann die praktische Anwendung auf demselben fesselte.

Obwohl er von da an seine Tätigkeit ganz in den Dienst

der Technik stellte, blieb er doch sein Leben lang Forscher und Gelehrter. So kam es, daß, als er (1874) ordentlicher Professor der Physik werden sollte, er das Anerbieten ablehnte, um ganz seiner Neigung, der Verbindung mit dem Mechaniker Karl Zeiß, zu leben. Später (1878) erhielt er wegen seiner Verdienste um die Wissenschaft die Würde eines ordentlichen Honorarprofessors sowie das Direktorium der Sternwarte und des meteorologischen Observatoriums. Er hielt als solcher Vorlesungen aus den verschiedensten Gebieten der Mathematik und Physik, ließ sich aber 1889 wegen Überhäufung mit anderen Geschäften von der Verpflichtung Vorlesungen zu halten entbinden.

Es war ein glückliches Geschick, daß Abbe als Privatdozent (1866) mit dem geschickten und strebsamen Universitätsmechaniker Karl Zeiß in Jena bekannt geworden war. In dessen im Jahre 1845 errichteten feinmechanischen Werkstätte wurden, angeregt durch den Botaniker Matthias Jakob Schleiden, der kurz vorher die Zellen als Elementarorganismen der Pflanzen entdeckt hatte, auch Mikroskope hergestellt, die zu den besten der damaligen Zeit gehörten.

Die Herstellung der Mikroskope geschah bis dahin fast nur durch handwerksmäßiges Aussuchen der im Vorrat vorhandenen Linsen, welche den besten Effekt gaben; die Erhaltung guter Instrumente war daher damals dem Zufall unterworfen und gründete sich nicht auf wissenschaftliche Einsicht; so trieb es noch der bekannte Oberhäuser aus Ansbach in Paris, der zu seiner Zeit fast allein den Bedarf an Mikroskopen in Deutschland deckte. Zeiß sah ein, daß auf diese Weise kein Fortschritt zu erzielen sei und daß nur die theoretische Bekanntschaft mit dem Gang der Lichtstrahlen im Mikroskop zur Verbesserung und Vervollkommnung führen könne, wie sie Fraunhofer für das Fernrohr gewonnen hatte. Er bat daher (1866) den Privatdozenten Abbe, ihm dabei zu helfen und so verbanden sich dazu die beiden, der gelehrte Theoretiker und der geschickte Praktiker. Fraunhofer benützte zum Zustandebringen eines scharfen Bildes durch sein achromatisches Fern-

rohr die trigonometrische Durchrechnung und hatte für dieses Instrument bis jetzt Unübertroffenes geleistet. Diese grundlegenden Erkenntnisse waren auf die Bedingungen des Mikroskopes zu übertragen.

Zunächst schuf Abbe durch seine Erfindungsgabe und seine konstruktive Geschicklichkeit neue Meßapparate und Methoden zur feineren Bestimmung der optischen Konstanten fester und flüssiger Körper; insbesondere diente ihm dazu sein Refraktometer.

Er suchte sodann für das Mikroskop, wie schon Fraunhofer und seine Nachfolger für das Fernrohr und für andere optische Instrumente, durch Rechnung diejenigen Linsen zu finden, welche das schärfste Bild geben und stellte danach die Formen und Kombinationen genau her; er wandte ebenfalls zur Verfolgung des Ganges der Lichtstrahlen die trigonometrische Rechnung an. Nach den Gesetzen der geometrischen Optik sollte das Bild um so schärfer werden, je enger die Öffnung des Strahlenkegels ist, während die alte tastende Mikroskopenoptik die Erfahrung gemacht hatte, daß starke Vergrößerungen sich nur mit sehr weitgeöffneten Lichtbüscheln erzielen lassen. Abbe legte in einem ausgezeichneten Bericht über die Ausstellung wissenschaftlicher Apparate in London (1876) dar, daß zur größten Leistungsfähigkeit das Objektiv des Mikroskopes möglichst weitgeöffnete Strahlenbüschel aufzunehmen imstande sein muß.

Aber alle seine Bemühungen auf diesem Wege förderten wohl die Theorie des Mikroskopes, sie waren jedoch nicht imstande, das Instrument wesentlich zu verbessern, denn es zeigte sich (1873) durch seine scharfsinnigen Betrachtungen über die Grenzen der geometrischen Optik, daß die Vervollkommnung des Mikroskopes in dieser Richtung eine bestimmte Grenze habe, ja daß die Leistungen der tastenden Optik von dieser Grenze gar nicht mehr weit entfernt waren. Die Grenze ist nämlich durch die Entfernung zweier Punkte, die wir getrennt wahrnehmen können, gesteckt; wir sehen sie nicht getrennt, wenn sie innerhalb einer Wellenlänge fallen.

Abbe ließ sich jedoch dadurch nicht abschrecken, an der

Vervollkommnung des Mikroskopes weiter zu arbeiten, und es sollte ihm dies auch in ungeahntem Grade gelingen. Sein Nachdenken brachte ihm eine tiefere Einsicht in das Wesen des mikroskopischen Sehens; er erkannte, daß das Licht nicht von den einzelnen Punkten des Objektes ausgeht, also mit dem Mikroskop das Objekt nicht direkt angesehen wird, sondern das Beugungsbild des Objektes, welches durch die Ablenkung oder Beugung des Lichtes an den feinen Einzelheiten des Objektes entsteht. Das Bild ist dem Objekt um so ähnlicher je mehr Beugungsbüschel an dem Zustandekommen des Bildes beteiligt sind, daher die Mikroskope um so mehr leisten je größer der Öffnungswinkel ist. Das Beugungsbild ist also nicht immer identisch mit dem Objekt; wenn die Länge der Lichtwellen verschwindend klein ist gegenüber den Einzelheiten des Objektes, ist das Bild ähnlich; sind aber die Einzelheiten des Objektes feiner und die Lichtwellenlängen dagegen verhältnismäßig größer, dann entsteht hinter dem Objekt ein Gewirre von nach allen Seiten auseinandergehenden Lichtstrahlen und das Bild wird verschwommen, da die Beugungsbüschel um so mehr divergieren, je feiner die Einzelheiten des Objektes sind. Bei schiefer Beleuchtung können stärker divergierende Büschel ins Objektiv treten, weshalb bei schiefer Beleuchtung das Auflösungsvermögen des Mikroskops gesteigert ist. Vermag das Mikroskop diese Lichtstrahlen vollständig zu sammeln, so erscheint die Beugungsfigur richtig oder nur wenig von der wahren Gestalt abweichend; werden durch das Mikroskopenobjektiv nicht alle gebeugten Strahlen aufgenommen, so sieht man nur einen Rest der Beugungsfigur des Objektes, deren Gestalt von der des Objektes beliebig weit abweichen kann, so daß wir den schlimmsten Täuschungen ausgesetzt sind, ohne daß das Bild unscharf ist.

Diese Erkenntnisse führten ihn zu richtigen Vorstellungen über das Entstehen des mikroskopischen Bildes und dann auch zu neuen Gesichtspunkten für die Erhöhung der Leistungsfähigkeit des Mikroskopes; zunächst zu der Verbesserung der Beleuchtungsapparate, vor allem zur Konstruktion seines Kon-

densors (1875), durch welchen die vom Spiegel reflektierten Lichtstrahlen so zum Objekt gelangen, daß die genannten Fehler auf das geringste Maß vermindert werden.

Ein weiterer Fortschritt seiner Mikroskope ist die Verbesserung der homogenen Immersion. Der italienische Optiker und Astronom Amici hatte zuerst (1840) die gute Wirkung der Immersion der Frontlinse des Objektives in einem auf dem Deckglas angebrachten Wassertropfen entdeckt und Harnack (1855) sie zur allgemeinen Verwendung empfohlen; Amici gebrauchte später (1850) für gewisse Fälle Öl, Grundlach (1867) Glyzerin. Abbe fand nun, daß die vorher besprochenen großen Öffnungen eine bestimmte Grenze haben und zwar für den Fall, daß das Objekt durch Luft gesehen wird; befindet sich dagegen zwischen Objekt und Objektiv eine Flüssigkeit, so steigert sich die Wirksamkeit der eintretenden Strahlenbüschel im Verhältnis des Lichtbrechungsvermögens der verwendeten Flüssigkeit. Abbe führte mit Stephenson als homogene Immersion (1878) das Zedernöl ein, welches das gleiche Lichtbrechungsvermögen hat wie das Deckglas und die Frontlinse des Objektives, so daß die Lichtstrahlen vom Objekt bis zum Objektiv homogene Medien durchsetzen. Amici und Harnack haben zwar schon den Grund der Wirksamkeit der Immersionslinsen gekannt, Abbe hat aber das Verdienst, ihn klarer dargestellt zu haben.

Bei seinen Bestrebungen, die Farbenabweichung, namentlich das sekundäre Spektrum, um welches sich schon Fraunhofer und seine Nachfolger bemühten, zu beseitigen, ergaben sich Schwierigkeiten, die in der unproportionalen Lichtzerstreuung der damals bekannten und angewandten Gläser begründet waren. Fraunhofer hatte in Benediktbeuern eine Glashütte für seine Zwecke errichtet; er kam auch in der Herstellung des Glases soweit, als es für seine Fernrohrobjektive nötig war, wobei es sich nur um wenige Sorten möglichst großer schlierenfreier Stücke handelte. Nach seinem Tode wurde leider das bayerische Glaswerk aufgegeben und mußte nach dem Verfahren Fraunhofers in Frankreich und England bereitetes optisches Glas bezogen werden.

Abbe erkannte wie schon die früheren Optiker, daß ein bedeutender Fortschritt zur Vervollkommnung der optischen Instrumente nur durch Verbesserung der optischen Eigenschaften der Glasflüsse erreicht werden könne und daß man über solche mit dem verschiedenartigsten Lichtbrechungs- und Zerstreuungsvermögen verfügen müsse, wenn man jene Fehler bezwingen wollte; aber die Technik war noch nicht so weit, die erwünschten Glassorten zu bieten: Die Chemie mußte vorerst neue reine Materialien liefern sowie die Analyse der Gläser vervollkommnen, und die Feuertechnik, insbesondere die Gasfeuerung, mußte sich weiter entwickelt haben, um die nötigen hohen Temperaturen zu liefern. Die Hoffnung Abbes war lange vergeblich, bis sich 1881 der kenntnisreiche und energische Chemiker Dr. Otto Schott erbot, Versuche über die Abhängigkeit der optischen Eigenschaften des Glases von seiner chemischen Zusammensetzung anzustellen; nach den zur Befriedigung ausgefallenen Vorarbeiten wurden die Versuche in großem Maßstabe mit Unterstützung des K. Preußischen Unterrichts-Ministeriums gemacht, welche glänzende Resultate lieferten. Dies war ein großes Glück für Abbe und Zeiß, denn sie erhielten aus dem glastechnischen Laboratorium von Schott die optisch vollkommensten, unter Verwendung einer viel größeren Anzahl chemischer Bestandteile wie bisher, insbesondere durch Anwendung von Phosphorsäure und der Borsäure neben der Kieselsäure hergestellten Gläser in mannigfaltiger Art und dadurch die früher nicht gebotene Möglichkeit, die Fehler der Farbenabweichung der neuen Mikroskop-Objektive der 10linsigen Apochromate mit den Konpensationsokularen (1886) fast ganz aufzuheben. Mit dem neuen Glasmaterial, dem sich Linsenkombinationen aus dem seltenen Flußspat von sehr geringer Lichtzerstreuung anreihten, lieferte Abbe ein Mikroskop mit einem in allen Teilen des Gesichtsfeldes scharfen Bild, ohne Farbenfehler und optisch von einer bis dahin unerreichten Richtigkeit der Abbildung. Die neuen Gläser haben auch in anderen Zweigen der Optik, bei Herstellung von photographischen Linsen und Fernrohrobjektiven, fruchtbar

gewirkt. Es wurden Gläser hergestellt, die nur Strahlen von gewisser Wellenlänge durchlassen, ferner Thermometerglas ohne Depression des Nullpunktes und Geräteglas mit geringeren Ausdehnungskoeffizienten, welches plötzliche Erwärmung und Abkühlung erträgt.

Zu erwähnen ist noch die weit bekannte und viel angewendete Abbe-Zeißsche Zählkammer, ein sinnreiches Instrument mit dem in kurzer Zeit die Zahl der Blutkörperchen in einem gewissen Volumen Blut erhalten werden kann.

Durch alle diese Neuerungen war es gelungen, das Mikroskop in seinen Leistungen in hohem Grade zu verbessern und Dinge damit sichtbar zu machen, die man früher nicht zu erkennen vermochte. Der Nutzen für die Wissenschaft blieb auch nicht aus. Die heutige Entwicklung der Lehre von den feinsten normalen und pathologischen Formen der tierischen und pflanzlichen Organismen wäre ohne Abbes Mitarbeit nicht möglich gewesen. Vor allem ist dadurch die Erforschung der niedersten kleinsten Lebewesen, der Bakterien, welche dem Menschengeschlechte verheerende Erkrankungen bringen, gefördert worden und es wird auf Grund solcher Beobachtungen sich auch die Hilfe gegen diese schlimmen Feinde anbahnen. Robert Koch, der durch die Entdeckung des Tuberkelbazillus den Grund zur jetzigen Bakteriologie legte, erkannte es an, daß er ohne die Abbeschen Immersionsmikroskope diese zarten Gebilde nicht gesehen hätte.

Größer wie als Forscher und die Wissenschaft anwendender Gelehrter ist Abbe als gewaltiger Organisator und Sozialpolitiker. Mit einem einzigartigem Geschick und einer unerreichten Tatkraft, ohne Rücksicht nur sein Ziel verfolgend, wußte er seine Werkstätte auszudehnen und zu der größten Fabrik der Art auf der Erde, zu einer Großindustrie, zu erheben. Man könnte allerdings in Zweifel sein, ob ein solcher gesteigerter Betrieb für den Fortschritt in wissenschaftlichen Dingen das günstigste sei, oder doch so wie die Ansammlung von Kapitalien in einer Hand oder die großen Geschäftshäuser im sozialen Leben gewisse Nachteile mit sich bringt. Als

Abbe (1875) als stiller Teilhaber in das Geschäft von Karl Zeiß eintrat, waren 25 Arbeiter in demselben beschäftigt; nach dem Tode von Karl Zeiß und dem Ausscheiden von dessen Sohn (1888) war Abbe der alleinige Inhaber und Leiter der Fabrik bis 1891, wo sie über 2000 Arbeiter und 160 Angestellte zählte. Für diese sorgte er in wahrhaft väterlicher Weise und man kann sagen, daß er mit seinen Einrichtungen einen Teil der sozialen Probleme löste. Abbe hatte schon früher (1889) die Karl Zeiß-Stiftung gegründet, in welche nun die ganze Werkstätte aufgenommen wurde; dieser Stiftung überließ er (1891) den größten Teil seines Vermögens und trat ihr sein Eigentumsrecht vollständig ab, indem er nur einfaches Verwaltungsmitglied derselben blieb. Diese Karl Zeiß-Stiftung mit ihrer tiefdurchdachten, von ihm geschaffenen Verfassung und sozialen Organisation war wohl das bedeutsamste Werk und die größte Tat seines Lebens. Es war darin für die materielle Lage der Arbeiter in freigebigster Weise gesorgt; sie beziehen zumeist Stücklohn und können nach einigen Jahren sich jährlich auf 1800 Mark stehen, erprobte Arbeiter bis zu 3000 Mark; die Arbeiter und Beamten sind, mit Ausnahme der Verwaltungsmitglieder, am Gewinn beteiligt nach Abzug der statutenmäßig stattfindenden Zuwendungen an die Universität. Bei achtstündiger Arbeitszeit ist Urlaub mit Lohnfortzahlung und Pensionsberechtigung vorgesehen. Die Stiftung verfügt für die Fabrik über eine Pensionskasse, eine Spar- und Krankenkasse, eine Fortbildungsschule, über Freitische für jugendliche Arbeiter und anderes.

Durch besondere eigenartige Anordnungen suchte er seine Ideen und sein Werk für alle Zukunft sicher zu stellen, indem er das Unternehmen aus einem persönlichen in ein unpersönliches verwandelte. Es ist zu wünschen, daß sich die immerhin sehr komplizierten Einrichtungen auch unter den Bedingungen veränderter Zeitverhältnisse erhalten lassen.

Ganz besonders segensreich wirkt das von der Stiftung mit einen Kostenaufwand von einer Million Mark errichtete Volkshaus, nach seinem Tode Ernst Abbe-Haus genannt, welches

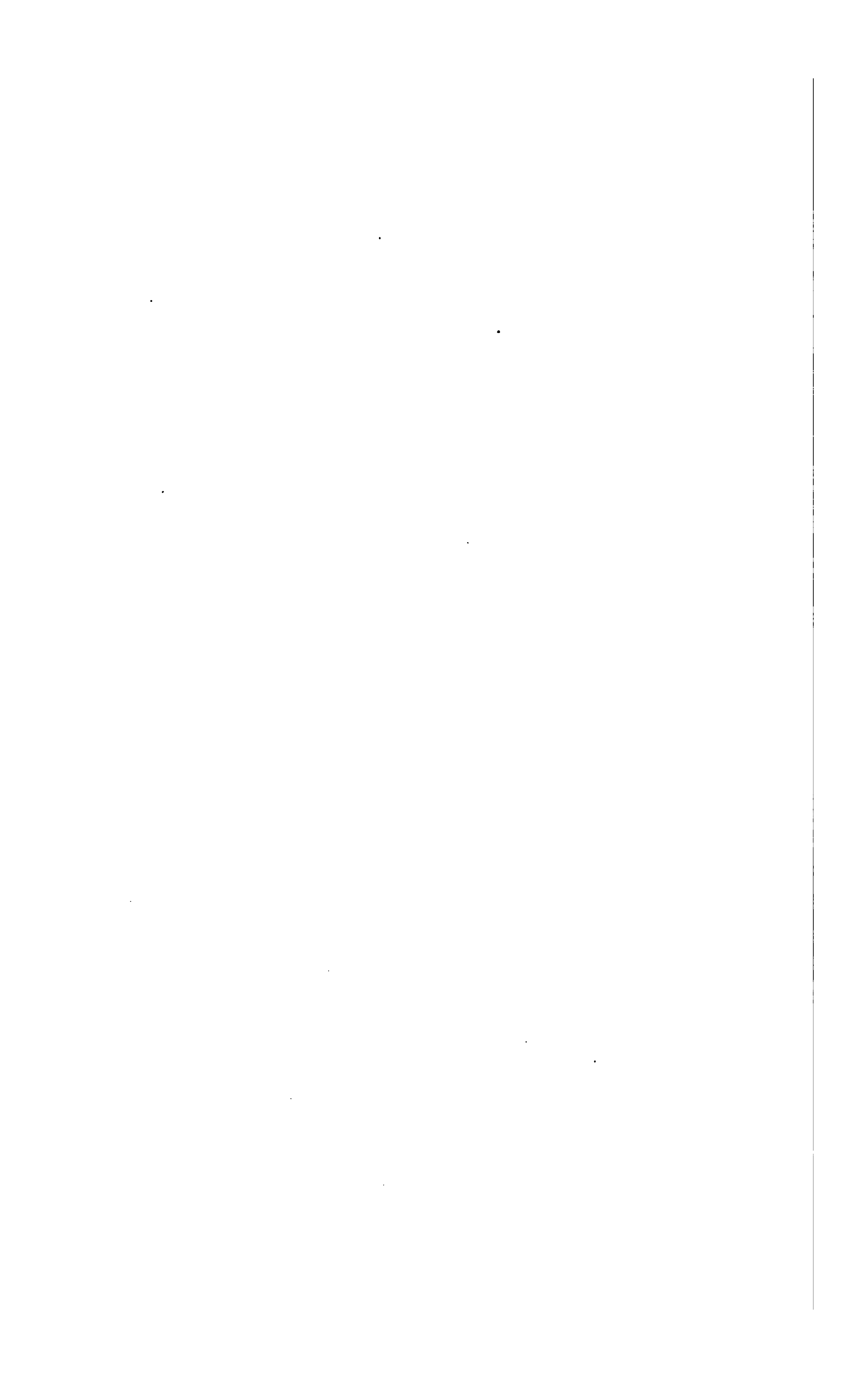
allen Schichten der Bevölkerung zugänglich ist und eine reich ausgestattete, öffentliche Lesehalle, eine wertvolle Bibliothek, eine Gewerbeschule, Säle für Unterhaltungen und Versammlungen, einen großen Saal für Konzerte und Vorträge, und eine Kunstausstellung enthält.

Großartig sind ferner seine einmaligen Zuwendungen, namentlich für die Universität Jena zur Förderung der Naturwissenschaften, zum Neubau des Universitätsgebäudes und von Instituten der Universität; sie betragen über zwei Millionen Mark. Außerdem werden aus der Karl Zeiß-Stiftung jährlich beträchtliche Summen für die Erhaltung und den Betrieb der Institute, zur Besoldung von außerordentlichen Professoren etc. unter der Bedingung einer absoluten Lehrfreiheit gewährt. Dadurch ist die Karl Zeiß-Stiftung neben den thüringischen Staaten die Erhalterin der Universität Jena; sie ermöglichte Jena zur Konkurrenz mit den anderen größeren Universitäten.

So suchte Abbe Bildung und Kenntnisse zu verbreiten als das Hilfsmittel für den Fortschritt der Menschheit und ihr Wohlergehen. Er ging dabei von der Ansicht aus, daß der einzelne Mensch die Früchte der Leistungen, welche er, von der Kultur der Gesamtheit getragen, erwirbt, nicht für sich allein beanspruchen darf, sondern die Gesamtheit daran Anteil nehmen lassen muß.

In seltener Uneigennützigkeit und Aufopferungsfähigkeit hatte er sich seines großen Reichtums entäußert, um seine Ideen zu verwirklichen.

Er selbst blieb trotz des um ihn verbreiteten Reichtums und trotz hoher Ehren der schlichte Gelehrte von größter Einfachheit in seiner Lebensweise; er hatte kein anderes Bestreben, als durch unablässige Tätigkeit in ungestümem Schaffensdrang zu nützen. Durch geistige Überanstrengung hatte er sich ein schweres Nervenleiden zugezogen, das seine letzten Lebensjahre trübte und den an geistige Arbeit Gewohnten zwang, derselben zu entsagen.





Inhalt.

Die mit * bezeichneten Abhandlungen werden in den Sitzungsberichten nicht abgedruckt.

Sitzung vom 13. Mai 1905. Seite

J. B. Messerschmitt: Beeinflussung der Magnetographen-Aufzeichnungen durch Erdbeben und einig andere terrestrische Erscheinungen 135

G. Glungler: Das Eruptivgebiet zwischen Weiden und Tirschenreuth und seine kristalline Umgebung 169

*H. Alt: Über die Verdampfungswärme des flüssigen Sauerstoffs und Stickstoffs 134

Sitzung vom 3. Juni 1905.

A. Föppl: Über die Torsion von runden Stäben mit veränderlichem Durchmesser 249

*E. v. Fedorow: Über Syngonielehre 247

Sitzung vom 1. Juli 1905.

*E. Voit: Über Glykogenbildung aus Eiweiß 263

S. Guggenheimer: Über die universellen Schwingungen von Systemen von Rotationskörpern 265

O. Perron: Note über die Konvergenz von Kettenbrüchen mit positiven Gliedern 315

Öffentliche Sitzung zur Feier des 146. Stiftungstages am 15. März 1905.

*K. Th. v. Heigel: Rede zu Schillers Gedächtnis und Mitteilungen 323

C. v. Voit: Nekrologe 327

*A. Rothpletz: Denkrede auf Karl Alfred v. Zittel 328

Einsendung von Druckschriften . . . . 1*—26*

Akademische Buchdruckerei von F. Straub in München.

Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Klasse

der

K. B. Akademie der Wissenschaften

zu München.

1905. Heft III.

München
Verlag der K. B. Akademie der Wissenschaften
1906.

In Kommission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).



Sitzungsberichte

der

Königl. Bayer. Akademie der Wissenschaften.

Mathematisch-physikalische Klasse.

Sitzung vom 4. November 1905.

1. Herr Siegmund Günther legt eine gemeinschaftlich mit dem K. Reallehrer Simon Dannbeck in Weißenburg i. F. verfaßte Abhandlung: „Die Vorgeschichte des barischen Windgesetzes“ vor.

Während die Frage, wann und von wem zuerst der Satz aufgestellt ward, der gewöhnlich den Namen Buy's Ballots trägt, schon wiederholt für die neuere Zeit erörtert wurde, blieb die frühere Zeit so lange unberücksichtigt, bis 1885 v. Bezold auf das Verdienst des Breslauer Physikers Brandes aufmerksam machte. Es ergibt sich jedoch, daß schon 1765 J. H. Lambert in den Denkschriften der damaligen kurbayerischen Akademie mit aller Bestimmtheit behauptete: Die Luft bewegt sich aus einem Gebiete stärksten Druckes gegen ein Gebiet niedrigsten Barometerstandes. Beginnend mit Hadley, dem Begründer der heute noch giltigen Lehre von den Passatwinden, wurde die einschlägige Literatur nach Anklängen an die seit 1860 zur Herrschaft gelangte Anschauung durchforscht, indem wiederholt das betreffende atmosphärische Grundgesetz sich als geradezu „in der Luft liegend“ herausstellte.

2. Herr Alfred Pringsheim hält einen Vortrag: „Über einige Konvergenz-Kriterien für Kettenbrüche mit komplexen Gliedern“.

Über einige Konvergenz-Kriterien für Kettenbrüche mit komplexen Gliedern.

Von **Alfred Pringsheim.**

(*Eingelaufen 15. November.*)

In einer früheren Mitteilung[1]) habe ich für die unbedingte Konvergenz des Kettenbruches

$$\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty,$$

wo die a_ν, b_ν beliebige komplexe Zahlen (natürlich mit Einschluß der reellen) bedeuten, u. a. die folgenden hinreichenden Bedingungen angegeben:[2])

$$\text{(a)} \quad \left|\frac{a_2}{b_1 b_2}\right| < \frac{1}{2}, \quad \left|\frac{a_{2\nu+1}}{b_{2\nu} b_{2\nu+1}}\right| + \left|\frac{a_{2\nu+2}}{b_{2\nu+1} b_{2\nu+2}}\right| \leqq \frac{1}{2} \text{ für } \nu \geqq 1;$$

und ich habe darauf hingewiesen, daß eine andere von Herrn Helge von Koch[3]) mit Hilfe von unendlichen Kettenbruch-Determinanten abgeleitete Konvergenz-Bedingung, nämlich die absolute Konvergenz der Reihe $\sum \frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu}$ mit dem Zusatze:

$$\text{(b)} \qquad \sum_2^\infty{}^\nu \left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu}\right| < \frac{1}{2},$$

---

[1]) Dieser Berichte Bd. 28 (1898), p. 295 ff.

[2]) A. a. O. p. 323.

[3]) Comptes rendus, T. 120 (1895), p. 145.

als ein sehr spezieller Fall der Bedingung (a) erscheint.[1]) Nun bin ich neuerdings darauf aufmerksam gemacht worden, daß Herr Helge von Koch die Bedingung (b) späterhin zu der folgenden erweitert hat:[2])

$$\text{(c)} \qquad \sum_{2}^{\infty}{}^{\nu} \left| \frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu} \right| < 1,$$

die dann allerdings nicht mehr ohne weiteres als eine unmittelbare Folge aus den Bedingungen (a) angesehen werden kann. Denn die Bedingung (c) würde immerhin noch gestatten, daß entweder:

$$\left| \frac{a_2}{b_1 b_2} \right| = a, \text{ wo } \frac{1}{2} \leq a < 1,$$

oder für ein einzelnes bestimmtes n:

$$\left| \frac{a_{2n+1}}{b_{2n} b_{2n+1}} \right| + \left| \frac{a_{2n+2}}{b_{2n+1} b_{2n+2}} \right| = a', \text{ wo } \frac{1}{2} < a' < 1,$$

sofern nur die Summe aller übrigen Terme $\left| \frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu} \right|$ dann unterhalb $1 - a$ bezw. $1 - a'$ bleibt. Mit anderen Worten, sie gestattet einer oder allenfalls zweien der Zahlen $\left| \frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu} \right|$ eine etwas größere Freiheit, wogegen dann die Gesamtheit aller übrigen in ganz unverhältnismäßig stärkerer Weise eingeschränkt wird, als durch die Ungleichungen (a). Obschon hiernach das Kriterium (c) sichtlich einen sehr viel spezielleren Charakter trägt, als das Kriterium (a) und der soeben näher charakterisierte Einzelfall, in welchem das Kriterium (c) über

[1]) A. a. O. p. 323, woselbst infolge eines Druckfehlers sich die Angabe $\sum_{1}^{\infty}{}^{\nu}$ statt $\sum_{2}^{\infty}{}^{\nu}$ findet. — Ich möchte bei dieser Gelegenheit gleich noch einen weiteren, mehrfach wiederkehrenden und sinnentstellenden Schreib- oder Druckfehler berichtigen. Auf p. 312, Formel (34) und Fußnote 1, Zeile 4, ferner auf p. 317, Formel (54) und (55) muß es statt $a_\nu - |b_\nu|$ durchweg $|b_\nu| - |a_\nu|$ heißen.

[2]) Bullet. Soc. math. de France, T. 23 (1895), p. 37.

das Kriterium (a) hinausgreift, für die Praxis wohl kaum wesentlich in Betracht kommen dürfte, so schien es mir immerhin wünschenswert zu zeigen, daß das von Herrn Helge von Koch mit Hilfe funktionentheoretischer Betrachtungen hergeleitete Kriterium (c) mit ganz denselben rein-elementaren Hilfsmitteln gewonnen werden kann, welche mir zur Herleitung des Kriteriums (a) gedient hatten. Dabei wird sich sogar an Stelle der Bedingung (c) die noch um ein weniges weitere ergeben (s. unten § 2 am Schlusse):

$$\text{(d)} \qquad \sum_2^\infty {}^{\nu} \left| \frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu} \right| \leq 1.$$ [1]

Ferner hat Herr C. B. van Vleck[2]) für eine spezielle Form von Kettenbrüchen ein Konvergenz-Kriterium angegeben und daran die Bemerkung geknüpft, daß das für $b_\nu = 1$ $(\nu = 1, 2, 3, \ldots)$ aus (a) hervorgehende Kriterium, also die Bedingung:

$$\text{(e)} \qquad |a_2| < \frac{1}{2}, \quad |a_{2\nu+1}| + |a_{2\nu+2}| \leq \frac{1}{2} \text{ für } \nu \geq 1,$$

welche (abgesehen von dem besonderen Falle durchweg reeller positiver a_ν) bisher wohl als das allgemeinste Kriterium für die Konvergenz von Kettenbrüchen der Form $\left[\frac{a_\nu}{1}\right]_1^\infty$ anzusehen gewesen sei, lediglich einen speziellen Fall des von ihm gefundenen Konvergenz-Kriteriums darstelle. Das ist allerdings richtig, rührt aber doch einzig und allein davon her, daß das Kriterium des Herrn van Vleck — wie diesem entgangen zu sein scheint — ganz unmittelbar aus demselben, in der zitierten Mitteilung von mir abgeleiteten Haupt-Kriterium[3])

---

[1]) Die Erweiterung $\sum_2^\infty {}^{\nu} \left| \frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu} \right| = 1$ dürfte zwar schwerlich irgendwelches praktische, doch immerhin einiges theoretische Interesse beanspruchen, da gerade für diesen Fall die von Kochsche Beweismethode völlig versagt.

[2]) Transact. Americ. math. Soc. Vol. 2 (1901), p. 481.

[3]) A. a. O. p. 316.

folgt, welches eben auch die Grundlage des Kriteriums (e) bildet. Bei der Herleitung des van Vleckschen Kriteriums aus dem genannten Haupt-Kriterium gewinnt man überdies für dasselbe eine merklich präzisere Fassung als die von Herrn van Vleck angegebene, welche nach meinem Dafürhalten leicht mißverstanden werden kann, zum mindesten aber bezüglich der Tragweite einer darin enthaltenen Aussage der genügenden Klarheit ermangelt (s. unten § 3).

Außer der Erledigung der soeben näher bezeichneten Punkte enthält die vorliegende Note verschiedene Ergänzungen und Verallgemeinerungen der in jener früheren Mitteilung von mir abgeleiteten Konvergenzsätze. Insbesondere wird das oben erwähnte Haupt-Kriterium noch in gewisser Weise vervollkommnet und eine zwar sehr naheliegende, indessen, wie mir scheint, bisher wohl nicht bemerkte und an sich nicht uninteressante Umformung desselben angegeben (§ 1). Sodann aber wird daraus ein anderes Kriterium abgeleitet (§ 2), welches in Bezug auf Allgemeinheit der Form (ich sage nicht der Tragweite) eine merkliche Analogie mit dem Kummerschen Reihen-Kriterium darbietet und welches im übrigen außer dem Kriterium (a) (und einer beliebig zu vermehrenden Anzahl ähnlicher) auch das Kriterium des Herrn Helge von Koch (in der erweiterten Form (d)) und dasjenige des Herrn van Vleck als spezielle Fälle enthält.

---

§ 1.

1. Der Inhalt des früher von mir abgeleiteten Haupt-Kriteriums (a. a. O. p. 316, 317) kann folgendermaßen ausgesprochen werden:

Bedeuten a_ν, b_ν ($\nu = 1, 2, 3, \ldots$) beliebige (reelle oder komplexe) Zahlen, so bildet die Bezeichnung

$$|b_\nu| - |a_\nu| \geqq 1 \quad (\nu = 1, 2, 3, \ldots) \tag{1}$$

eine hinreichende Bedingung für die unbedingte Konvergenz des

Kettenbruches $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$. *Sein absoluter Wert liegt stets zwischen* 0 *und* 1, *außer wenn die folgenden* d r e i *Bedingungen gleichzeitig erfüllt sind:*

a) Es ist für $\nu = 1, 2, 3, \ldots$ *durchweg* $|b_\nu| - |a_\nu| = 1$.

b) Es ist für $\nu = 1, 2, 3, \ldots$ *durchweg* $\frac{a_{\nu+1}}{b_\nu \cdot b_{\nu+1}} < 0$ *(also reell und negativ).*

c) Die Reihe $\sum_1^\infty {}^\nu |a_1 a_2 \ldots a_\nu|$ *divergiert.*

In diesem Falle hat man:

$$\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty = \frac{a_1}{b_1} \cdot \left|\frac{b_1}{a_1}\right|, \quad \text{also:} \quad \left|\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty\right| = 1. \tag{2}$$

Der auf den W e r t des fraglichen Kettenbruches bezügliche zweite Teil des vorstehenden Satzes gestattet zunächst, die Bedingung (1), soweit sie sich auf den Index $\nu = 1$ bezieht, merklich zu erweitern. Ist nämlich die Bedingung (1) nur für $\nu \geqq 2$ erfüllt, so konvergiert jedenfalls der Kettenbruch $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_2^\infty$ unbedingt und zwar, sofern nicht der oben genau bezeichnete und sogleich auch noch näher zu erörternde A u s n a h m e f a l l eintritt, gegen einen Wert, dessen absoluter Betrag k l e i n e r als 1 ist. Unterwirft man daher b_1 nur der Bedingung:

$$|b_1| \geqq 1, \tag{3}$$

so ist im a l l g e m e i n e n F a l l e $b_1 + \left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_2^\infty$ v o n N u l l v e r s c h i e d e n, also schließlich auch der Kettenbruch $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$ unbedingt k o n v e r g e n t. Tritt aber jener A u s n a h m e f a l l ein, d. h. bestehen die oben mit *a*) und *b*) bezeichneten Bedingungen für $\nu \geqq 2$ gleichzeitig mit der Divergenz der Reihe $\sum_2^\infty {}^\nu |a_2 a_3 \ldots a_\nu|$

(oder, was offenbar auf dasselbe hinausläuft gleichzeitig mit der Divergenz der unter c) angegebenen Reihe $\sum_1^\infty{}^\nu \mid a_1 a_2 \ldots a_\nu$), so ergibt sich mit Berücksichtigung von Gl. (2):

$$\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_2^\infty = \frac{a_2}{b_2} \cdot \left|\frac{b_2}{a_2}\right| \tag{4}$$

Daraus folgt aber, daß der Kettenbruch $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$ auch in diesem Falle noch unbedingt konvergiert, sofern nur

$$b_1 + \frac{a_2}{b_2} \cdot \left|\frac{b_2}{a_2}\right|$$

von Null verschieden ist. Man gewinnt somit die folgende Verbesserung des zuerst ausgesprochenen Konvergenz-Kriteriums:

Für die unbedingte Konvergenz des Kettenbruches $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$ *ist hinreichend, daß:*

$$(\mathrm{A})\begin{cases} (1) & |b_1| > 1 \\ (2) & |b_\nu| - |a_\nu| \geqq 1 \text{ für } \nu \geqq 2. \end{cases}$$

Nur, wenn durchweg:

$$(\mathrm{A}', 2) \qquad |b_\nu| - |a_\nu| = 1 \text{ für } \nu \geqq 2,$$

außerdem:

$$(\mathrm{A}', 3) \qquad \frac{a_{\nu+1}}{b_\nu \cdot b_{\nu+1}} < 0 \text{ für } \nu \geqq 2,$$

$$(\mathrm{A}', 4) \qquad \sum_2^\infty{}^\nu \mid a_2 a_3 \ldots a_\nu \mid \textit{ divergent},$$

so hat man die Bedingung (A, 1) *durch die folgende zu ersetzen:*

$$(\mathrm{A}', 1) \qquad b_1 \neq -\frac{a_2}{b_2} \cdot \left|\frac{b_2}{a_2}\right|.[1]$$

[1]) Für $b_1 = -\frac{a_2}{b_2} \cdot \left|\frac{b_2}{a_2}\right|$ wird der Kettenbruch $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$ infolge der Beziehung (4) *eigentlich divergent.*

Zusatz. Man bemerke, daß in dem besonders häufigen Falle lauter reeller positiver b_ν die auf den Ausnahmefall bezüglichen Bedingungen (A′, 3), (A′, 1) sich auf die folgenden beiden reduzieren:

(5) $$a_{\nu+1} < 0 \text{ für } \nu > 2, \quad b_1 \neq -\frac{a_2}{|a_2|},$$

und daß die zweite dieser Bedingungen einfach lautet

(5bis) $$b_1 \neq 1,$$

wenn auch noch $a_2 < 0$ ist.

2. Transformiert man den Kettenbruch $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$ mit Hilfe der beliebig, nur von Null verschieden zu wählenden Konstanten $c_0, c_1, c_2, \ldots$ in einen äquivalenten, so wird:

(6) $$\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty = \frac{1}{c_0}\left[\frac{c_{\nu-1}\, c_\nu\, a_\nu}{c_\nu\, b_\nu}\right]_1^\infty,$$

also, wenn man für $\nu = 0, 1, 2, \ldots$

$$c_\nu = \frac{1}{a_{\nu+1}}$$

setzt:

$$\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty = a_1 \cdot \left[\frac{1 : a_{\nu+1}}{b_\nu : a_{\nu+1}}\right]_1^\infty.$$

Wird jetzt auf den so transformierten Kettenbruch der zuletzt bewiesene Satz angewendet, so nehmen die Konvergenz-Bedingungen (A) die Form an:

$$\left|\frac{b_1}{a_2}\right| > 1, \text{ also: } |b_1| > |a_2|$$

$$\left|\frac{b_\nu}{a_{\nu+1}}\right| - \left|\frac{1}{a_{\nu+1}}\right| > 1, \text{ also: } |b_\nu| - a_{\nu+1}| > 1 \quad (\nu > 2).$$

während die Ersatzbedingung (A′, 1) nunmehr lautet:

$$\frac{b_1}{a_2} \neq -\frac{|b_2|}{b_2}, \text{ also: } b_1 \neq -\frac{|b_2|}{b_2} \cdot a_2$$

und der sie erfordernde Ausnahmefall eintritt, wenn:

$$|b_\nu| - |a_{\nu+1}| = 1, \quad \frac{a_{\nu+1}}{b_\nu \cdot b_{\nu+1}} < 0 \quad (\nu \geqq 2)^{1)}$$

und $\sum_2^\infty {}^\nu \, |a_2 a_3 \ldots a_\nu|^{-1}$ divergiert. Es besteht somit neben dem zuvor ausgesprochenen Konvergenz-Satze auch der folgende:

Für die unbedingte Konvergenz des Kettenbruches $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$ *ist hinreichend, daß:*

$$\text{(B)} \begin{cases} (1) & |b_1| > a_2 \\ (2) & |b_\nu| - |a_{\nu+1}| \geqq 1 \text{ für } \nu \geqq 2. \end{cases}$$

Nur, wenn durchweg:

$$\text{(B}', 2) \qquad |b_\nu| - |a_{\nu+1}| = 1 \text{ für } \nu \geqq 2,$$

außerdem:

$$\text{(B}', 3) \qquad \frac{a_{\nu+1}}{b_\nu \cdot b_{\nu+1}} < 0 \text{ für } \nu \geqq 2,$$

$$\text{(B}', 4) \qquad \sum_2^\infty {}^\nu \, |a_2 a_3 \ldots a_\nu|^{-1} \textit{ divergent},$$

so hat man die Bedingung (B, 1) *durch die folgende zu ersetzen:*

$$\text{(B}', 1) \qquad b_1 \neq -\frac{|b_2|}{b_2} \cdot a_2.$$

1) Man bemerke, daß bei jeder Transformation eines Kettenbruches $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$ in einen äquivalenten $\left[\frac{a'_\nu}{b'_\nu}\right]_1^\infty$ stets:

$$\frac{a'_{\nu+1}}{b'_\nu \, b'_{\nu+1}} = \frac{a_{\nu+1}}{b_\nu \, b_{\nu+1}}$$

wegen:

$$a'_{\nu+1} = c_\nu \, c_{\nu+1} \cdot a_{\nu+1}$$
$$b'_\nu = c_\nu \cdot b_\nu$$
$$b'_{\nu+1} = c_{\nu+1} \cdot b_{\nu+1}.$$

§ 2.

1. Schreibt man die Transformations-Formel (6) folgendermaßen:

$$(7) \qquad \left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty = \left[\frac{c_1 a_1}{c_1 b_1}, \frac{c_{\nu-1} c_\nu a_\nu}{c_\nu b_\nu}\right]_2^\infty$$

und setzt sodann für $\nu = 1, 2, 3, \ldots$

$$c_\nu = \frac{p_\nu}{b_\nu},$$

so wird:

$$(8) \qquad \left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty = \left[\frac{p_1 a_1 : b_1}{p_1}, \frac{p_{\nu-1} p_\nu a_\nu : b_{\nu-1} b_\nu}{p_\nu}\right]_2^\infty.$$

Versteht man jetzt unter $p_1, p_2, p_3, \ldots$ irgend eine Folge **positiver** Zahlen, so lehren die Bedingungen (A) des vorigen Paragraphen, daß der fragliche Kettenbruch unbedingt konvergiert, wenn

$$(9) \qquad p_1 \geqq 1$$

und für $\nu \geqq 2$:

$$(10) \quad p_\nu - p_{\nu-1} p_\nu \left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu}\right| \geqq 1, \text{ d. h. } \left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu}\right| \leqq \frac{p_\nu - 1}{p_{\nu-1} p_\nu}.$$

Der „Ausnahmefall“, welcher hier eintritt, wenn durchweg

$$(11) \qquad \left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu}\right| = \frac{p_\nu - 1}{p_{\nu-1} p_\nu} \text{ für } \nu \geqq 2,$$

$$(12) \qquad \frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu} < 0 \text{ für } \nu \geqq 3,$$

und die Reihe mit dem allgemeinen Gliede

$$p_1 p_2 \left|\frac{a_2}{b_1 b_2}\right| \cdot p_2 p_3 \left|\frac{a_3}{b_2 b_3}\right| \cdots p_{\nu-1} p_\nu \left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu}\right|,$$

also die Reihe

$$(13) \qquad \sum_2^\infty{}^\nu (p_2 - 1)(p_3 - 1) \cdots (p_\nu - 1)$$

divergiert, würde zur Konvergenz des fraglichen Kettenbruches an Selle der Bedingung (9) zunächst die folgende erfordern (s. die zweite der Ungleichungen (5)):

$$p_1 \neq -\frac{a_2}{b_1 b_2} \cdot \left|\frac{b_1 b_2}{a_2}\right|.$$

Da aber die rechte Seite dieser Ungleichung eine Zahl mit dem absoluten Betrage 1 ist und andrerseits p_1 von vornherein eine positive Zahl bedeutet, so kommt die vorstehende Bedingung überhaupt nur dann in Betracht, wenn sie die Form hat:

$$p_1 \neq 1 \tag{14}$$

und dies ist dann und nur dann der Fall, wenn:

$$\frac{a_2}{b_1 b_2} < 0, \tag{15}$$

mit anderen Worten, wenn die Bedingung (12) auch schon für $\nu = 2$ erfüllt ist. In der Tat konvergiert alsdann, wie aus dem zu Anfang von § 1 zitierten Hauptsatze hervorgeht (s. Gl. (2)), der Kettenbruch

$$\left[\frac{p_{\nu-1} p_\nu a_\nu : b_{\nu-1} b_\nu}{p_\nu}\right]_2^\infty$$

gegen den Wert -1 (und zwar, auf Grund einer bekannten Eigenschaft der Näherungsbrüche von Kettenbrüchen mit lauter negativen Teilzählern und positiven Teilnennern,[1]) numerisch wachsend), so daß also im Falle $p_1 = 1$ der vorgelegte Kettenbruch eigentlich divergiert (noch genauer gesagt nach $+\infty$, wenn $\frac{a_1}{b_1} > 0$ ist).

Durch Zusammenfassung der vorstehenden Ergebnisse gewinnt man somit den folgenden Satz:

[1]) Stern, Journ. f. Math. 10 (1833), p. 367. Vgl. z. B. Stolz-Gmeiner, Einleitung in die Funktionentheorie (1905), p. 496, 523. — Enzyklopädie der Math. Wissensch. I, p. 125.

Der Kettenbruch $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$ *ist unbedingt konvergent, wenn irgend eine Folge positiver Zahlen* p_ν ($\nu = 1, 2, 3, \ldots$ *und zwar* $p_1 \geq 1$) *existiert, derart daß:*

$$\text{(C)} \qquad \left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1}\, b_\nu}\right| \leq \frac{p_\nu - 1}{p_{\nu-1}\, p_\nu} \qquad \text{für } \nu \geq 2.$$ [1]

In dem einzigen Falle, daß folgende vier Bedingungen gleichzeitig bestehen:

$$(\mathrm{C}')\begin{cases} (1) & p_1 = 1, \\ (2) & \left|\dfrac{a_\nu}{b_{\nu-1}\, b_\nu}\right| = \dfrac{p_\nu - 1}{p_{\nu-1}\, p_\nu} \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad \Bigg\} \text{ für } \nu \geq 2, \\ (3) & \dfrac{a_\nu}{b_{\nu-1}\, b_\nu} < 0 \\ (4) & \sum_2^\infty {}_\nu (p_2 - 1)(p_3 - 1) \cdots (p_\nu - 1) = +\infty, \end{cases}$$

divergiert der Kettenbruch und zwar eigentlich.

2. Durch passende Spezialisierung der Zahlen p_ν lassen sich aus dem obigen allgemeinen Kriterium mannigfache Spezial-Kriterien herleiten.

I. Setzt man:

$$p_1 = 1, \qquad p_{2\nu} = 2 \text{ für } \nu = 1, 2, 3, \ldots,$$

so nimmt die für $\nu = 2$ aus (C) hervorgehende Anfangs-Bedingung die Form an:

---

[1]) Die Form der Bedingung (C) lehrt, daß die im übrigen völlig willkürlichen positiven Zahlen p_ν für $\nu \geq 2$ eo ipso der Bedingung $p_\nu > 1$ genügen müssen. Übrigens kann man diese einzige Beschränkung auch formal beseitigen, wenn man $1 + p'_\nu$ statt p_ν schreibt, also:

$$\left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1}\, b_\nu}\right| \leq \frac{p'_\nu}{(1 + p'_{\nu-1})(1 + p'_\nu)}.$$

Die in der Einleitung hervorgetretene formale Ähnlichkeit mit dem Kummerschen Reihen-Kriterium liegt in der Willkürlichkeit der p_ν bezw. p'_ν.

$$(\mathrm{I}^a) \qquad \left|\frac{a_2}{b_1 b_2}\right| \leqq \frac{1}{2},$$

während im übrigen durch Trennung der für ungerade und für gerade Indices geltenden Bedingungen resultiert:

$$(16) \qquad \left.\begin{cases} \left|\dfrac{a_{2\nu-1}}{b_{2\nu-2}\, b_{2\nu-1}}\right| \leqq \dfrac{p_{2\nu-1}-1}{2\, p_{2\nu-1}} \\ \left|\dfrac{a_{2\nu}}{b_{2\nu-1}\, b_{2\nu}}\right| \leqq \dfrac{1}{2\, p_{2\nu-1}} \end{cases}\right\} (\nu \geqq 2).$$

Die noch völlig willkürlich (nur größer als 1) anzunehmenden Zahlen $p_{2\nu-1}$ lassen sich durch Addition dieser beiden Ungleichungen ohne weiteres eliminieren. Auf diese Weise ergibt sich:

$$(\mathrm{I}^b) \qquad \left|\frac{a_{2\nu-1}}{b_{2\nu-2}\, b_{2\nu-1}}\right| + \left|\frac{a_{2\nu}}{b_{2\nu-1}\, b_{2\nu}}\right| \leqq \frac{1}{2} \quad (\nu \geqq 2),$$

also in Verbindung mit der Anfangs-Bedingung (I^a) wiederum das in der Einleitung mit (a) bezeichnete Kriterium (mit dem einzigen Unterschiede, daß in der Anfangs-Bedingung nunmehr auch noch das Gleichheitszeichen zugelassen wird).

Um das allgemeine Glied der für den „Ausnahmefall“ in Betracht kommenden Reihe (C′, 4) zu bestimmen, findet man, wenn in den beiden Relationen (16) das Gleichheitszeichen gilt, durch Division der betreffenden Gleichungen:

$$p_{2\nu-1} - 1 = \left|\frac{a_{2\nu-1}\, b_{2\nu}}{a_{2\nu}\, b_{2\nu-2}}\right| \quad (\nu \geqq 2),$$

so daß also die fragliche Reihe (nach Weglassung des einflußlosen Faktors $\left|\frac{1}{b_1}\right|$) die Form annimmt:

$$(17) \qquad \sum_2^\infty{}_\nu \left|\frac{a_3 \cdot a_5 \ldots a_{2\nu-1}}{a_4 \cdot a_6 \ldots a_{2\nu}} \cdot b_{2\nu}\right|.$$

Es verdient vielleicht bemerkt zu werden, daß die Divergenz dieser Reihe, welche ja, falls die übrigen Spezial-

Bedingungen erfüllt sind, die Divergenz des Kettenbruches $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$ nach sich zieht, auf Grund eines bekannten Satzes[1]) gerade eine notwendige Bedingung für die Konvergenz des Kettenbruches $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_2^\infty$ bildet. In der Tat kommt ja die (eigentliche) Divergenz des Gesamt-Kettenbruches nur dadurch zustande, daß der mit $\frac{a_2}{b_2}$ beginnende Kettenbruch gegen den Wert $-b_1$ konvergiert, so daß also die Reihe (17) in dem vorliegenden Falle wirklich stets divergent ist.

II. Setzt man wiederum

$p_1 = 1$, im übrigen aber $p_\nu = 1 + p$, d. h. konstant für $\nu = 2, 3, \ldots$, so nehmen die Bedingungen (C) die Form an:

$$\left|\frac{a_2}{b_1 b_2}\right| \leq \frac{p}{1+p}$$

$$\left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu}\right| \leq \frac{p}{(1+p)^2} \quad \text{für } \nu \geq 3.$$

Da der letzte Ausdruck für $p = 1$ ein Maximum wird, so erweist sich offenbar die Wahl $p = 1$ als die vorteilhafteste. Es ergeben sich alsdann die Konvergenz-Bedingungen:

$$\text{(II)} \qquad \left|\frac{a_2}{b_1 b_2}\right| \leq \frac{1}{2}, \quad \left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu}\right| \leq \frac{1}{4} \quad \text{für } \nu \geq 3,$$

welche im übrigen lediglich einen speziellen Fall der Bedingungen (I^a), (I^b) darstellen und somit nichts Neues bieten.

Da die Reihe (C′, 4) wegen $p_\nu - 1 = 1$ (für $\nu \geq 2$), divergent ist, so muß im Falle $\frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu} < 0$ (für $\nu \geq 2$) in mindestens einer der unter (II) angegebenen Bedingungen das Un-

[1]) Stolz, Vorlesungen über Allg. Arithmetik, Bd. 2 (1886), p. 279. — Stolz-Gmeiner, a. a. O. p. 511. — Enzyklopädie der Math. Wissenschaft I, p. 128.

gleichheitszeichen gelten, wenn der Kettenbruch noch konvergieren soll.

III. Eine etwas höhere obere Schranke für die $\left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu}\right|$ $(\nu \geqq 3)$, als die soeben gefundene (d. h. $\frac{1}{4}$), ergibt sich, wenn man setzt:

$$p_\nu = \frac{2\nu + 1}{\nu + 1} \quad (\nu = 1, 2, 3, \ldots).$$

Die Konvergenz-Bedingungen (C) lauten alsdann:

$$\text{(III)} \qquad \left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu}\right| \leq \frac{\nu^2}{4\nu^2 - 1} \quad (\nu > 2).$$

Da $p_1 = \frac{3}{2}$, also > 1, so ist Divergenz hier ausgeschlossen, selbst wenn alle übrigen Bedingungen des „Ausnahmefalles“ erfüllt sein sollten. Daraus ergibt sich insbesondere, daß der Kettenbruch $\left[\frac{\varepsilon_\nu \nu^2}{2\nu + 1}\right]_1^\infty$, wo die ε_ν reelle oder komplexe Zahlen mit dem absoluten Betrage 1 bedeuten, stets (also selbst in dem ungünstigsten Falle: $a_\nu = -1$ für jedes $\nu \geqq 2$) konvergiert (was aus den bisher bekannten Kriterien nicht ohne weiteres hervorgehen würde).

IV. Der in (C) auftretende Ausdruck $\frac{p_\nu - 1}{p_{\nu-1} p_\nu}$ liefert für die $\left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu}\right|$ $(\nu \geqq 2)$, wie auch die p_ν gewählt werden mögen, eine obere Schranke, die kleiner als 1 ausfällt: in den bisher betrachteten Fällen betrug sie sogar nur $\frac{1}{4}$ (s. II) oder wenig darüber (s. III), bezw., was im wesentlichen auf dasselbe hinausläuft, $\frac{1}{2}$ für die Summe je zweier konsekutiver $\left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1} b_\nu}\right|$ (s. I). Andererseits ist aber klar, daß $\frac{p_\nu - 1}{p_{\nu-1} p_\nu}$ beliebig der Ein-

heit genähert werden kann, wenn man nur p_ν hinlänglich groß, dagegen $p_{\nu-1}$ nur wenig größer als 1 annimmt. Auf Grund dieser Überlegung ergibt sich ein von den bisherigen Kriterien wesentlich verschiedener Kriterien-Typus, bei welchem einer Kategorie von Termen $\left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1}\, b_\nu}\right|$ (z. B. denjenigen mit geradem Index ν) eine obere Schranke zugewiesen wird, die mit unbegrenzt wachsendem Index gegen die Einheit konvergiert, wogegen dann die obere Schranke der anderen Kategorie schließlich der Null zustrebt. Man setze z. B.

$$p_{2\nu-1} = 1 + \frac{1}{q_\nu}, \quad p_{2\nu} = q_\nu \quad (\nu = 1, 2, 3, \ldots),$$

wo q_ν $(\nu = 1, 2, 3, \ldots)$ eine Folge oberhalb der Einheit liegender, mit ν irgendwie ins Unendliche wachsender Zahlen bedeutet. Alsdann ergeben sich aus (C) durch Trennung der für gerade und ungerade Indices ν geltenden Ungleichungen die folgenden Konvergenz-Bedingungen:

$$\text{(IV)} \quad \left|\frac{a_{2\nu}}{b_{2\nu-1}\, b_{2\nu}}\right| \leq \frac{q_\nu - 1}{q_\nu + 1}, \quad \left|\frac{a_{2\nu+1}}{b_{2\nu} b_{2\nu+1}}\right| \leq \frac{1}{q_\nu\,(q_{\nu+1} + 1)} \quad (\nu \geq 1).$$

Wegen $p_1 = 1 + \frac{1}{q_1} > 1$ ist auch hier das Eintreten des „Ausnahmefalles" von vornherein ausgeschlossen.

V. Es möge jetzt unter p_ν $(\nu = 1, 2, 3, \ldots)$ eine Folge mit ν monoton ins Unendliche wachsender Zahlen verstanden und speziell $p_1 = 1$ gesetzt werden. Unterwirft man hierauf die $\left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1}\, b_\nu}\right|$ der Bedingung:

$$\text{(V)} \qquad \left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1}\, b_\nu}\right| \leq \frac{p_\nu - p_{\nu-1}}{p_{\nu-1}\, p_\nu} \qquad (\nu \geq 2),$$

so genügen sie a fortiori der Konvergenz-Bedingung (C) und zwar hat man sogar, da $p_{\nu-1} > 1$ für $\nu \geq 3$:

$$\left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1}\, b_\nu}\right| < \frac{p_\nu - 1}{p_{\nu-1}\, p_\nu} \qquad (\nu \geq 3)$$

(mit Ausschluß der Gleichheit). Somit zieht die Existenz der Bedingung (V) ohne jede Einschränkung die Konvergenz des Kettenbruches $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$ nach sich. Nun ist aber $\frac{p_\nu - p_{\nu-1}}{p_{\nu-1}\, p_\nu}$ das allgemeine Glied einer aus positiven Termen bestehenden konvergenten Reihe von der Beschaffenheit, daß:

$$\sum_2^\infty{}^\nu \frac{p_\nu - 1}{p_{\nu-1}\, p_\nu} = \sum_2^\infty{}^\nu \left(\frac{1}{p_{\nu-1}} - \frac{1}{p_\nu}\right) = \frac{1}{p_1}, \text{ d. h. } = 1.$$

Und umgekehrt läßt sich das allgemeine Glied c_ν jeder positivgliedrigen konvergenten Reihe mit der Summe $\sum_2^\infty{}^\nu c_\nu = 1$ in die obige Form setzen.[1]) Die Bedingung (V) besagt also lediglich, daß $\left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1}\, b_\nu}\right|$ höchstens gleich sein soll dem Gliede c_ν einer konvergenten Reihe, für welche $\sum_2^\infty{}^\nu c_\nu = 1$ ist, d. h. schließlich, daß die Reihe $\sum \left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1}\, b_\nu}\right|$ selbst konvergiert und $\sum_2^\infty{}^\nu \left|\frac{a_\nu}{b_{\nu-1}\, b_\nu}\right| \leqq 1$ ist. Somit ergibt sich:

---

[1]) Vgl. Math. Ann. 35 (1890) p. 327. — Will man auf diesen allgemeinen Satz nicht rekurrieren, so hat man nur zu setzen:

$$\sum_n^\infty{}^\nu c_\nu = \frac{1}{p_{n-1}},$$

also:

$$\sum_2^\infty{}^\nu c_\nu = \frac{1}{p_1} = 1, \; p_n > p_{n-1} \text{ und } \lim_{n=\infty} p_n = +\infty.$$

Da sodann:

$$\sum_{n+1}^\infty c_\nu = \frac{1}{p_n},$$

so folgt, wie behauptet:

$$c_n = \frac{1}{p_{n-1}} - \frac{1}{p_n} = \frac{p_n - p_{n-1}}{p_{n-1}\, p_n}.$$

Der Kettenbruch $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$ *ist unbedingt konvergent, wenn die Reihe* $\sum \frac{a_\nu}{b_{\nu-1}\, b_\nu}$ *absolut konvergiert und*

$$\sum_2^\infty{}_\nu \left| \frac{a_\nu}{b_{\nu-1}\, b_\nu} \right| \leqq 1$$

ausfällt.

Das ist aber das Helge von Kochsche Kriterium mit der in der Einleitung angekündigten Erweiterung.[1])

---

§ 3.

1. Der in der Einleitung erwähnte Konvergenz-Satz des Herrn C. B. van Vleck lautet (in wörtlicher Übersetzung) folgendermaßen:

„Bedeutet r_ν eine positive Zahl, so bildet die Konvergenz der Reihe

$$(18)\quad 1 + \frac{r_2}{1-r_2} + \frac{r_2 r_3}{(1-r_2)(1-r_3)} + \frac{r_2 r_3 r_4}{(1-r_2)(1-r_3)(1-r_4)} + \cdots$$

eine notwendige Bedingung dafür, daß der Kettenbruch

$$(19)\quad \frac{1|}{|1} + \frac{r_2 e^{\vartheta_2 i}|}{|1} + \frac{r_3(1-r_2)e^{\vartheta_3 i}|}{|1} + \frac{r_4(1-r_3)\cdot e^{\vartheta_4 i}|}{|1} + \cdots$$

für alle Werte der Argumente ϑ_ν konvergiert. Diese Bedingung ist auch hinreichend, falls $r_\nu < 1$ für alle Werte von ν."

Wie schon früher bemerkt wurde, scheint mir die Fassung des obigen Kriteriums nicht recht glücklich und zwar aus folgendem Grunde. Es werde angenommen, daß durchweg $r_\nu < 1$. Alsdann ist nach dem Wortlaute des Kriteriums die Konvergenz der Reihe (19) hinreichend, aber auch notwendig, wenn der Kettenbruch (18) für alle Werte der

[1]) Bezüglich der Herleitung des van Vleckschen Kriteriums aus dem Kriterium von Nr. 1 s. Nr. 2 des folgenden Paragraphen.

Argumente ϑ_ν konvergieren soll. Danach muß doch jeder Unbefangene vermuten, daß eine irgendwie nennenswerte Anzahl von Wertkombinationen der ϑ_ν ($\nu = 2, 3, \ldots$) existiert, für welche die Konvergenz der Reihe (19) zur Konvergenz des Kettenbruches (18) wirklich notwendig ist. Nun gibt es aber in Wahrheit einen einzigen Fall, in welchem die Konvergenz jener Reihe für diejenige des Kettenbruches in Frage kommt: nämlich, wenn durchweg $e^{\vartheta_\nu i} = -1$, also $\vartheta_\nu = \pi$ ($\nu = 2, 3, \ldots$) ist. In allen übrigen erdenklichen Fällen konvergiert der Kettenbruch, sofern nur $r_\nu < 1$ ($\nu = 2, 3, \ldots$), mag im übrigen die Reihe (18) konvergieren oder divergieren.[1]) Die in dem obigen Kriterium betonte Notwendigkeit jener Bedingung kommt also lediglich dadurch zustande, daß ein ganz markanter Ausnahmefall, der einzig und allein die Erfüllung jener Bedingung erheischt, mit allen überhaupt vorhandenen übrigen Fällen zu einer Gesamtheit vereinigt und sodann über diese Gesamtheit ohne jede weitere Erklärung eine Aussage gemacht wird, deren Richtigkeit ausschließlich auf der Existenz jenes Ausnahmefalles beruht und die sofort hinfällig wird, wenn man den letzteren aus der Gesamtmenge der Fälle entfernt.

---

[1]) Genügen die r_ν nicht der Bedingung, daß durchweg (oder zum mindesten von einer bestimmten Stelle ab) $r_\nu < 1$, so lassen sich allgemeine Aussagen über eine etwaige Konvergenz des Kettenbruches überhaupt nicht machen. Die in Frage stehende Notwendigkeit jener Konvergenz-Bedingung hat dann wiederum nur den Sinn, daß in dem speziellen Falle $e^{\vartheta_\nu i} = -1$ ($\nu = 2, 3, \ldots$) der Kettenbruch (19) sicher divergiert, wenn die Reihe (18) divergiert.

Das letztere findet z. B. immer statt, wenn durchweg (oder zum mindesten von einer bestimmten Stelle ab) $r_\nu > 1$. Ist dann $e^{\vartheta_\nu i} = -1$ ($\nu = 2, 3, \ldots$), so werden offenbar alle Teilbrüche von einer bestimmten Stelle ab wesentlich positiv. Der mit dem unmittelbar vorangehenden Gliede beginnende Rest-Kettenbruch kann dann mit Hilfe der für Kettenbrüche mit positiven Gliedern geltenden Kriterien beurteilt und eventuell als konvergent erkannt worden, obschon der Gesamt-Kettenbruch nach ∞ divergiert. (Genauer ausgedrückt: sein absoluter Wert divergiert nach $+\infty$, während er selbst zwischen $+\infty$ und $-\infty$ oszilliert).

Eine derartige Darstellungsweise scheint mir aber ein Mißverständnis in Bezug auf die Tragweite der betreffenden Aussage nicht nur nicht auszuschließen, sondern geradezu herauszufordern.

2. Es soll nun zunächst gezeigt werden, wie der obige Konvergenz-Satz in merklich präziserer Fassung sich ohne weiteres aus dem Hauptsatze des § 1 ergibt.

Setzt man zur Abkürzung

$$e^{\vartheta_\nu i} = \varepsilon_\nu \quad (\nu = 2, 3, \ldots),$$

so nimmt der fragliche Kettenbruch (19) mit Benützung der sonst von mir gebrauchten Schreibweise[1]) die Form an:

$$\left[\frac{1}{1}, \frac{\varepsilon_2 r_2}{1}, \frac{\varepsilon_\nu r_\nu (1 - r_{\nu-1})}{1}\right]_3^\infty.$$

Bedeuten dann wiederum $c_2, c_3, \ldots$ irgendwelche Konstanten, so wird zunächst:

$$\left[\frac{1}{1}, \frac{\varepsilon_2 r_2}{1}, \frac{\varepsilon_\nu r_\nu (1 - r_{\nu-1})}{1}\right]_3^\infty = \left[\frac{1}{1}, \frac{\varepsilon_2 c_2 r_2}{c_2}, \frac{\varepsilon_\nu c_{\nu-1} c_\nu r_\nu (1 - r_{\nu-1})}{c_\nu}\right]_3^\infty$$

und wenn jetzt

$$c_\nu = \frac{1}{1 - r_\nu} \quad (\nu = 2, 3, \ldots)$$

gesetzt wird:

$$\left[\frac{1}{1}, \frac{\varepsilon_2 r_2}{1}, \frac{\varepsilon_\nu r_\nu (1 - r_{\nu-1})}{1}\right]_3^\infty = \left[\frac{1}{1}, \frac{\varepsilon_2 r_2 : (1 - r_2)}{1 : (1 - r_2)}, \frac{\varepsilon_\nu r_\nu : (1 - r_\nu)}{1 : (1 - r_\nu)}\right]_3^\infty$$

$$= \left[\frac{1}{1}, \frac{\varepsilon_\nu r_\nu : (1 - r_\nu)}{1 : (1 - r_\nu)}\right]_2^\infty.$$

Bezeichnet man den letzten Kettenbruch zur Abkürzung mit $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$, so hat man

$$b_1 = 1$$

---

[1]) Sitz.-Ber. Bd. 28 (1898), p. 296, Formel (6).

und für $\nu \geqq 2$:

$$|b_\nu| - |a_\nu| = \frac{1 - r_\nu}{|1 - r_\nu|},$$

d. h.

$$|b_\nu| - |a_\nu| \begin{cases} = +1, \text{ wenn } r_\nu < 1, \\ = -1, \text{ wenn } r_\nu > 1. \end{cases}$$

Ist also durchweg $r_\nu < 1$, so genügt der mit $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$ bezeichnete Kettenbruch den Bedingungen (A, 1), (A′, 2) des § 1 und ist somit konvergent mit Ausnahme eines einzigen Falles (s. die Bedingungen (A′, 3), (A′, 4) bezw. den Zusatz zu § 1, Nr. 1), in welchem $\left[\frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_2^\infty \doteq -1$ wird und daher der fragliche Kettenbruch eigentlich divergiert: wenn nämlich

$$\varepsilon_\nu = -1 \quad (\text{für } \nu = 2, 3, \cdots)$$

und die Reihe

$$\sum_2^\infty {}^\nu \, |a_2 a_3 \ldots a_\nu| \text{ d. h. } \sum_2^\infty {}^\nu \, \frac{r_2}{1 - r_2} \cdot \frac{r_3}{1 - r_3} \cdots \frac{r_\nu}{1 - r_\nu}$$

divergiert.

Somit ergibt sich für den zu Anfang dieses Paragraphen zitierten Satz nunmehr die folgende Fassung:

Der Kettenbruch

$$\frac{1|}{|1} + \frac{\varepsilon_2 r_2|}{|1} + \frac{\varepsilon_3 r_3 (1 - r_2)|}{|1} + \frac{\varepsilon_4 r_4 (1 - r_3)|}{|1} + \cdots,$$

wo $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \ldots$ *beliebige komplexe Zahlen mit dem absoluten Betrage* 1, *dagegen* $r_2, r_3, r_4, \ldots$ *positive Zahlen* < 1 *bedeuten, ist unbedingt konvergiert, außer wenn*

$$\varepsilon_\nu = -1 \quad (\text{für } \nu = 2, 3, \ldots)$$

und die Reihe

$$\frac{r_2}{1 - r_2} + \frac{r_2}{1 - r_2} \cdot \frac{r_3}{1 - r_3} + \frac{r_2}{1 - r_2} \cdot \frac{r_3}{1 - r_3} \cdot \frac{r_4}{1 - r_4} + \cdots$$

divergent ist. In diesem Falle konvergiert der mit dem zweiten Gliede beginnende Kettenbruch nach -1, *so daß also der Gesamt-Kettenbruch eigentlich divergiert.*

Im übrigen ist dieser Satz lediglich ein spezieller Fall des im vorigen Paragraphen am Schlusse von Nr. 1 ausgesprochenen allgemeineren Konvergenz-Theorems. Faßt man dort die Bedingungen (C′) ins Auge und setzt durchweg $b_\nu = 1$ $(\nu \geqq 1)$, so folgt, daß der Kettenbruch $\left[\frac{a_\nu}{1}\right]_1^\infty$ unbedingt konvergiert, sofern die a_ν den folgenden Beziehungen genügen:

$$a_2 = \varepsilon_2 \frac{p_2 - 1}{p_2} \quad \text{und für } \nu \geqq 3: \quad a_\nu = \varepsilon_\nu \cdot \frac{p_\nu - 1}{p_{\nu-1} p_\nu},$$

außer wenn durchweg

$$\varepsilon_\nu = -1 \quad \text{für } \nu \geqq 2$$

und die Reihe

$$\sum_2^\infty{}^\nu (p_2 - 1)(p_3 - 1) \ldots (p_\nu - 1)$$

divergent ist, in welchem Falle der betreffende Kettenbruch eigentlich divergiert. Macht man jetzt die Substitution:

$$p_\nu = \frac{1}{1 - r_\nu} \quad (\nu \geqq 2),$$

so daß also $0 < r_\nu < 1$ wegen $p_\nu > 1$ und:

$$p_\nu - 1 = \frac{r_\nu}{1 - r_\nu}, \quad \frac{p_\nu - 1}{p_{\nu-1} p_\nu} = r_\nu (1 - r_{\nu-1})$$

$$\left(\text{speziell: } \frac{p_2 - 1}{p_2} = r_2\right),$$

so nimmt dieses Resultat, wenn man noch dem willkürlich gebliebenen Anfangszähler a_1 den Wert 1 beilegt, genau die Form des oben ausgesprochenen Satzes an.

3. Ich möchte bei dieser Gelegenheit noch bemerken, daß auch zwei andere Theoreme, die Herr van Vleck in der er-

wähnten Abhandlung mitgeteilt hat,[1]) soweit es sich dabei um die Konvergenz des in Frage kommenden Kettenbruches handelt, als ganz unmittelbare Folgerungen eines schon in meiner früheren Mitteilung angegebenen,[2]) in der vorliegenden in § 2, p. 371 unter (II) aufgeführten Kriteriums sich ergeben. Der wesentliche Inhalt jener beiden Theoreme läßt sich in folgender Weise zusammenfassen:

Sind $a_2, a_3, \ldots$ beliebige komplexe Zahlen und besitzen die absoluten Beträge $|a_\nu|$ $(\nu = 2, 3, \ldots)$ die obere Grenze a und den oberen Limes a', so konvergiert der Kettenbruch $\left[\frac{1}{1}, \frac{a_\nu x}{1}\right]_2^\infty$ und zwar gleichmäßig für $|x| \leqq \varrho$, wo $\varrho = \frac{1}{4a}$; er konvergiert, wenn $a' < a$ ist,[3]) *auch noch für $\varrho \leqq |x| < \varrho'$, wo $\varrho' = \frac{1}{4a'}$, und zwar gleichmäßig für $|x| \leqq \varrho' - \delta$ (wo $\delta > 0$ beliebig klein) mit eventuellem Ausschlusse einer endlichen, jedoch bei unbegrenzter Verkleinerung von δ (also in der Nähe des Kreises $|x| = \varrho'$) möglicherweise unbegrenzt zunehmenden Anzahl von Punkten, welche Pole der durch den betreffenden Kettenbruch dargestellten analytischen Funktion sind.*

Dabei ergeben sich die auf die Gleichmäßigkeit der Konvergenz bezüglichen Behauptungen ohne weiteres aus dem Umstande, daß der Kettenbruch konvergent bleibt, wenn man sämtliche Teilzähler $a_\nu x$ durch $-\frac{1}{4}$ ersetzt.

---

[1]) A. a. O. p. 475, Theorem I; p. 477, Theorem II.

[2]) A. a. O. p. 322, Formel (74).

[3]) Es existieren offenbar nur die beiden Möglichkeiten:

$$a' = a \quad \text{und} \quad a' < a.$$

Im übrigen hat man auf Grund der Bedeutung von a und a':

$$|a_\nu| \leqq a \quad \text{für} \quad \nu = 2, 3, \ldots$$

$$|a_\nu| < a + \varepsilon \quad \text{für} \quad \nu > n$$

(bei beliebig kleinem $\varepsilon > 0$ und passend bestimmten n).

Die Vorgeschichte des barischen Windgesetzes.

Von **Siegmund Günther** und **Simon Dannbeck.**

(Eingelaufen 18. November.)

Wie schon bei früherer Gelegenheit kurz angedeutet ward,[1]) unterliegt auch das sogenannte barische Windgesetz von Buys Ballot, durch dessen endgültigen Sieg über die Dovesche Zweistromtheorie in den sechziger und siebziger Jahren des XIX. Jahrhunderts eine neue Epoche in der rationellen Meteorologie heraufgeführt wurde, der stets wiederkehrenden Regel, daß es nicht unvermittelt vor die Welt trat, sondern daß ein langes Vorbereitungsstadium den Boden dafür bereiten mußte. Eine quellenmäßige Schilderung dieser einleitenden Phasen hat bisher gefehlt,[2]) und so wird es am Platze sein, in einer genauen Charakteristik der einzelnen in Betracht kommenden

---

[1]) Vgl. Günther, Handbuch der Geophysik, 2. Band, Stuttgart 1899, S. 178 ff., S. 190 ff.

[2]) Dies bezieht sich allerdings zunächst nur auf die ältere Zeit, die auch sonst, so viele wertvolle Keime in einer weitschichtigen und vielfach ungenießbaren Literatur verborgen liegen, zu sehr vernachlässigt wird. Für die dreißiger, vierziger und fünfziger Jahrzehnte dagegen, für eine Periode also, in der sich die einschlägigen Bemühungen um eine wissenschaftliche Fundierung der Witterungslehre derart häuften, daß bereits von einer Prioritätsfrage für das in Rede stehende Gesetz gesprochen werden kann, hat eben diese van Bebber (Handbuch der ausübenden Witterungskunde, 1. Band, Stuttgart 1884, S. 287 ff.) sehr gründlich abgehandelt, was jedoch Nachträge und Ergänzungen nicht ausschließt. Nicht vergessen werden darf auch die Behandlung der geschichtlichen Seite des Problemes bei R. Börnstein (Leitfaden der Wetterkunde, Braunschweig 1901, S. 85 ff.).

Momente diesen merkwürdigen, oft unterbrochenen Entwicklungsgang vorzuführen, der zugleich wohl geeignet ist, Licht auf die Geschichte der modernen Meteorologie überhaupt zu werfen.[1]) Wir legen hier das Gesetz, welches ja selbstverständlich in seiner Fassung mehrfache Wandlungen durchzumachen hatte, ehe es die sozusagen klassische Gestalt angenommen hatte, in welcher es uns jetzt geläufig ist,[2]) in einer Formulierung zu Grunde, die für die Aufdeckung der geschichtlichen Zusammenhänge besonders geeignet erscheint, und drücken es in folgender Weise aus:

In den unteren atmosphärischen Schichten strömt die Luft aus der Gegend eines barometrischen Maximums nach derjenigen des nächst benachbarten barometrischen Minimums hin ab, indem zugleich durch die Achsendrehung der Erde die von Hause aus geradlinige Bewegung in eine zyklonale verwandelt wird, deren Drehsinn auf der Nordhalbkugel ein rechtsseitiger, auf der Südhalbkugel ein linksseitiger ist.

Zerlegt man den durch theoretische Erwägung,[3]) wie praktische Erfahrung gleichmäßig bestätigten Lehrsatz in seine einzelnen Teile, so ersieht man, daß drei an und für sich verschiedene Wahrheiten darin enthalten sind, nämlich

I. Die ursprüngliche Bewegungstendenz,

II. Die ablenkende Tendenz der Erdrotation,

III. Die grundsätzliche Übereinstimmung aller in geringer Entfernung von der Erdoberfläche wehenden

---

[1]) Unterstützt wurde dieses Bestreben wesentlich durch die unentbehrlichen Werke Hellmanns, von denen hier namentlich zwei in Betracht kommen: Repertorium der deutschen Meteorologie, Leipzig 1683; Neudrucke von Schriften und Karten über Meteorologie und Erdmagnetismus (zumal Nr. 6, Hadleys Abhandlung über die Passate nebst Einleitung, künftig mit der Signatur H. H. angeführt).

[2]) Vgl. van Bebber, Die Veröffentlichungen des K. Niederländischen Institutes, Meteorolog. Zeitschrift, 3. Jahrgang (1886), S. 453.

[3]) Diesen Beweis lieferte Sprung, Theoretische Begründung des Buys Ballotschen Gesetzes, Ann. d. Hydrogr. und marit. Meteorol., 8. Band, S. 603 ff.

Winde mit Luftwirbeln, denen dann in größerer Höhe ein antizyklonales Ausströmen aus den Gebieten hohen Druckes entspricht.

Die historische Betrachtung wird demgemäß darauf zu achten haben, das Auftreten dieser drei Erkenntnisse zu verfolgen, wenn dieselben auch anfänglich nur isoliert uns begegnen und der Zusammenfassung zu einer einheitlichen Beschreibung der wirklichen Vorgänge noch harren. Uns, die wir in ganz anderen Gedankenreihen aufgewachsen sind, will es ja freilich bedünken, als ob der in dieser Vereinigung liegende geistige Prozeß sich von selbst hätte vollziehen müssen. Allein wer den Werdegang irgend einer Naturwissenschaft sich näher angesehen hat, weiß sehr wohl, daß das, was einer späteren Generation als naturnotwendig vorkommt, dies ursprünglich noch keineswegs zu sein brauchte.

Das Altertum und Mittelalter kommen für unseren Zweck selbstverständlich nur ganz wenig in Frage.[1]) Die aristotelische Lehre ging von gänzlich unzutreffenden Voraussetzungen aus, und lediglich in Theophrasts Fragmente[2]) „περὶ ἀνέμων“ begegnet uns, ebenso wie bei dem Architekten Vitruvius,

[1]) Darüber geben die Geschichtswerke Aufschluß: Poggendorff, Geschichte der Physik, Leipzig 1879, S. 45; A. Heller, Geschichte der Physik von Aristoteles bis auf die neueste Zeit, 1. Band, Stuttgart 1882, S. 59 ff. Das gesamte Material, das sich zum Teil bei den Kommentatoren und Scholiasten verstreut findet, hat musterhaft das Werk von Ideler (Meteorologia veterum Graecorum et Romanorum, Berlin 1832) gesammelt. Für die ältere und neuere Zeit sind wertvoll ein Essay B. v. Lindenaus (Beyträge zu einer Theorie merkwürdiger Winde, von Zachs Monatliche Korrespondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde, 13. Band, S. 249 ff.) und Munckes inhaltreicher Artikel „Wind“ (Gehlers Physikalisches Wörterbuch, 2. Auflage, 10. Band, 2. Abteilung, Leipzig 1842, S. 1860 ff.).

[2]) Der verhältnismäßig sehr freie Standpunkt dieses Griechen kennzeichnet sich namentlich auch darin, daß er neben den gewöhnlichen Winden von angenähert horizontaler Richtung auch solche kennt, die senkrecht zur Horizontalebene, als „Fallwinde“, wehen (C. Neumann-J. Partsch, Physikalische Geographie von Griechenland, Breslau 1885, S. 105).

eine richtigere Deutung des Windes als einer von der Sonnenwärme ausgelösten Luftbewegung. Die u. a. auch von Plinius aufgestellte Behauptung, die Drehung der Winde folge der fortschreitenden Sonne,[1]) war nicht sowohl gelehrten Werken, als vielmehr den populären Lehren von Wind und Wetter entlehnt, wie sie sich am bestimmtesten bei den Seeleuten ausgebildet hatten.[2]) Die wissenschaftliche Welt löste sich auch noch während des XVI. Jahrhunderts von der Autorität des Aristoteles nur sehr langsam und behutsam los, und bis gegen 1650 war die Überzeugung eine allgemein verbreitete, daß Geschwindigkeitsdifferenzen in der Bewegung von Luft und Erdkörper die Hauptursache der irdischen Winde seien. Die Ptolemaiker ließen die Atmosphäre an der Umdrehung der Himmelskugel teilnehmen,[3]) und die Coppernicaner, für welche am entschiedensten Galilei das Wort ergriff,[4]) leiteten umgekehrt aus dem Vorkommen regelmäßiger Windsysteme einen Beleg für die Wahrheit der neuen Kosmologie her. Was Descartes, Mersenne, Rohault

---

[1]) Plinius, Historia Naturalis, lib. II, cap. 48. „Omnes venti vicibus suis spirant majore ex parte, aut ut contrarius desinenti incipiat. Cum proximi cadentibus surgunt, a laevo latere in dextrum, ut Sol, ambiunt." Es ist dies vielleicht die prägnanteste Äußerung antiker Meteorologie; was man, den Angaben der „Doxographen" folgend, bei den jonischen Naturphilosophen, was man bei Hippocrates und Herodot, was man in mehr wissenschaftlich-systematischer Form bei Aristoteles und Seneca findet, erhebt sich nicht über eine vage Spekulation und über Spiele mit Worten.

[2]) Diese nautischen Regeln bespricht, als durch die aristotelische „Meteorologie" immerhin beeinflußt, H. Balmer (Die Romfahrt des Apostels Paulus und die Seefahrtskunde im römischen Kaiserzeitalter. Bern-Münchenbuchsee 1905, S. 339).

[3]) Die Beobachtungen der Reisenden über die regelmäßigen Tropenwinde wurden in diesem Sinne interpretiert. Man findet (H. H., S. 6, S. 9) dergleichen Bemerkungen bei den weit herumgekommenen Jesuiten Alonso Sanchez und José D'Acosta.

[4]) Galilei, Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme, deutsch von E. Strauß, Leipzig 1891, S. 459. Die Lufthülle wird durch die Unebenheiten der Erdoberfläche mitfortgerissen, und zwar besonders rasch am Äquator, und so entsteht ein Dauerwind. „Dieses Wehen

und andere Physiker jener Übergangszeit über die Winde zu sagen wissen, bewegt sich immer in den gleichen Bahnen, und auch der große deutsche Geograph Varenius, dem in umfassender Kenntnis der tatsächlichen Windverhältnisse unseres Planeten es niemand gleich tat, vermochte sich dem Bannkreise, in dem man sich allgemein bewegte, nicht völlig zu entwinden.[1]) Doch war schon damals wenigstens der Anfang gemacht, diesen Bann zu brechen und einer Anschauung über das Wesen der Winde zum Durchbruche zu verhelfen, welche unverkennbare Berührungspunkte mit derjenigen der Gegenwart darbietet.

Der Schriftsteller, den wir hier meinen, war Francis Bacon. Man hat oft Anstoß daran genommen, daß sein Streben, sich von scholastischen Schlacken zu befreien, durchaus nicht immer von Erfolg gekrönt war, allein eine objektive Würdigung des Sachverhaltes führt zu einer gerechteren Beurteilung,[2]) und gerade in dem uns hier beschäftigenden Falle hat er sich seinen Zeitgenossen überlegen gezeigt. Er besaß, sehr im Gegensatze zu Varenius, eine gewisse Vorstellung vom Wesen der Aspiration und suchte deren Wirkung durch ein prinzipiell ganz richtig angelegtes Experiment zu veranschaulichen. Er unterschied zwischen erwärmter, leichterer und kühlerer, also schwererer Luft und sah ein, daß diese die erstere kraft ihres Druckes zur Seite schieben und sich an

---

würde da am merklichsten sein, wo die Drehung der Erde am raschesten vonstatten geht, also an Stellen, die möglichst entfernt von den Polen und nahe dem größten Kreise der täglichen Rotation liegen."

[1]) Die Abhängigkeit der Luftbewegung von der Insolation wird nicht verkannt, aber sonderbarerweise wird den Sonnenstrahlen die Kraft zugeschrieben, die Luftteilchen vor sich hertreiben zu können (Varenius, Geographia Generalis, Amsterdam 1649, S. 387 ff.). Die atmosphärische Physik des deutschen Geographen muß als ein Ganzes ins Auge gefaßt werden (Günther, Varenius, Leipzig 1905, S. 83 ff.).

[2]) Eine solche ist, in bewußter Polemik gegen den unhistorischen Standpunkt J. v. Liebigs, von E. Wohlwill gegeben worden (Bacon von Verulam und die Geschichte der Naturwissenschaft, Konstitutionelle Jahrbücher, 9. Band, S. 404 ff.).

ihre Stelle setzen müsse.[1]) Nicht minder ist in seinem Beginnen,[2]) eine Parallele zwischen strömender Luft und fließenden Gewässern zu ziehen, ein Gefühl für die Wirklichkeit anzuerkennen. Nächst Bacon hat Isaak Vossius in einem kleinen Werkchen, von dessen hoher geophysikalischer Tragweite man immer deutlichere Begriffe gewinnt, eine korrekte Stellung eingenommen.[3]) Was sein Vorgänger mehr nur gefühlt hat, spricht er mit klaren Worten aus: Die Bewegungsgesetze für flüssige und luftförmige Massen sind in der Hauptsache die gleichen. Auch sonst begegnet man bei ihm, vorab in der Behandlung der Land- und Seewinde,[4]) einem den Durchschnitt des Zeitalters bei weitem überragenden Verständnis des Naturgeschehens. Wenn man sich vergegenwärtigt, welch ungemein krause und absurde Hypothesen man noch später bei Lister, Garden, Sarrabat, Dupain de Nemours, vermischt mit einzelnen ganz korrekten Gedanken, antreffen kann,[5]) so wird man Bacon und Vossius eine volle Anerkennung nicht versagen dürfen. Vor allem war bei den

---

[1]) F. Bacon, Historia naturalis et experimentalis de ventis, Leiden 1648, S. 64 ff. „Itaque excitationis motus in ventis causa est praecipua, superoneratio aëris . . .“ Nur wurde in dem ganzen Buche, dessen erste Ausgabe von 1622 stammt, auf die Beschwerung der Luft mit Dämpfen ein zu großes Gewicht gelegt.

[2]) A. a. O., S. 105 ff.

[3]) J. Vossius, De motu marium et ventorum liber, Haag 1663, S. 93 ff. Die Überschrift des 21. Kapitels lautet: „Ventum esse aëris motum, et ostenditur aërem iisdem quibus aqua legibus moveri.“

[4]) Es ist anscheinend noch nicht hervorgehoben worden, daß bei Vossius die jenen Windwechsel bedingende Tatsache von der ungleichen Koerzitivkraft, welche Festland und Wasser für die Wärme aufweisen, zuerst mit voller Präzision hingestellt worden ist. Wir lesen nämlich bei ihm (S. 104): „Verum praeterea non est terram diutius inditum a Sole calorem conservare quam maria.“ Der Einzug des Winters werde unter sonst gleichen Umständen auf dem Meere um zwei volle Monate später als auf dem Lande wahrgenommen, weil eben ersteres die ihm zugeführte Wärme weit langsamer wieder von sich gebe.

[5]) Hierüber orientieren Muncke (a. a. O., S. 1866 ff.) und Hellmann (H. H., S. 6 ff.) im Vereine mit der zitierten Abhandlung v. Lindenaus.

meisten Autoren die astrometeorologische Spekulation[1]) noch immer maßgebend, und wir werden bald zu konstatieren haben, daß nach dieser Seite hin auch das XVIII. Jahrhundert keine wesentliche Änderung brachte.

Gleichwohl hatte sich schon in den letzten zwei Dezennien des XVII. Jahrhunderts ein Umschwung angebahnt, an dem neben hervorragenden Forschern auch die Praktiker ihren Anteil hatten.[2]) Den großen Seefahrer Dampier, der auch seine Erfahrungen in einer besonderen Schrift niederlegte,[3]) hat kein geringerer als Dove, mag auch sein Lob vielleicht als etwas zu stark aufgetragen erscheinen, als Begründer einer Lehre von den großen tellurischen Windsystemen gefeiert,[4]) und es ist die Vermutung kaum abzuweisen, daß seine Darstellung auf Hadley einen gewissen Einfluß ausgeübt haben möchte. Das Wesen der Luftauflockerung hatte er jedenfalls durchdrungen. Gleichzeitig mit Dampier lebten Hooke,[5])

---

[1]) Vgl. dazu Günther, Der Einfluß der Himmelskörper auf Witterungsverhältnisse, Nürnberg 1884. Nicht minder eingehend behandelt die Periode des Überwucherns der Astrometeorologie und ihrer Konsequenzen van Bebber (Handb. etc., 1. Band, S. 84 ff.). Bis zu welcher Abneigung gegen den trügerischen Führer sich die Erkenntnis von der Unzulänglichkeit dieser Abart der Astrologie bei wirklichen Naturforschern steigern konnte, zeigt uns augenfällig ein wenig bekanntes Schriftchen des Astronomen J. E. Bode (Gedanken über den Witterungslauf, Berlin 1819). Derselbe geht so weit, der Meteorologie jede Vervollkommnungsfähigkeit abzusprechen, verfällt also in ein entgegengesetztes, ebensowenig zu billigendes Extrem.

[2]) Welch hohes Maß einer allerdings nur empirischen, aber dafür um so mehr von vorgefaßten Schulmeinungen unbeeinflußten Sachkenntnis in den Aufzeichnungen der Ozeanfahrer aufgespeichert war, zeigt uns ein Aufsatz von Gelcich (Beiträge zur Geschichte der ozeanischen Schiffahrtregeln und Segelhandbücher, Ausland, 65. Jahrgang, S. 769 ff.). Ohne Vertrautheit mit den ständigen Windrichtungen wären ja die jetzt bereits zu hoher Vollkommenheit gebrachten Traversierungen der Weltmeere eine Unmöglichkeit gewesen.

[3]) Dampier, Discourse of Trade Winds, London 1699.

[4]) A. W. Dove, Über Moussons und Passate, Ann. d. Phys. u. Chem., 21. Band, S. 194.

[5]) Hooke, Posthumous Works, ed. R. Waller, London 1705, S. 363.

der als der erste die Idee einer großen terrestrischen Luftzirkulation in die Debatte warf, ohne sich, seiner Gepflogenheit nach, auf deren Ausführung im einzelnen einzulassen, und Mariotte,[1]) dessen wir hier vorzugsweise zu gedenken verpflichtet sind, weil bei ihm die frühesten Anklänge an eines der oben formulierten drei Leitprinzipien nachgewiesen werden können. Ohne dasselbe freilich in seiner vollen Wichtigkeit zu erkennen, äußerte er doch, daß die ungleiche Rotationsgeschwindigkeit solcher Erdorte, deren geographische Breite verschieden ist, auch in der Luftbewegung zur Geltung kommen müsse. In diesem Punkte erwies er sich als den tiefer Blickenden gegenüber Halley,[2]) der den für die Passate typischen Austausch zwischen der kühleren Luft der höheren und der wärmeren Luft der niedrigeren Breiten zutreffend aufgefaßt, es jedoch noch nicht dahingebracht hat, die von Mariotte wenigstens geahnte Mitwirkung der Erdumdrehung in Rechnung zu ziehen. Dieses Verdienst muß voll zugesprochen werden einem anderen Briten, der infolge des Gleichklanges der Namen gar nicht selten hinter dem älteren und hier minder glücklichen Halley hat zurücktreten müssen. Damit ist dann unsere Schilderung in das XVIII. Jahrhundert eingetreten.

Der fragliche Vortrag war schon im Jahre 1686 vor der Royal Society gehalten, aber nicht der Öffentlichkeit übergeben worden.

[1]) Mariotte, De la nature de l'air, Oeuvres, I. Auflage, 2. Band, Leiden 1717, S. 161 ff.; II. Auflage, 2. Band, ebenda 1740, S. 343 ff.

[2]) Halley, A Historical Account of the Trade Winds and Monsoons, observable in the Seas between and near the Tropicks, with an Attempt to assign the Physical Cause of the said Winds, Philos. Transact., 16. Band (1686), S. 153 ff. Es liegt nicht ganz ferne, anzunehmen, daß eine Stelle in dem verbreiteten Werke von Fournier (L'hydrographie, contenant la théorie et la pratique de toutes parties de la navigation, Paris 1643; II. Auflage, ebenda 1767, S. 355 ff.) dem englischen Astronomen eine gewisse Anregung gegeben habe. Es ist dort davon die Rede, daß die mit der stärkeren Verdampfung am Gleicher in Verbindung stehende Luftverdünnung einen Zustrom von den Polen her zur Folge habe.

George Hadley, dessen Bruder John als tatsächlicher Erfinder des Spiegelsextanten der Geographie ebenfalls nicht hoch genug zu schätzende Dienste leistete, ist der Begründer jener Theorie der Passate, welcher in den Grundzügen ein dauernder Wert verblieben ist. Sein nur wenige Seiten umfassendes Memoire[1]) gipfelt in zwei Thesen, deren Inhalt deutsch wiedergegeben werden möge. I. Ohne das Eingreifen der Erdrotation wäre die Schiffahrt, insonderheit die nach Osten oder Westen gerichtete, sehr schwierig und eine Umsegelung der Erde überhaupt ganz untunlich. II. Den Nordost- und Südostwinden zwischen den Wendekreisen müssen Nordwest- und Südwestwinde als Kompensationsströme an anderen Orten entsprechen, wie denn ganz allgemein jeder Wind, er möge wie immer wehen, durch einen Gegenwind an anderer Stelle kompensiert werden muß, und jeder derartige Gegensatz in den Windrichtungen ist bedingt durch die Erdrotation. Es erhellt, daß hier schon eine allgemeinere, über die Erklärung der Passatwinde hinausgehende Wahrheit ausgesprochen ist. Insbesondere jedoch muß uns der Umstand interessieren: G. Hadley hat zuerst in zielbewußter Weise die Abhängigkeit der Windrichtungen von der täglichen Bewegung der Erde klargestellt.

Fürs erste blieben freilich diesem bedeutsamen Erkenntnisfortschritte die günstigen Folgen fast durchweg versagt, welche man hätte erwarten sollen, und erst in der zweiten Jahrhunderthälfte zeigt sich eine Wendung zum besseren. Indessen darf nicht vergessen werden, daß unmittelbar vor Hadley auch ein deutscher, sonst wenig bekannter Gelehrter,[2]) der Gießener

[1]) G. Hadley, Concerning the Cause of the General Trade Winds, Philos. Transact., 39. Band (1635), S. 58 ff.; H. H., S. 17 ff. Im folgenden Bande (S. 174) kennzeichnet er noch die Bedingtheit des Winkels, unter dem Unter- und Oberwind einen Parallelkreis durchschneiden, von der geographischen Breite des letzteren.

[2]) Nur durch seine Ansichten über den Tau, die in unseren Tagen eine Wiederauferstehung gefeiert haben (Wollny, Untersuchungen über die Bildung und Menge des Taues, Forschungen über Agrikulturphysik,

Physiker Gersten, mit einer Windtheorie[1]) hervorgetreten ist, die allerdings der überzeugenden Klarheit des Engländers ermangelt, hier aber um so weniger übergangen werden darf, weil auch in ihr die doppelte Ursache des Wehens der Passate in der Hauptsache aufgedeckt wird. Das Aufsteigen des Windes infolge stärkerer Erhitzung der tropischen Gegenden bewirkt einen stetigen Zustrom aus den Gebieten kühlerer Lufttemperatur, und dieser Luftstrom muß, je nach der Polhöhe, eine Ablenkung erfahren. Der Lehrsatz, welcher, obwohl vom Autor nicht eben schärfer betont, die Quintessenz von Gerstens meteorologischem Glaubensbekenntnis in sich schließt,[2]) läßt keine andere Deutung zu. Es verdient ferner noch angemerkt zu werden, daß Gersten sich auch anschickt,[3]) das Steigen des Quecksilbers im Barometer beim Vorherrschen bestimmter Windrichtungen zu erläutern. Aus der Folgezeit sind, wenn wir Muncke[4]) folgen, die Arbeiten von Mylius,[5])

---

15. Band, S. 111 ff.) ist man auf den verdienten Forscher wieder aufmerksam gemacht worden.

[1]) Gersten, Tentamen systematis novi ad mutationes barometri ex natura elateris aërei demonstrandis, Frankfurt a. M. 1733. Als Anhang (S. 195 ff.) ist der Versuch über die Taubildung beigegeben, von dem eine zweite Ausgabe (Oppenheim 1748) bekannter geworden ist.

[2]) Gersten, a. a. O., S. 85. „Cum tellus sit globosa, et aër in locum expansi, undiquaqua, occidentali excepta, directione affluat, per demonstrata, facile concipi potest, motionem hanc universalem circa tropicos tantum, ab oriente versus occidentem dirigi, in aliis vero regionibus, ab orientali versus septentrionem aut australem plagam declinare, et celeritate minui, eo magis, quo viciniores sunt polis regiones.“ An Bündigkeit läßt die Einkleidung manches zu wünschen übrig, aber sachlich ist wenigstens der Unterpassat korrekt erklärt.

[3]) Gersten, a. a. O., S. 115 ff. Als neunzehnte Proposition erscheint da die nachstehende: „Quando ventus ex ea plaga spirat, quae directioni venti universalis opposita est, altitudo mercurii in barometro magis minuitur, quam solo universali vento vigente.“

[4]) Muncke, a. a. O., S. 1869.

[5]) Mylius, Versuch einer Bestimmung der Gesetze der Winde, wenn die Erde überall mit einem tiefen Meere bedeckt wäre, Berlin 1747.

Wargentin,[1]) Strahl,[2]) De Lacoudraye[3]) als solche namhaft zu machen, welche sich auf den durch Hadley bereiteten Boden stellen. Die Mehrzahl der Fachmänner, die eben deshalb hier nicht sämtlich genannt werden können, begnügt sich nicht mit dieser einfachen Grundlage, sondern sucht, wofür insbesondere Musschenbroek als ein klassischer Zeuge beizuziehen ist,[4]) die mannigfaltigsten und teilweise fremdartigsten Hypothesen zusammen. Dem Zeitgeschmacke[5]) kam am besten D'Alembert mit seiner berühmten Berliner Preisschrift[6]) entgegen, deren mathematischer Wert im umgekehrten Verhältnis zu ihrem physikalischen steht, wie von allem Anfange an D. Bernoulli in kräftig polemischer Sprache hervorhob.[7])

---

1) Wargentin, Korta Anmärkningar om Blåsvädren, Svenska Vetenskaps Akad. Handlingar, 1762. Kurze Anmerkungen vom Winde, der K. Schwedischen Akademie d. Wissensch. Abhandl. a. d. Naturlehre, Haushaltungskunst und Mechanik f. d. Jahr 1762, übersetzt v. A. G. Kaestner, 24. Band, Hamburg-Leipzig 1765, S. 173 ff. Die ganz elementare Auseinandersetzung des bekannten Astronomen enthält keine neuen, wohl aber im wesentlichen richtige Ansichten; so z. B. über die entgegengesetzten Richtungen von Unter- und Oberwind.

2) Strahl, Theorie des Windes und der Kälte, Samml. z. Phys. u. Naturgesch. von einigen Liebhabern dieser Wissenschaften, 2. Band, Leipzig 1782, S. 575 ff. Der Autor, der nebenbei auch (S. 586) für einen antarktischen Kontinent Stimmung zu machen sucht, stellt das Aspirationsprinzip ganz mit Recht obenan: „Die Luft schießt hin, wo sie verdünnt war."

3) De Lacoudraye, Théorie des vents et des ondes, Kopenhagen 1796. Ohne Sonne kein Wind, ist hier die Losung.

4) Musschenbroek, Introductio ad philosophiam naturalem, ed. Lulofs, 2. Band, Leiden 1762, passim. Für jede der vier Klassen von Winden, die es geben soll, werden eigenartige Ursachen zu ermitteln gesucht.

5) Man sehe etwa die grotesken Meinungen eines großen Herrschers über die Winde nach (Hinterlassene Werke Friedrichs II., Königs von Preußen, 9. Band, Augsburg 1789, S. 4 ff.). Stärkere Winde sollen von der Sonne, schwächere von den Planeten hervorgebracht werden.

6) D'Alembert, Réflexions sur la cause générale des vents, Berlin 1747.

7) In einem Briefe an L. Euler (R. Wolf, Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz, 3. Zyklus, Zürich 1860, S. 185) bedient sich der Baseler Mathematiker harter Worte gegen den genialen Fachgenossen,

Neben der Anziehung der Himmelskörper, in welcher mit D'Alembert auch Toaldo und Chiminello die Panacee der meteorologischen Dynamik erblickten, spielte auch die Elektrizität eine einflußreiche Rolle, so z. B. in dem fein ausgesponnenen Systeme von Hube.[1]) Eine mehr selbständige Stellung unter den modern denkenden Forschern des XVIII. Jahrhunderts nehmen ein Kant,[2]) dessen Essay über die Monsune dieser Erscheinung erst völlig gerecht ward, und H. B. De Saussure,[3]) von dem das seitdem unentbehrlich gewordene Wort aufsteigender Luftstrom („courant ascendant") herrührt. Gegen Ende des Jahrhunderts endlich wurde von Deluc[4]) der augenblickliche Stand der Lehre von den Winden in eine systematische Form gebracht, ohne daß aber der auf

---

der sich vermessen habe, für jede Polhöhe Richtung und Stärke des Windes zu gegebener Zeit durch ein Integral ausdrücken zu können.

[1]) Hube, Über die Ausdünstung und ihre Wirkungen in der Atmosphäre, Leipzig 1790.

[2]) Gemeint ist das bekannte und von den Herausgebern der Kantschen Vorlesungen über physische Geographie mit aufgenommenen Fragment „Einige Anmerkungen zur Erläuterung der Theorie der Winde". Vgl. z. B. in der neuen Ausgabe von Gedan (Philosophische Bibliothek, 51. Band, 2. Auflage, S. 359 ff.) dieses geistvolle Aperçu des Königsberger Philosophen. Dessen historische Stellung präzisiert Schneidemühl (Kant und die moderne Theorie der Winde, Ausland, 63. Jahrgang, S. 661 ff.).

[3]) De Saussure, Reisen durch die Alpen, aus dem Französischen übersetzt, 4. Band, Leipzig 1788, S. 115 ff. Schon lange vorher zeichnet in ähnlicher Weise den aufsteigenden Strom J. H. Müller (De hiemis nuperae praeter ordinem mitis causis conjecturae physicae, Altdorf 1724).

[4]) J. A. Deluc, Nouvelles Idées sur la Météorologie, 2. Band, Paris 1787; Übersetzt aus dem Französischen, 2. Band, Berlin-Stettin 1788, S. 331 ff. Ein Übelstand der sonst verdienstlichen Darstellung lag darin, daß die der Atmosphäre beigemengten Dünste als bestimmende Faktoren für das Zustandekommen der Winde hingestellt wurden. Dagegen legte Protest ein Beguelin (Recherches sur les variations du baromètre, Nouv. Mém. de l'Acad. R. des sciences et de belles lettres de Berlin, Année 1773, Berlin 1775, S. 47 ff.), der nur Veränderungen im Drucke, die er als Massenverschiebungen auffaßt, als Ursachen gelten lassen wollte.

anderen Gebieten mit Erfolg schöpferisch aufgetretene Genfer Physiker zu dem schon Bekannten wesentlich Neues hinzuzufügen in der Lage war.

Allein damals war bereits der Fundamentalsatz aufgestellt worden, den wir eingangs als den ersten bezeichneten, und nur der Vereinigung besonderer Umstände mochte es zuzuschreiben sein, daß die Gelehrtenwelt von dieser wirklich großen Neuerung anscheinend gar keine Notiz genommen hatte, so daß die Vermutung besteht, es möge hier zum ersten Male auf die Tatsache selbst hingewiesen werden. Der Aufsatz, auf den es ankommt, war in einer Akademieschrift von damals noch nicht sehr weiter Verbreitung erschienen, und sein Titel ließ einen Beitrag zur Theorie der Winde nicht mit Notwendigkeit ersehen;[1]) zudem ist es gar nicht unwahrscheinlich, daß der Verfasser auf das von ihm ganz beiläufig ausgesprochene Korollar gar keinen besonderen Nachdruck gelegt wissen wollte, weil er die betreffende Wahrheit für ganz selbstverständlich erachtete. Lambert, einer der umfassendsten Denker und Forscher jener Zeit im Bereiche der exakten Wissenschaften, präzisierte aus freien Stücken, ohne von Hadley (s. o.) geleitet zu sein, das atmosphärische Zirkulationsgesetz, demzufolge Unter- und Oberwinde entgegengesetzte Richtung haben, und stellte alsdann fest, daß die Bewegungen der Luft, von Einzelfällen abgesehen, ausschließlich durch die wechselnde Schwere und Federkraft der Luft ausgelöst würden. Und daran reiht sich der maßgebende Satz:[2]) „Diese Bemühung der Luft, sich wieder ins Gleichgewicht zu setzen, gibt uns nicht nur den Grund von den Änderungen der Winde, sondern es lassen sich daraus auch verschiedene allgemeine Winde erklären. Ein-

---

[1]) J. H. Lambert, Abhandlung von den Barometerhöhen und ihren Veränderungen, Abhandl. d. kurbaier. Akad. d. Wissensch., 3. Bandes 2. Teil (1765), S. 100 ff.

[2]) Der Sperrdruck der beiden Sätze findet sich nicht im Originale, welches erwähntermaßen ganz gleichmütig über die Gelegenheitsbemerkung hinweggeht.

mal erhellet daraus, daß die Luft sich von denen Orten, wo das Barometer höher steht, an diejenigen hinziehen müsse, wo es niedriger steht, wenn beyde Barometer in gleicher Höhe über dem Meere sind." Dieser letzte Zusatz charakterisiert die volle Einsicht dessen, der so schrieb, in den Zusammenhang der behandelten Fragen. Auch darüber bestand Klarheit, daß das Spiel der Winde aus mechanischen Gründen ein viel freieres in den gemäßigten Erdgürteln als in der Tropenzone sein müsse, indem dort, wie es hier heißt,[1] die allgemeine Zirkulation sich in viele kleinere Zirkulationen auflöse. Lambert hat keine Schule gemacht,[2] und es verging noch eine längere Pause, ehe sein Bewegungsprinzip aufs neue entdeckt wurde, aber nichtsdestoweniger bleibt das geschichtliche Faktum bestehen:

Schon vor 140 Jahren hat ein deutscher Physiker den Inhalt des ersten der drei Theoreme, aus denen sich das barische Windgesetz aufbaut, mit unzweideutiger Bestimmtheit formuliert.

Die ersten zwei Jahrzehnte des XIX. Jahrhunderts mußten dieses unschätzbaren Hilfsmittels der meteorologischen Forschung noch gänzlich entraten, obwohl mitunter nur ein ganz kleiner Schritt noch zu fehlen scheint, um desselben habhaft zu werden. Zu denjenigen, welche von der Erkenntnis der Wahrheit nicht weit entfernt waren, gehörte vor allem L. v. Buch,[3] der von dem Grundsatze, daß lokale Erwärmung eine Luftauf-

---

[1]) Lambert, a. a. O., S. 163.

[2]) Vielleicht darf man eine Einwirkung Lambertscher Gedanken in einer etwas später gedruckten Dissertation von Steiglehner-Leveling (Atmosphaerae pressio varia observationibus propriis et alienis baroscopicis quaesita, Ingolstadt 1783) erkennen. Als oberster Zweck der auch die Beziehungen zwischen Druck und Ausgleich streifenden Arbeit ist der Nachweis anzusehen, daß auch für weit auseinanderliegende Orte die barometrischen Oszillationen synchron erfolgten.

[3]) Die viel zu wenig gewürdigten Verdienste des großen Geologen um Meteorologie und speziell Klimatologie bilden den Gegenstand einer besonderen Untersuchung (Günther, Leopold v. Buch und die atmosphärische Physik, Beiträge zur Geophysik, 5. Band (1903), S. 174 ff.).

lockerung nach sich ziehen muß, als von dem „Schlüssel der gesamten Meteorologie“ ausgedehnten Gebrauch machte und einerseits in das Wechselspiel von Berg- und Talwind Klarheit zu bringen suchte,[1]) andererseits der Wissenschaft in seinen barometrischen Windrosen ein hodegetisches Verfahren von höchster Nützlichkeit zum Geschenke machte.[2]) Auf die Beziehungen der Barometerschwankungen zu Art und Stärke der Luftbewegung warfen Ramonds Untersuchungen[3]) neues Licht. Allein noch immer jagten selbst bevorzugte Geister, wie v. Lindenau,[4]) dem Phantome einer generellen mathematischen Fixierung des atmosphärischen Bewegungszustandes für beliebige Zeiten und Orte nach. Wenn ein Schriftsteller, wie der jüngere Tobias Mayer,[5]) sich damit bescheidet, den Wind als Ausgleich verschieden temperierter Partien in der Lufthülle zu definieren, so darf man in dieser Resignation ein Verdienst gegenüber den noch immer nicht aufgegebenen Bestrebungen, das Hauptproblem auf eine falsche Fährte zu leiten, unbedingt anerkennen.

Hier hat nun das dritte Dezennium des Jahrhunderts Ansätze zu einer Besserung gebracht, aus denen allerdings infolge einer eigentümlichen Verkettung der Verhältnisse noch lange keine glatt verlaufende Entwicklung resultierte, die aber trotzdem nicht ganz vergebens unternommen waren. In neuerer Zeit erinnerte zuerst v. Bezold[6]) wieder daran, daß schon 1820 ein deutscher Gelehrter den Satz von der zentripetalen

---

[1]) v. Buch, Über den Hagel, Abhandl. der Akad. zu Berlin, Physik. Klasse, 1818, S. 73 ff.; Gesammelte Werke, 2. Band, Berlin 1870, S. 268 ff.

[2]) v. Buch, Über barometrische Windrosen, Abhandl. etc., 1820, S. 103 ff.; Ges. Werke, 3. Band, Berlin 1872, S. 694 ff.

[3]) Ramond de Carbonnières, Mémoires sur la formule barométrique de la Mécanique Céleste, Clermond-Ferrand 1811.

[4]) v. Lindenau, a. a. O., S. 435 ff.

[5]) T. Mayer, Lehrbuch über die physische Astronomie, Theorie der Erde und Meteorologie, Göttingen 1805, S. 219 ff.

[6]) W. v. Bezold, Über die Fortschritte der wissenschaftlichen Witterungskunde während der letzten Jahrzehnte, Meteorol. Zeitschr., 2. Jahrgang (1885), S. 315 ff.

Luftbewegung gegen das Minimum hin rückhaltlos ausgesprochen und mit seiner Hilfe Ordnung in eine Fülle sonst schwer zu enträtselnder Witterungsvorgänge gebracht habe. Der damalige Professor der Mathematik und Physik G. W. Brandes (Breslau) darf als der Begründer der modernen synoptischen Meteorologie angesehen werden,[1]) indem er schon 1816 in einem an Gilbert, den Herausgeber des damals und jetzt geschätztesten Zentralorganes der Physik, gerichteten Schreiben[2]) bemerkt, illuminierte Witterungskarten der Erde für alle 365 Tage des Jahres würden die bedeutsamsten Aufschlüsse über Verbreitung und zeitliche Veränderung irgend eines merkwürdigen Phänomens liefern. Wir möchten die wertvolle Mitteilung des Berliner Meteorologen noch ergänzen: Brandes hat lange vor Buchan, auf den diese Neuerung in der meteorologischen Graphik durchgängig zurückgeführt zu werden pflegt, die Isobaren in der Wissenschaft eingebürgert; und zwar geschieht dies eben auch in der Schrift,[3]) deren ganz eigenartige, vordem aber verkannte geschichtliche Stellung v. Bezold mit Recht hervorgehoben hat. Leider hat ersterer die Zeichnungen, die er seinen Angaben zufolge angefertigt haben muß, in sein Buch nicht aufgenommen; die

[1]) Als chronologisch frühestes literarisches Denkmal für das Emporkommen des synoptischen Grundgedankens bezeichnet v. Bezold (a. a. O.) eine Universitätsschrift von Hamberger dem Älteren (Dissertatio de barometris, Jena 1701). Daß von dieser ersten schüchternen Andeutung sich im Laufe des Jahrhunderts das Gefühl von der Notwendigkeit gleichzeitig erfolgter Ablesung der meteorologischen Instrumente beträchtlich verstärkt hatte, beweist die oben zitierte Schrift von Steigenberger-Leveling. Auch der Schweizer Scheuchzer betont schon sehr früh den Wert solcher Barometerbeobachtungen (Hoeherl, J. J. Scheuchzer, der Begründer der physischen Geographie des Hochgebirges, München 1901, S. 67 ff.).

[2]) Brandes, Einige Resultate aus der Witterungsgeschichte des Jahres 1783 und Bitte um Nachrichten aus jener Zeit, Gilb. Ann. d. Phys., 61. Band (1819), S. 421 ff.

[3]) Brandes, Beiträge zur Witterungskunde, Leipzig 1820. Es sind drei nicht innerlich in allen Teilen zusammenhängende Abhandlungen, welche ihr Verfasser hier vereinigt hat.

Figurentafeln verfolgen einen anderen Zweck. Aber den Sturm, der vom 6. bis 9. Februar über einem großen Teile Europas wütete, hat er isobarisch genau verfolgt,[1]) wobei ihm die von der pfälzisch-meteorologischen Sozietät Abt Hemmers zusammengestellten Sammelbände als Stütze dienten. „Hätten wir," sagt er etwas später, indem er aus den gestaltlichen Verschiedenheiten der Ortskurven gleichen Druckes die lokalen Winde herauszulesen trachtet, „die genauen Barometerstände von noch fünfzig Orten in Deutschland und Italien an jenem Tage, und hätten wir zugleich genaue Angaben für Richtung und Stärke des Windes, so müßte sich sogleich entscheiden, ob die Barometerstände so mit der Richtung des Windes übereinstimmen, wie es nach dem bisher Angeführten den Anschein hat. . . ." Und weit später kommt er nochmals auf diese vorläufig noch unerfüllbare Forderung zurück und übergibt dieselbe einer besser ausgestatteten Folgezeit:[2]) „Es möchte eben kein unausführbares Unternehmen sein, die Geschwindigkeiten des Windes, welche bestimmten Unterschieden der Barometerstände entsprechen, anzugeben und die so hergeleiteten Bestimmungen mit Rücksicht auf Ungleichheit der Wärme zu verbessern." Zwei Menschenalter, nachdem dieser Hoffnung Ausdruck verliehen worden war, befanden sich Unternehmungen dieser Art, wie sie Brandes vorahnend als möglich erkannt hatte, im besten Gange, und jederman weiß, wie reichlich sie Frucht getragen haben.

Und nun gehen wir über zu einer noch tiefer einschneidenden Neuerung, der man, wie v. Bezold betonte, bei Brandes begegnet. Ihm kam es darauf an, die Luftbewegung rein mechanisch, ohne Anlehnung an eine wie immer beschaffene Hypothese, zu begreifen. Zu dem Ende skizziert er einen einfachen Versuch; nur durch eine dünne gemeinsame Wand getrennt, stehen nebeneinander zwei Behälter, die mit Luft von ungleichem Drucke erfüllt sind, was am einfachsten da-

[1]) A. a. O., S. 74 ff.

[2]) Ebenda, S. 371 ff.

durch erreicht wird, daß der eine Raum, bei sonst gleichen Verhältnissen, eine größere Höhe hat, und wenn nun in die trennende Wand eine Öffnung gemacht wird, so strömt die unter stärkerem Druck stehende Luft in den Nachbarbehälter ein.[1]) „So heftig dringt nun freilich die über Rochelle oder Rom stehende, stärker gepreßte Luft nicht nach Copenhagen hin, wo die Luft mindern Druck leidet, denn offenbar hindert die zwischenliegende Luft diese Wirkung; aber dennoch ist ein starker Westwind durch diese Ungleichheit des Druckes wohl erklärbar . . ." Man wird im allgemeinen nicht umhin können, diesen und den sich anschließenden Sätzen mit v. Bezold zu entnehmen, daß Brandes zwar die Bewegung der Luft gegen den Ort tiefster Depression hin zutreffend erkannt, dieselbe aber als eine geradlinige angesprochen und sich demzufolge in einem immerhin irrtümlichen Geleise bewegt habe.[2]) Fig. 1 würde seine Anschauung wiedergeben. Es verdient indessen Beachtung, daß bei der oben erwähnten Analyse des Wintersturmes vom Jahre 1783 ausdrücklich der Konkurrenz der Erdumdrehung gedacht und als deren Folge die Umwandlung eines reinen Südwindes in einen Südwestwind als unumgänglich bezeichnet wird. Man darf eben nicht vergessen, daß an irgend eine systematische Begründung der aus der Betrachtung der Karte abstrahierten einzelnen Tatsachen nicht gedacht ward. Will man also den Standpunkt des Werkes von 1820, welches die Keime zu einer neuen und

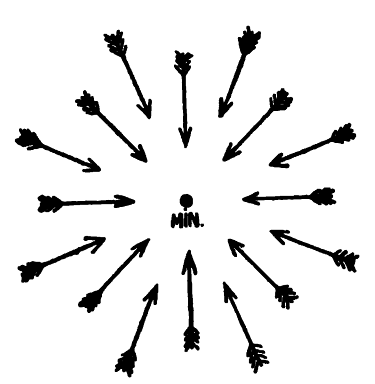


Fig. 1. Centripetale Windtheorie von Brandes.

[1]) A. a. O., S. 68 ff.

[2]) Vgl. Dove, Über barometrische Minima, Poggendorffs Ann. d. Phys. u. Chem., 13. Band (1828), S. 305 ff. Hier wird auf den Mangel der zentripetalen Theorie zutreffend hingewiesen.

bahnbrechenden Windtheorie in sich trug, in einer dem Gedankengange des Autors sich tunlichst treu anpassenden Weise zum Ausdruck bringen, so wird man sagen müssen:

Brandes setzte zwar in erster Linie die Bewegung der Luft gegen ein irgendwo entstandenes barometrisches Minimum als eine allseitig zentripetale voraus, ließ aber zugleich die Deviation dieser Radialbewegungen infolge der Rotation nicht ganz außer acht.

Er steht, ohne von diesem seinem Vorgänger Kenntnis zu haben, auf den Schultern Lamberts (s. o.) und ist sich über Punkt I ganz und gar im klaren. Aber auch Punkt II hat bereits eine gewisse Berücksichtigung gefunden, und es wäre nur nötig gewesen, daß ein theoretisch durchgebildeter Meteorologe Brandes' erfahrungsmäßig ermittelte Sätze gehörig durchgedacht und verallgemeinert hätte, um in den Besitz des barischen Windgesetzes zu gelangen.

Daß dies nicht geschah, mag wohl teilweise in der geringen Verbreitung des genannten Werkes seinen Grund gehabt haben, welches ja v. Bezold recht eigentlich wieder der Vergessenheit entreißen mußte. Es lag auch mit an Inhalt und Schreibart eben dieses Werkes, dem man wahrlich nicht das Prädikat eines leicht lesbaren erteilen kann. Vorzugsweise aber ist für das vollständige Zurücktreten einer so einfachen und verbesserungsfähigen Anschauung das Emporkommen der Doveschen Winddrehungslehre verantwortlich zu machen, welche das Interesse der Fachleute längere Zeit in einem selten erreichten Grade absorbierte und keine anderen Götter neben sich duldete. Ebenso wie v. Buch die Geologie, hat Dove die Meteorologie durch mehr denn dreißig Jahre geradezu für seine Ansichten zu monopolisieren gewußt.

Ein Schüler von Brandes, nach eigener Aussage aber besonders durch ein in Deutschland weniger verbreitetes Werk des englischen Physikers Daniell[1]) beeinflußt,[2]) war der junge

[1]) J. F. Daniell, Meteorological Essays, London 1823.

[2]) Dove, De barometri mutationibus, Berlin 1826, S. 26 ff. „Daniellum saepius vera vidisse, verisimillimum est."

Dove in seiner soeben zitierten Erstlingsarbeit keineswegs ein grundsätzlicher Gegner des Erstgenannten. Nachdem er im Sinne von Ramond und v. Buch (s. o.) von den Beziehungen zwischen thermischen und barischen Schwankungen in der Atmosphäre gehandelt hat, stellt er selber eine These auf, welche wörtliche Anklänge an den Brandesschen Lehrsatz erkennen läßt.[1]) Allein die Hoffnung, durch Übertragung des nur für eine bestimmte Erdzone gültigen Hadleyschen Prinzipes auf die ganze Erdkugel ein allgemeingültiges Gesetz konstruieren zu können, scheint ihn zum Verzichte auf eine Vorstellung bewogen zu haben, die freilich nur ein ganz individualistisches Gepräge besaß und jenen großzügigen Plänen, mit denen sich eine gerade erst der naturphilosophischen Periode entwachsene Wissenschaft nur allzu gerne trug, viel zu wenig entgegenkam. Auch verstieße es gegen die Gerechtigkeit, wollte man nicht einräumen, daß das sogenannte Drehungsgesetz das Ergebnis einer ebenso scharfsinnigen, wie mühevollen Arbeit darstellt, ein Ergebnis zudem, welches nach Augustins[2]) Überprüfung für ein sicherlich weit ausgedehntes, aber freilich nicht zusammenhängendes Gebiet Gültigkeit hat und zumal für jenen Teil Mitteleuropas, der zunächst in Frage kam, wegen der Lage der Depressionszugstraßen sehr viele Treffer aufweisen konnte. Wenn Dove dieser Überzeugung zuliebe seine ursprüngliche Meinung,[3]) daß der Wirbelcharakter der Luftbewegung ein allgemeiner sei, aufgab[4]) und zwischen Wirbelstürmen

[1]) Ebenda, S. 17 ff. „Minima mercurii altitudine uno loco enata, venti fere semper ex ea regione spirant, ubi barometri altitudo major ..., ita ut aër ab omnibus partibus in illud minimi pressus centrum fluere videatur."

[2]) Augustin, Über die jährliche Periode der Richtung des Windes in Mittel- und Westeuropa, Meteorol. Zeitschr., 4. Band (1887), S. 401 ff. Vgl. auch: Satke, Die Drehung des Windes in der jährlichen Periode, Das Wetter, 4. Jahrgang, S. 34 ff.

[3]) Dove, Einige meteorologische Untersuchungen über den Wind, Poggendorffs Ann., 11. Band (1827), S. 545 ff.

[4]) Hierüber gibt u. a. Aufschluß van Bebber (a. a. O., 1. Bd., S. 281 ff.).

und gewöhnlichen Winden einen prinzipiellen Unterschied zu machen begann, so dürfen wir das unter dem Gesichtspunkte, der damals für ihn bestimmend war, kaum tadeln, und daß er sogar den wirklichen Stürmen zum Teil den zyklonalen Typus absprechen wollte, lag nur in der Richtung der neuen Ideen, zu welchen er sich durchgearbeitet hatte. Durfte er sich doch auch der begeisterten Zustimmung der überwiegenden Mehrzahl seiner Zeitgenossen erfreuen, deren namhaftester Systematiker sich in seinen Lehrbüchern[1]) unbedingt auf seine

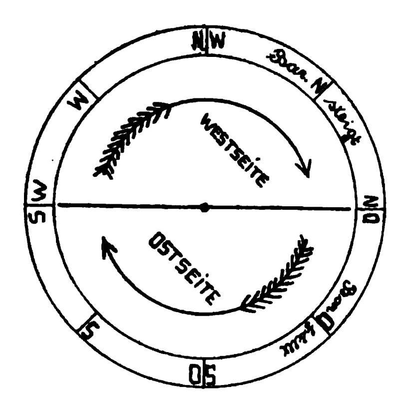


Fig. 2. Doves Barometer auf der nördlichen Halbkugel.

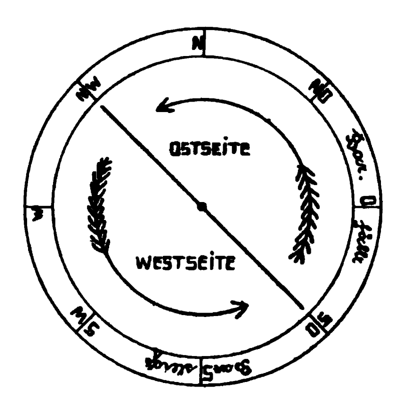


Fig. 3. Doves Barometer auf der südlichen Halbkugel.

Seite stellte. Wir werden später noch kurz an die Kämpfe zu erinnern haben, unter denen die Meteorologie sich dem Zauber der inzwischen allzu schematisch gewordenen Doveschen Theorie entwand. Für jetzt sei nur festgestellt, daß in deren Sinne Fig. 2 und Fig. 3 den Gang des Barometers für die beiden Halbkugeln der Erde veranschaulichen.[2]) Es ist

[1]) Kämtz, Lehrbuch der Meteorologie, 1. Band, Halle a. S. 1831; Derselbe, Vorlesungen über Meteorologie, ebenda 1840. Im Geiste Doves stellt auch die Mechanik der atmosphärischen Bewegungen dar das in seiner Art ausgezeichnete, noch jetzt vielfach zu Rate gezogene Werk von E. Schmid (Lehrbuch der Meteorologie, Leipzig 1860).

[2]) Zur Erläuterung der Zeichnungen mögen Doves eigene Worte Platz finden (a. a. O.). „Das Barometer fällt bei Ost-, Südost- und Süd-

nämlich auch nicht zu verschweigen, daß Dove selbst damals, als er eine Wirbelbewegung der Luft in der Nachbarschaft der Depressionszentren annahm, den dortigen tiefen Barometerstand nicht sowohl als Ursache, sondern nur als Folgeerscheinung des Wehens der Winde betrachtete. Deshalb haben wir kein Recht, ihn als den ersten zu feiern, der den dritten Hauptteil des barischen Windgesetzes in seiner kausalen Bedeutung erkannte, so ungemein nahe er auch dieser wichtigen Entdeckung gewesen ist.

Dieses Verdienst scheint vielmehr, was ebenfalls, wie es scheint, noch nicht wahrgenommen wurde, Muncke zuzugehören. „Die Erfahrungen," sagt derselbe,[1]) „auf welche die älteren Physiker, zu denen namentlich auch Franklin[2]) gehört, sich stützten, würden die einander scheinbar widersprechenden Resultate nicht ergeben haben, wenn man dabei den Umstand nicht übersehen hätte, daß die Luftbewegung bei den Winden wohl niemals eine geradlinige ist, wie man annahm, sondern vielmehr eine drehende in engeren und weiteren Kreisen, woraus dann zugleich die Umkehrung der Windrichtung, namentlich bei heftigen Stürmen, sehr leicht erklärlich wird, sofern den nämlichen Ort zuerst die eine und später die entgegengesetzte Seite des fortschreitenden Wirbels trifft.... Aus diesen vereinten, zum Teil entgegengesetzt wirkenden Ursachen wird die so ausnehmend unstäte und bedeutend wechselnde Richtung der Windfahnen, das unaufhörliche Schwanken derselben, wie nicht minder der veränder-

---

winden, geht bei Südwest aus Fallen in Steigen über, steigt bei West-, Nordwest- und Nordwinden und geht bei Nordost aus Steigen in Fallen über." So auf der nördlichen Hemisphäre; auf der südlichen treten die entsprechenden Umkehrungen ein, indem auf der ersteren der Wind im Drehsinne des Uhrzeigers und auf der letzteren gegen den Sinn des Uhrzeigers seine Umsetzung vollzieht.

[1]) Muncke, a. a. O., S. 1965.

[2]) Angespielt wird auf eine für die Existenz „negativer Winde" eintretende Abhandlung B. Franklins (Meteorological Imaginations and Conjectures, Manchester 1777; deutsche Übersetzung gewisser Franklinscher Werke von Wenzel, 2. Teil, Dresden 1780, S. 104 ff.).

liche Barometerstand leicht erklärbar." Es wurden hier nur zwei besonders bezeichnende Sätze wiedergegeben; aber wenn man überhaupt den ganzen einschlägigen Abschnitt nachliest, so staunt man fast, einer Reihe ganz auffälliger Anklänge an die moderne Meteorologie zu begegnen. Man kann nicht umhin, darin die ganz unzweideutige Betonung des dritten Satzes zu erkennen, der im barischen Windgesetze als Teilwahrheit enthalten ist. Damit schließt sich folglich den von Lambert und Brandes in die atmosphärische Physik hineingetragenen Neuerungen als eine dritte die folgende an, deren Wesen sich in eine kurze These zusammendrängen läßt.

Die Tatsache, daß allen Ausgleichsbewegungen in den unteren Schichten des Luftmeeres ein zyklonaler Charakter beizulegen, zwischen den Wirbelstürmen der tropischen und den sanften Winden der gemäßigten Zone sonach bloß ein gradueller und kein prinzipieller Gegensatz anzunehmen sei, ist im Jahre 1842, als gerade Doves Herrschaft über die Geister ihrem Höhepunkte sich zu nähern anfing, von Muncke in Heidelberg unverhüllt und korrekt festgelegt worden.

Auf deutschem Boden war einstweilen für alle diese wichtigen Gesichtspunkte kein Erfolg zu erwarten; zwanzig Jahre sollten vergehen, ehe die ersten Auflehnungen gegen die Einseitigkeit der Umsetzungstheorie bemerkbar wurden. Das Ausland mußte das Seinige dazu tun, um eine Bresche in das regierende System zu legen, und das konnte um so eher geschehen, weil dort Doves Lehren zwar ebenfalls achtungsvoll aufgenommen, nicht aber zu beinahe dogmatischer Geltung gelangt waren. Und zwar begann die Reform nicht in der Alten Welt, sondern beinahe ausschließlich Amerika muß das Verdienst zugesprochen werden, die dynamische Meteorologie auf eine neue Grundlage gestellt zu haben. Buys Ballots Reform ist nicht denkbar ohne die Tätigkeit seiner Vorgänger in den Vereinigten Staaten und in Britisch-Nordamerika.

Der Chemiker R. Hare aus Philadelphia hat sich, während seine reiche literarische Tätigkeit hauptsächlich seinem eigentlichen Fache galt, nur mehr gelegentlich auch mit Fragen der Atmosphärologie beschäftigt[1]) und dabei allerdings noch die zentripetale Auffassung der normalen Windbewegung, so wie man sie Brandes (s. o.) beilegt, im Gegensatze zu dem Wirbeln der großen Drehstürme vertreten. Auch Espy stand,[2]) indem er sich von seinen Erfahrungen über die Fallrichtung der von Stürmen niedergeworfenen Bäume leiten ließ, auf dem Standpunkte, der Wind folge der Richtung des Gradienten. Es ist bekannt, daß er darin gar nicht so unrecht hatte; denn gerade dann, wenn die Energie eines sich rasch fortbewegenden Sturmfeldes eine recht bedeutende ist, wird der Winkel, den die Richtung der Windbahnen an der Vorderfront des Feldes mit der normalen Trajektorie des Isobarensystemes bildet, ein immer kleinerer, so daß geradezu die Allgemeingültigkeit des Buys Ballotschen Gesetzes in Frage gestellt erscheint.[3])

---

[1]) R. Hares hier in Betracht zu ziehende Arbeiten sind vor allem diese: Causes of the Tornado or Waterspouts, Transactions of the American Philosophical Society, 32. Band [1837], S. 153 ff.; Objections to Redfields Theory of Storms, ebenda, 42. Band [1842], S. 122 ff.; 43. Band [1842], S. 214 ff. Vgl. dazu van Bebbers Werk (a. a. O., 2. Band, S. 196).

[2]) J. Espy, Philosophy of Storms, London 1841; On Storms, Report of the British Association for the Advancement of Science, 1840. Vgl. van Bebber, a. a. O., 1. Band, S. 281; 2. Band, S. 196 ff.

[3]) Darauf, daß heftige Stürme eine solche Abweichung mit sich bringen, hat wohl zuerst W. v. Bezold aufmerksam gemacht (Über die Verteilung des Luftdruckes und der Temperatur während größerer Gewitter, Zeitschr. d. österr. Gesellsch. f. Meteorol., 18. Band, S. 281 ff.). Daß die Anomalie bloß eine scheinbare ist, läßt sich an der Hand der Guldberg-Mohnschen Formeln leicht dartun (Günther, Die Mechanik der Gewitterfortpflanzung, Humboldt, 7. Jahrgang, S. 418). Allgemein erörterte die Fälle anscheinenden Versagens des barischen Windgesetzes Möller (Über Windrichtungen, welche vom Buys Ballotschen Gesetze abweichen, Zeitschr. d. österr. Gesellsch., 19. Band, S. 80 ff.), und einen weiteren Beitrag zu dieser Diskussion lieferte Lancaster (Discussion des observations faites d'orages en Belgique pendant l'année 1879, Brüssel 1885).

Jedenfalls aber hatten Hare und Espy dadurch einen wirklichen Fortschritt in die Wege geleitet, daß sie auf das Fortschreiten der Sturmzentren hinweisen. Noch mehr Material für die Richtigkeit dieser Ansicht wurde von dem New Yorker Redfield beigebracht, dessen ganzes Leben ausschließlich der Erforschung der Sturmgesetze gewidmet war.[1]) Indem er die noch bei Hare und Espy nicht abgestreifte Hinneigung zu fremdartigen Hypothesen, die Hereinziehung elektromagnetischer Faktoren in die Mechanik der Stürme gänzlich überwand, konnte er die Bewegungszustände in der Umgebung der fortrückenden Minima mehr als bisher klären, wobei er freilich insofern noch immer an der vollen Durchdringung des Geheimnisses sich gehindert sah, als er die rotatorische Bewegung der Luftteilchen nicht in spiraligen Kurven, sondern in Kreisen sich vollziehen ließ. Hierin traten ihm zwei andere Sturmforscher wesentlich bei: W. Reid,[2]) dem als lange Jahre

[1]) Aus dem Ertrage eines fast vier Jahrzehnte umfassenden schriftstellerischen Lebens seien die nachstehenden, keineswegs auf Vollständigkeit abzielenden Proben vermerkt: Remarks on the prevailing Storms at the Atlantic Coast of the North American States, Sillimans American Journal of Science, 20. Band (1831), S. 17 ff.; On the Hurricanes and Storms of the West Indies and the Coast of the United States, ebenda, 25. Band (1833), S. 311 ff.; On the Courses of Hurricanes, with Notices of the Typhoons of the China Sea and other Storms, ebenda, 35. Band (1839), S. 201 ff.; Notice of Dr. Hares' Objections to the Whirlwind Theory on the Laws of Storms, ebenda, 44. Band (1843), S. 384 ff.; On the three several Hurricanes of the American Seas, and their Relation to the Northern so called of the Gulf of Mexico, Sillimans New Journal etc., 1. Band (1846), S. 4 ff., 2. Band (1846) S. 333 ff.; On various Pacific Cyclones and Typhoons, ebenda, 24. Band (1857), S. 21 ff. Die Notwendigkeit einer durchgreifenden Revision des damals einigermaßen der Schablone verfallenen Systemes der Meteorologie hatte sich bei diesen auf ein hochwichtiges Spezialproblem gerichteten Studien Redfield sehr bestimmt aufgedrängt, wie sein 1850 der nordamerikanischen Naturforscherversammlung erstatteter Bericht beweist (On the apparent Necessity of revising the received Systems of Dynamical Meteorology). Einiger hier noch nicht aufgezählter Abhandlungen wird gleich nachher noch eigens Erwähnung zu tun sein.

[2]) W. Reid, An Attempt to develop the Laws of Storms, London

auf den Bermudas und Kleinen Antillen wohnenden Beamten eine ausgedehnte Sachkenntnis zur Seite stand, und Piddington,[1] der zwar auch noch mit Peltier[2]) elektrische Kräfte für die Bildung der Wirbelstürme verantwortlich machen wollte, sich jedoch durch diese vorgefaßte Meinung nicht abhalten ließ, die zyklonale Bewegungsform gründlich zu untersuchen. Bei ihm kommt das seitdem so viel gebrauchte und erheblich verallgemeinerte Wort Zyklone erstmalig vor.

In seinen späteren Jahren hat Redfield, wie die damals entstandenen Arbeiten[3]) ersehen lassen, an seiner ursprünglichen Auffassung eine Korrektur angebracht, durch welche jene der in der Gegenwart obwaltenden wesentlich näher gebracht ward. Er ging nämlich von der reinen Kreisbahn ab und erklärte die Wege der um ein Depressionszentrum wirbelnden Teilchen für spiralförmig, was sie tatsächlich sind. In seinen Figuren allerdings trug er der neuerworbenen Erkenntnis keine Rechnung, sondern behielt die bequemere Kreislinie bei. Aber sachlich war ihm auch wahrscheinlich geworden, daß sich der Einfluß der Erdumdrehung auf den Drehsinn für beide Hemisphären der Erdkugel verschieden gestalten müsse. Ein weiterer Fortschritt, den man Redfield verdankt, besteht darin, daß er mehr und mehr den bisher aufrechterhaltenen Unterschied zwischen tropischen und gewöhnlichen Stürmen fallen ließ. In allen diesen Punkten traf Reid mit seinem Nachbarn in der Union der

---

1838 (auch ins Chinesische übersetzt); The Progreß and the Development of the Laws of Storms and Periodical Winds, ebenda 1849.

[1]) Piddington, The Sailors Horn-Book for the Law of Storms, New-York 1840; Guide du marin sur la loi des tempêtes (französische Bearbeitung), Paris 1859.

[2]) Über Peltiers Hypothese und verwandte Anschauungen orientiert am besten A. C. Becquerel (Traité de l'électricité et du magnetisme, 5. Band, Paris 1840, S. 184 ff.).

[3]) Redfield, Effects of the Earth's Rotation upon falling Bodies and upon the Atmosphere, Sillim. New Jornal, 3. Band (1847), S. 283 ff.; On the Spirality of Motion in Whirlwinds, ebenda, 23. Band (1857), S. 23 ff.

Hauptsache nach zusammen. So war durch die transatlantischen Angelsachsen der Einblick in den Zusammenhang der atmosphärischen Bewegungen um ein gutes Stück vertieft worden,[1]) allein jenseits des Ozeanes kam man deshalb nicht so bald zu einer ganz zutreffenden Bewertung der amerikanischen Errungenschaften, weil sich Dove derselben ganz zu bemächtigen und sie mit seltenem Geschicke in seine eigene, bei näherem Zusehen doch auf ganz anderen Voraussetzungen aufgebaute Theorie der Stürme, die er in mehreren Schriften[2]) vertrat, zu verweben wußte. Im übrigen trat die Verquickung dynamisch-meteorologischer und elektrischer Hypothesen, die gerade in Amerika ihren Sitz hatte,[3]) der Verbreitung der gesunden, dort gefundenen Maximen hindernd in den Weg.

Sogar bei dem genialen Geophysiker Maury, dessen „Sailing Directions“ eine neue Epoche der Schiffahrtskunde einleiteten, spielt noch der Gedanke, daß der Erdmagnetismus die Winde in ihrem Wechselspiele maßgebend beeinflusse, eine nachteilige Rolle. Was er darüber gedacht und gefunden, hat er in seinem Hauptwerke[4]) niedergelegt, und es zeigt sich,

---

[1]) Für die Einbürgerung der neuen amerikanischen Lehren leistete viel das treffliche Werk von Reye (Die Wirbelstürme, Tornados und Wettersäulen in der Erdatmosphäre mit Berücksichtigung der Stürme in der Sonnenatmosphäre, Hannover 1872, 1880).

[2]) Dove, Über das Gesetz der Stürme Berlin 1857; Die Stürme der gemäßigten Zone, mit besonderer Berücksichtigung des Winters 1862—1863, ebenda 1863.

[3]) Einen charakteristischen Beleg für diese Behauptung erbringt u. a. das merkwürdige Werk eines Kapitäns Ch. Wilkes (Theory of the Winds, New York 1856). Zwar wird von der Grundvorstellung ausgegangen, daß Temperaturdifferenzen innerhalb der Lufthülle als die einzige Ursache anzusehen seien, welche den Wind hervorruft und ihm seine Richtung anweist, allein trotzdem muß auch die Elektrizität mitwirken, um die wirklich beobachteten Bewegungsformen erklären zu helfen, und damit ist natürlich eine einheitliche, mechanischen Grundregeln angepaßte Deutung der Vorgänge so gut wie unmöglich gemacht.

[4]) M. F. Maury, The Physical Geography of the Sea, New York 1855. An diesem Orte wird Bezug genommen auf Boettgers deutsche Ausgabe: Die physische Geographie des Meeres, Leipzig 1859.

daß dabei einerseits mancher der neueren Doktrinen über die allgemeine Luftzirkulation vorgegriffen, andererseits jedoch im großen und ganzen über das schon von Hadley (s. o.) erreichte Niveau nicht eigentlich hinausgegangen wird. Man könnte sagen, es seien nur dessen Festsetzungen über die Passate verallgemeinert worden. Manches, was Maury aus der Annahme eines unteren und oberen Luftstromes ableitet, so zumal die fünf „Kreuzungen" am Äquator, an den beiden Wendekreisen und in der Nähe der Pole, hat sich nicht auf der wissenschaftlichen Tagesordnung zu erhalten vermocht. Die ablenkende Aktion der Erdumdrehung schien ihm wesentlich nur auf meridionale Windrichtungen beschränkt zu sein.

Weit über Maurys Konstruktionen, deren Schematismus denjenigen der Doveschen Winddrehungsregel noch hinter sich ließ, gehen die bereits ganz in modernem Fahrwasser sich bewegenden Bearbeitungen der Windgesetze, welche man den Amerikanern Coffin und Ferrel zu danken hat. Buys Ballot selbst hat auch in Erinnerung gebracht,[1]) daß Lloyd in Dublin bereits 1854 eine Teilwahrheit des allgemeinen Gesetzes ermittelt habe; man darf diese Erkenntnis, daß nämlich auf der Nordhalbkugel das Depressionszentrum zur Linken der Windrichtung gelegen sei, aber wohl schon auf das Jahr 1849 zurückdatieren.[2]) Selbstverständlich handelte es sich aber damals noch um einen Sonderfall, insofern die Windverhältnisse der Insel Irland in Betracht kamen. Auch Coffin hatte einstweilen nur die Zustände der Atmosphäre über Nordamerika im Auge,[3]) allein da man es in diesem Falle mit einer ungeheueren Landfläche zu tun hatte, so näherte sich die ge-

[1]) Buys Ballot, Schreiben an J. Hann, Zeitschr. d. österr. Gesellschaft f. Meteorologie, 12. Band (1885), S. 95.

[2]) H. Lloyd, Notes on the Meteorology of Ireland, Transactions of the Irish Academy of Sciences, 22. Band (1855), S. 284 ff.

[3]) J. Coffin, On the Winds of the Northern Hemisphere, Sillim. New Journal, 6. Band (1848), S. 398 ff.; On the Currents of the Atmosphere, Proceed. of the Amer. Assoc., 1858, S. 200 ff.; On the Winds of the Southern Hemisphere, ebenda, 1859, S. 284 ff.

machte Wahrnehmung doch weit mehr der Einsicht in eine mehr durchgreifende Gesetzlichkeit. Nicht weniger als 107 genaue Beobachtungsreihen, die sich zum guten Teile auf den lange unerschlossenen Westen des Kontinentes erstreckten, war er für seine Vergleichung auszunützen in der Lage, und indem er aus den Einzelrichtungen nach Lamberts bekannter Vorschrift[1]) einen Durchschnitt bildete, berechnete er den Winkel, den diese mittlere Windrichtung mit der nach Süden gehenden Mittagslinie einschließt, d. h. also das mittlere Azimut, zu angenähert 86°. Die ungleichmäßige Verteilung der Temperatur erzeugt, wie er feststellt, auch eine ebensolche Verteilung des Luftdruckes, und indem diese Ungleichheiten sich auszugleichen bestrebt sind, kommt unter der konkurrierenden Einwirkung der Erdumdrehung jener Westwind zustande. Die von Coffin formulierte These würde in deutscher Übertragung den folgenden Wortlaut haben:

Ein Wind der Nordhalbkugel hat stets das Gebiet schwächsten Druckes zu seiner Linken und das Gebiet stärksten Druckes zu seiner Rechten, während auf der Südhalbkugel die Dinge sich umgekehrt verhalten. Es scheint von diesem Gesetze keine Ausnahme zu geben.

Man sieht, daß Coffin die Luftbewegungen Nordamerikas sofort als normativ auf diejenigen der Gesamterde übertragen hat. In dieser großartigen Konzeption liegt offenbar ein hoher Vorzug, dessen man nur, weil Europa nicht unmittelbar in Betracht gezogen war, bei uns nicht rechtzeitig inne geworden ist. Was der amerikanische Astronom auf statistischem Wege erreichte, das strebte sein Landsmann Ferrel[2]) auf dem

[1]) Lambert, Sur les observations du vent, Mém. de l'Acad. de Berlin, 1777, S. 26 ff.; Pernter, Die Lambertsche Formel, Meteor. Zeitschr., 8. Band (1891), S. 193 ff.

[2]) S. Ferrel, An Essay on the Winds and the Currents of the Ocean, Nashville Journal, 11. Band, Nr. 4 und 5; The Motion of Fluids and Solids relative to the Earth's Surface, New York 1859/60. Die ersterwähnte, bahnbrechende Abhandlung wurde neu aufgelegt in einem

theoretischen an, indem er von den Fundamentalgleichungen der Bewegung seinen Ausgang nahm. Man hat wohl ein Recht, zu sagen, daß auch Dove und Maury (s. o.) das Bild einer die Gesamterde umspannenden atmosphärischen Zirkulationsbewegung zu zeichnen versucht hatten, aber ihre Bemühungen waren nicht von wirklichem Erfolge gekrönt. Anders bei Ferrel, dessen Hauptsatz, daß den Parallelkreisen von $\pm 35^0$ eine Häufung der Luftmasse entsprechen müsse, während von dort aus pol- und äquatorwärts eine Einsenkung auftrete, durch die mit den modernsten Hilfsmitteln geführte Untersuchung Sprungs[1]) bestätigt wurde. Durch Ferrel und seinen viel zu wenig beachteten Konkurrenten James Thomson[2]) ist das vorher allzu schematisch angegriffene Zirkulationsproblem seiner Lösung zugeführt worden. Für uns jedoch, die wir hier gerade die örtlichen Bewegungen zu betrachten verpflichtet sind, steht von Ferrels Forschungsresultaten ein anderes oben an. Was kurz vorher Foucault durch seinen berühmt gewordenen Pendelversuch ermittelt hatte,[3]) das konnte der amerikanische Mathematiker als ein durchgehendes Naturgesetz erweisen:

Jedwede nicht dem Äquator folgende Horizontal-

Sammelwerke: Popular Essays on the Movements of the Atmosphere, Washington 1882 (Professional Papers of the Signal Office, Nr. 12).

[1]) Sprung, William Ferrels Untersuchungen über atmosphärische Wirbel, Zeitschr. d. österr. Gesellschaft f. Meteorol., 17. Band, S. 161 ff., S. 276 ff. Eine gute Übersicht gewährt auch ein Aufsatz von Pernter (Die allgemeine Zirkulation der Erdatmosphäre, Das Wetter. 1890, S. 11 ff., S. 158 ff.).

[2]) J. Thomson, On the Grand Currents of the Atmospheric Circulation, Report of the British Association for the Advancement of Sciences, 1857, S. 38 ff. Man hatte dieses bedeutsame Dokument der meteorologischen Entwicklungsgeschichte ganz aus dem Auge verloren, als G. H. Darwin es wieder unverdientem Dunkel entriß (Opening Addreß of the Section A of the British Association, Nature, 34. Band, S. 420 ff.).

[3]) Foucault, Démonstration physique du mouvement de rotation de la terre au moyen du pendule, Compt. Rend. de l'Acad. Française, 32. Band (1851), S. 138 ff.

bewegung, also keineswegs bloß die in meridionaler Richtung vor sich gehende, wird durch die Erdrotation mit einem Impulse abgelenkt, der nur von der geographischen Breite abhängig ist.

Seit Ferrels genereller Durcharbeitung des Ablenkungsgesetzes weiß man, daß mit sehr großer Annäherung — die genaue Formel muß allerdings auch auf das Anfangsazimut Rücksicht nehmen[1]) — jener Impuls dem Sinus der Polhöhe proportional ist.[2]) Auch die spiralige Natur der Windbahnen im zyklonalen Felde wurde aufs neue hervorgehoben. Nur in einem wichtigen Punkte blieb Ferrel noch hinter der bei anderen bereits nachweisbaren Erfassung der Wirklichkeit zurück; er konnte sich noch nicht von dem Irrtum frei machen, daß ein Zyklonengebiet allseitig von einem Bezirke entgegengesetzt gearteter Luftbewegung umschlossen sein müsse.

Nach dieser Seite hin hat, völlig unbeeinflußt von den ihm noch ganz unbekannt gebliebenen Arbeiten Buys Ballots, der Engländer Galton Wandel geschafft, indem er seine Aufgabe darin erblickte, die Wechselbeziehungen zwischen Maximum und Minimum aufzuklären. Man solle, so urteilte er mit Recht, nicht bloß die horizontale Bewegungskomponente berücksichtigen, die ja allerdings aus den Isobarenkarten allein entnommen werden könne,[3]) sondern auch die

[1]) Dies beweist Finger (Über den Einfluß der Erdrotation auf parallel zur sphäroidischen Erdoberfläche in beliebigen Bahnen vor sich gehende Bewegungen, Sitzungsber. d. Akad. d. Wissensch. zu Wien, Math.-Phys. Kl., 76. Band, S. 67 ff.).

[2]) Den ganzen Fragenzyklus, welcher mit den beiden hier genannten Problemen untrennbar verknüpft ist, sucht unter einem vereinigenden Gesichtspunkte abzuhandeln eine frühere Abhandlung (Günther, Die sichtbaren und fühlbaren Wirkungen der Erdrotation, Humboldt 1. Jahrgang, S. 328 ff., S. 359 ff.).

[3]) Immerhin hat auch gerade aus den die Druckverteilung darstellenden Karten Stevenson die umgekehrte Proportionalität der beiden Größen Windstärke und Gradientenlänge herausgelesen, das notwendige Korrelat des Buys Ballotschen Gesetzes. Die Zusammengehörigkeit dieser Sätze bespricht A. Supan (Statistik der unteren Luftströmungen, Leipzig 1881, S. 3 ff.).

vertikalen Strömungen als gleichberechtigt anerkennen.[1]) Hier stoßen wir zuerst auf den Hinweis, daß die barometrische Elevation von absteigenden, die barometrische Depression von aufsteigenden Bewegungen umgeben sei, daß jedoch eben diese stetig ineinander übergehen müßten. Galton ist, möchte man sagen, für die Antizyklonen das geworden, was Buys Ballot für die Zyklonen bedeutet. Mit Nachdruck betont er, daß die vom Maximum ausstrahlenden Luftbahnen sofort scharf nach rechts (auf unserer Halbkugel) umbiegen, um sodann in den Weg gegen das Minimum hin überzugehen. In Fig. 4 ist die entsprechende Zeichnung zu sehen. Reproduzieren wir den etwas umständlich eingekleideten Satz, in welchem Galton das Fazit seiner Beobachtungen zieht, in unserer Sprache, so können wir dies in folgender Weise tun:

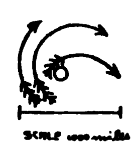


Fig. 4.

Jedesmal dann, wenn die Verteilung des Luftdruckes wohl umschriebene Bereiche von barometrischem Hoch- und Tiefstande hervortreten läßt, deren mittlere Entfernung nicht über etwa 2400 km hinausgeht, bewegt sich die Luft vom Maximum zum Minimum derart, daß die Verbindungslinie beider Punkte unter Winkeln von beiläufig 45° geschnitten wird.

Fig. 5 stellt uns Galtons Originaldiagramm vor Augen, und es ist einleuchtend, daß in ihm der Gegensatz von zyklonaler und antizyklonaler Bewegung zu klarem Ausdrucke gelangt, indem nur das Einströmen in das Minimum, welches ja in Wahrheit einen asymptotischen Punkt bildet, nicht ganz mit den Tatsachen sich deckt. Mag auch

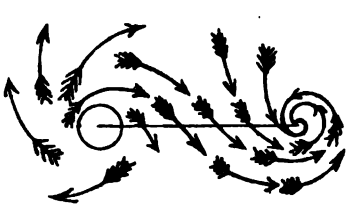


Fig. 5. Highbarom. Low barom.
Galton's dispersion and indraught.

[1]) F. Galton, A Development of the Theory of Cyclones, Proceedings of the Royal Society, 12. Band (1863), S. 385 ff.

jene durchsichtige Formulierung vermißt werden, in welcher eines der Hauptverdienste Buys Ballots zu suchen ist, so läßt sich doch sicherlich nicht in Abrede stellen, daß der eigentlich springende Punkt auch hier getroffen ist. Und fast unbegreiflich erscheint, daß bisher die Leistung Galtons so gut wie ganz[1]) der Vergessenheit hat verfallen können.

Aus der Zeit nach Brandes (s. o.) konnte von deutschen Leistungen auf dem von uns betrachteten Gebiete nichts berichtet werden, weil eben Doves Suprematie gerade in unserem Vaterlande kaum je angefochten ward. Gleichwohl fehlt es durchaus nicht ganz an hierher gehörigen Versuchen, abseits des sozusagen offiziellen Weges die meteorologische Dynamik zu fördern; aber es ist ein charakteristisches Zeichen für die damalige Zeit, daß man sich fast gar nicht um diese achtungswerten Bestrebungen kümmerte, weil sie den Stempel der Anerkennung des Meisters nicht trugen. Um so mehr besteht für uns die Pflicht, diesen so ganz wenig bekannten Stadien des Erkenntnisfortschrittes gerecht zu werden.

Ein deutscher Physiker, dessen Arbeiten sich überhaupt durch ihre Selbständigkeit auszeichnen, hatte die Frage aufgeworfen,[2]) ob bei der barometrischen Höhenmessung auch die Windrichtung einen Einfluß äußern könne; Beobachtungen wurden zur Beantwortung dieser Frage systematisch in Clausthal, Halberstadt und Magdeburg angestellt. Ein paar Jahre später nahm Dippe in Schwerin die Untersuchung von neuem auf[3]) und führte sie nach einer scharf-

---

[1]) Nur gestreift wird Name und Wirksamkeit des Mannes in dem gründlichen Werke van Bebbers (1. Band, S. 386); indessen wird dort nicht die oben angeführte Abhandlung, sondern ein etwas später publiziertes Werk zitiert, nämlich Galtons Ausgabe des „Weather Book" des Admirals Fitzroy (London 1861).

[2]) G. A. Erman, Über einige barometrische Beobachtungen und die Folgerungen, zu denen sie veranlaßten, Poggendorffs Ann. d. Phys. u. Chem., 88. Band (1853), S. 260 ff.

[3]) M. C. Dippe, Die Ungleichheiten des Barometerstandes an benachbarten, in gleicher Höhe über dem Meere gelegenen Stationen, und

sinnig erdachten Methode durch. Die drei Orte, welche er der Vergleichung unterstellte, waren die mecklenburgischen Städte Wustrow, Schönberg und Schwerin, für welche er bezüglich aus dreijährigen Aufzeichnungen die barometrischen Mittel gleich 336,66 resp. 336,60 und 335,31 Pariser Linien gefunden hatte. Natürlich werden diese Werte, eben weil sie einen Durchschnitt darstellen, nur gelegentlich erreicht; in einem beliebigen konkreten Falle sind die abgelesenen Barometerstände davon etwas verschieden. Sie seien b_1, b_2, b_3. Nunmehr werden die sich ergebenden Differenzen

$$b_1 - b_2, b_1 - b_3;\ b_2 - b_1, b_2 - b_3;\ b_3 - b_1, b_3 - b_2$$

zu den an den drei Normalorten beobachteten Windrichtungen in Beziehung gesetzt, wobei die Besselsche Formel[2]) ihre Dienste zu leisten hat. Aus den Rechnungen zieht Dippe zwei resultierende Sätze ab:

„I. Der Barometerstand an einer Station A ist im Vergleiche mit dem Barometerstande an einer anderen Station B nicht dann am höchsten, wenn der Wind von A nach B hinweht, sondern wenn die Richtung des Windes mit der Verbindungslinie AB der Stationen einen mehr oder minder beträchtlichen Winkel bildet."

„II. Die Richtung des Windes, bei welcher der Barometerstand an der ersten Station ein relatives Maximum ist, weicht in allen Fällen ohne Ausnahme von der Verbindungslinie der Stationen in demselben Sinne ab, und zwar in dem Sinne des Doveschen Drehungsgesetzes oder in dem Sinne der täglichen Bewegung der Sonne."

Damit ist offenbar das Wesen der Luftbewegung in der Nähe des Maximums ganz im Einklange mit dem barischen Windgesetze, von dessen schüchternem Auftreten Dippe noch gar keine Kenntnis besaß, allgemein festgestellt. Daß die

Abhängigkeit dieser Ungleichheiten von der Richtung und Stärke des Windes, Beiträge zur Statistik Mecklenburgs, 2. Bd., 2. Teil, Rostock 1861.

[2]) Bessel, Über die Bestimmung des Gesetzes einer periodischen Erscheinung, Astronom. Nachrichten, 6. Band, Sp. 333 ff.

Übereinstimmung des Drehsinnes einer Antizyklone mit demjenigen der Doveschen Drehungsregel nur eine ganz äußerliche ist, tut weiter nichts zur Sache; damals suchte ja jedermann ein neues Forschungsergebnis der herrschenden Doktrin anzupassen. Die Größe des von ihm ermittelten Ablenkungswinkels bringt Dippe ganz richtig in Verbindung mit der Energie des betreffenden Windes; je nach der Windstärke fanden sich die Winkelwerte gleich 59° 6′, 65° 18′ und 61° 54′. Ermans (s. o.) Bestimmungen des vom Harzgebirge gegen das angrenzende Flachland wehenden Windes kommen auf ähnliche Zahlen hinaus.

Man kann sonach mit Hellmann[1]) es aussprechen, bei Dippe seien die „ersten Andeutungen über den Zusammenhang zwischen Windstärke und barischem Gradienten“ nachzuweisen. Allein wichtiger ist vielleicht noch seine exakte Analyse der Antizyklonalbewegung. Und vor allem ist bemerkenswert, festzustellen, durch Beschreitung welchen Weges der mecklenburgische Mathematiker sich der Entdeckung des wahren Sachverhaltes so augenfällig genähert hat. Ihn leiteten nicht theoretische Überlegungen aprioristischer Natur; er las nicht aus einer Fülle statistischer Daten eine Regel heraus, sondern indem er sich mit einer bestimmt umschriebenen Aufgabe befaßte, führte ihn die zielbewußte Anwendung jenes machtvollen Rechnungsinstrumentes, welches uns Fourier und Bessel durch die Entwicklung nach trigonometrischen Reihen überliefert haben,[2]) zu einer — an sich ganz ungesuchten — Ermittlung der Größe des Winkels, welche die Windbahnen mit der zentripetalen Richtung einschließen.

Dippes Anregung blieb lange verschollen, weil sie an schwer zugänglichem Orte erschienen war und wegen des Titels der Untersuchung leicht übersehen werden konnte. Sie hätte jedoch, wäre sie konsequent verfolgt worden, ihrerseits unbedingt zu einer selbst-

---

[1]) Hellmann, Report. d. d. Meteorol., S. 971.

[2]) Vgl. hiezu Ad. Schmidt, Über die Verwendung trigonometrischer Reihen in der Meteorologie, Gotha 1894.

ständigen, von den Methoden aller anderen Forscher unabhängigen Begründung des zugrunde liegenden Gesetzes hinführen müssen.

Um die Zeit, als Galton und Dippe dem alten Fundamentalprobleme der dynamischen Meteorologie noch unbekannte Seiten abgewannen, war Buys Ballot in rastlosem, gleichmäßig konsequentem, aber von Vorgängern und Zeitgenossen wenig beeinflußtem Studiengange mit dem Naturgesetze ins reine gekommen, welches zwei Jahrzehnte später, seinen Namen tragend, zu einer der festesten Grundlagen der meteorologischen Wissenschaft ausgestaltet werden sollte. Da die vorliegende Studie auch den Zweck einer vollständigen Aufklärung über die Prioritätsfrage vor sich hat, so wird es als eine Notwendigkeit zu erachten sein, daß auch der Werdegang des Gesetzes in seiner normativen Ausdrucksform von den Anfängen an dargelegt werde. Denn so wenig daran gezweifelt werden kann, daß es das höchste Interesse gewährt, das Auftauchen eines neuen Gedankens zu verschiedenen Zeiten und an verschiedenen Orten kritisch zu prüfen, so bleibt es doch bei der alten, von der Geschichte aller Wissenschaften einmütig angenommenen Tatsache, daß nur der als der wahre Erfinder oder Entdecker angesehen werden kann, dem der volle Wert des von ihm gemachten Fundes zum klaren Bewußtsein gekommen ist.

Als Mathematiker, Physiker und Geologe tätig hatte der holländische Gelehrte (1817—1890) erst verhältnismäßig spät die Beziehungen zu der Disziplin gefunden, in welcher er unsterblich werden sollte. Eine Durchmusterung ozeanographischer Nachrichten hat ihn zuerst zu eingehenderer Beschäftigung mit den Winden veranlaßt,[1]) nachdem er einige Jahre zuvor auf der „Sonnenborgh“ bei Utrecht mit der Anstellung regelmäßiger Witterungsbeobachtungen begonnen hatte. Von Anfang an war er sich eines gewissen Gegensatzes gegen Dove

[1]) Buys Ballot, Uitkomsten van Wetenskap en Erfaring aangaande Winden en Zeestromingen in eenige Gedeelten van den Oceaan, Utrecht 1853.

bewußt,[1]) wogegen ihm die von Brandes inaugurierte, aber leider nicht ausgebaute synoptische Methode (s. o.) den Schlüssel für die Ergründung der die scheinbare Anarchie der Luftbewegungen durchdringenden Gesetzmäßigkeit darzubieten schien. Dreißigjährige Aufzeichnungen, die in Holland gemacht worden waren, ließen bei ihrer Durchmusterung kein so entschiedenes Überwiegen der Windumsetzung mit dem Uhrzeiger in die Erscheinung treten, wie es nach der Doveschen Regel hätte erwartet werden müssen, und so drängte sich die Durchführung eines Verfahrens ganz von selber auf, welches die Beurteilung des Zutreffens oder Versagens jenes angeblichen Gesetzes ganz wesentlich erleichtern mußte. Das Jahr 1854 brachte die erste einschlägige Note,[1]) in welcher eine neue Art meteorologischer Graphik in Vorschlag gebracht wurde.

Es wurden von dem Gebiete, dem die synoptische Unter-

---

[1]) Damit ist wohl in Einklang zu bringen, daß Buys Ballot in einer seiner frühesten Arbeiten (Einiges über das Dovesche Drehungsgesetz, Ann. d. Phys. u. Chem., 60. Band [1846], S. 447 ff., S. 553 ff.) sehr fleißig Belege für die Richtigkeit der Doveschen Theorie zusammengetragen hatte. An und für sich hätte ja sein synoptisches Verfahren zu deren Bekräftigung, wenn sie nur eben richtig wäre, sehr viel beitragen können. Er selbst schreibt (Zeitschr. d. österr. Gesellsch. f. Meteorol., 12. Band [1885], S. 95) darüber an Hann: „Meine Regel hat mir die Gunst meines hohen Gönners Dove gekostet. Er hatte mich eben den besten Verteidiger seines Gesetzes von der Drehung genannt, wie ich denn auch in Pogg. Ann. die ausführlichsten Belege dafür gegeben hatte, und nun mußte ich gerade das Umgekehrte beweisen.“ Eine anscheinend niemals zitierte, die anfängliche Abhängigkeit des holländischen von dem deutschen Meteorologen besonders klar erhellende Stelle sei hier noch angeführt. In einer Besprechung der Bestrebungen J. v. Lamonts, die alten Peißenberger Beobachtungen für die Wissenschaft nutzbar zu machen, sagt Buys Ballot (Bemerkungen zu den Ergebnissen aus den Hohenpeißenberger Beobachtungen, Ann. d. Phys. und Chem., 87. Band [1852], S. 547): „Der Strom, welcher von den Äquatorgegenden die Wärmeänderungen bringt, kann nicht direkt dahin gelangen; er streicht über den Hohenpeißenberg fort.“ Letzterer würde also, falls diese krasse Auslegung der Doveschen Ansicht berechtigt wäre, unter allen Umständen im Windschatten der Alpen liegen.

suchung gelten sollte, zwei Kärtchen gezeichnet, wie sie Fig. 6 und 7 veranschaulichen. Die erste dient lediglich zum Vergleichen, so daß also, wer mit Fig. 7 zu operieren hat, in Fig. 6 sich dafür den geographischen Schlüssel holen muß.[1]) Die den Ortszeichen beigesetzten kleinen Pfeile versinnlichen die Windrichtungen, indem zugleich eine Pfeilkrümmung auf Windwechsel hinweist. Horizontal- und Vertikalstrichelung deutet an, daß die augenblickliche Ortstemperatur unter- oder oberhalb des Mittels liegt. So gewinnt man also eine rasche und bequeme Übersicht über die Wind- und Wärmeverteilung

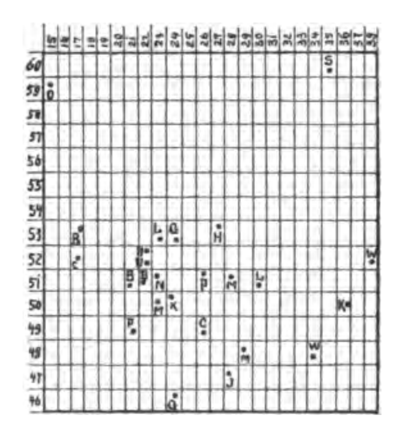


Fig. 6.
Buys Ballots Orientierungskarte.



Fig. 7. Buys Ballots Wetterkarte für den 30. Oktober 1852.

innerhalb eines gewissen Landstriches. Buys Ballot war der Meinung, es müsse, wenn von allen Teilen der Erde her solche Orientierungskarten einer mit deren Verarbeitung betrauten Zentralstelle geschickt würden, eine rasche Übersicht über die ganze Witterungslage und auch eine gewisse Vorausbestimmung künftiger Zustände ermöglicht werden. Darin täuschte er sich nicht, und vor allem kam sein synoptisches Verfahren der Theorie der Luftbewegungen selbst zugute.

[1]) Buys Ballot, Erläuterung einer graphischen Methode zur gleichzeitigen Darstellung der Witterungserscheinungen an vielen Orten, Poggend. Ann. d. Phys. u. Chem., 4. Erg. Bd. (1854), S. 559 ff.

Denn wenn man nunmehr in jedem Einzelfalle zu ermitteln in den Stand gesetzt wurde, woher der Wind kommt und wohin er geht, so ließ sich auch am ersten eine hier allenfalls obwaltende Gesetzmäßigkeit erkennen — zuerst offenbar auf ganz empirischem Wege und vorbehaltlich späterer deduktiver Bestätigung der gewonnenen Erfahrungssätze. So wie Buys Ballot (a. a. O.) zuerst die Grundwahrheit ausspricht, ist die Formulierung derjenigen, die wir (s. o.) bei Lambert antrafen, noch in nichts überlegen. „Wenn ich“, so sind seine Worte, „mehr Luftdruck habe als mir zukommt, so gibt es an anderen Orten andere, welche einen zu geringen Luftdruck haben; es wird also von hier, wo ich mich befinde, Luft zu den anderen Orten hinfließen — oder im entgegengesetzten Falle wird Luft zu mir herströmen“. Etwas grundsätzlich Neues war, wie der Leser dieser Abhandlung weiß, hiemit in keiner Weise ausgesprochen; aber der niederländische Forscher begnügte sich auch nicht mit seinem vorläufigen Ergebnis, sondern bediente sich in einer weiteren Arbeit[1]) desselben nur zur Anknüpfung weiterer Schlüsse. Die in Utrecht und Helder angestellten Barometerbeobachtungen belehrten ihn, daß die Windstärke mit der barometrischen Differenz zwischen Maximum und Minimum zu- und abnimmt. Aber erst nach und nach verstand er sich dazu, der von Redfield schon zehn Jahre früher zutreffend betonten Mitwirkung der Erdumdrehung gebührend Rechnung zu tragen. Nach dieser Seite hin kennzeichnet einen Markstein der Entwicklung eine Stelle in einem 1857 publizierten Aufsatze,[2]) die in deutscher Einkleidung, wie folgt, lautet: „Der herankommende Wind wird“ — auf der Nordhalbkugel — „das Zentrum der Depression zur Linken haben ...“ Eine andere,

[1]) Buys Ballot, Note sur le rapport de l'intensité et de la direction du vent avec les écarts simultanés du baromètre, Compt. Rend. de l'Acad. Franç., 1857, II, S. 765 ff.

[2]) Buys Ballot, Beiträge zur Vorhersage von Witterungserscheinungen, (Donders) Holländ. Arch. f. Natur- und Heilkunde, 3. Band (1863) S. 85 ff.

seitdem den Meteorologen besonders geläufige Abänderung dieser Formulierung ist diese: „Der Wind wird, wenn man die linke Körperseite dem Orte niedrigsten Barometerstandes zugewendet hat, gegen den Rücken hin wehen.“ Verfolgt man die Windrichtungen in der Nähe der Depression, so folgt aus den bisher gewonnenen Einsichten eine neue: Das Minimum ist zugleich Mittelpunkt einer Wirbelbewegung der Luft, welche auf unserer Hemisphäre einen dem des Uhrzeigers entgegengesetzt gerichteten Drehsinn aufweist.

Der erste Impuls, so wird im Einklange mit Lambert und Brandes ausgeführt, ist gegen den Ort schwächsten Druckes gerichtet; es findet eine Art von Anziehung gegen dieses Zentrum hin statt. Aber zugleich werden die von Norden kommenden Luftteilchen durch die Erdbewegung gegen Westen abgelenkt und zunächst in eine Nordnordost-, später in eine Nordostrichtung u. s. w. gebracht, während ebenso die von Süden her sich nähernden Partikeln folgeweise eine Südsüdwest-, Südwestrichtung u. s. w. einschlagen müssen. So ereignet sich hier nach Buys Ballot im kleinen etwas der Planetenbewegung Ähnliches, denn auch diese Himmelskörper beschreiben ja ihre Zentralbahnen unter dem gleichzeitig wirkenden Antriebe einer zentripetal und einer tangential wirkenden Kraft.[1]) Man sieht, daß bei der Ziehung dieses Vergleiches sich die an der Wetterkarte gemachten Erfahrungen und rein theoretische Überlegungen Buys Ballots zu gegenseitiger Ergänzung die Hand reichen.

Die qualitative und quantitative Seite des Rotationsimpulses wird in der Hauptsache völlig im Geiste Doves abgeschätzt. Unter t den Ort des barometrischen Minimums, unter n und s je einen rein polaren und einen rein äquatorialen Wind ver-

[1]) Obwohl dieser Vergleich, wie das so oft der Fall, etwas hinkt, insofern eine eigentlich tangentiale Kraft nicht vorhanden ist, so charakterisiert derselbe doch eine klare Auffassung des Bewegungsvorganges, der aus der Koexistenz zweier stetig wirkenden Impulse entspringt. Und darin liegt eben das auszeichnende Merkmal der neuen gegenüber der Doveschen Theorie.

stehend, spricht er es als seine Überzeugung aus, „daß im allgemeinen die Teilchen von *s* sich östlich von *t* und jenen von *n* sich westlich von *t* vorüberbewegen, daß die Bahnen der letzteren westlich von den Bahnen der ersteren liegen,

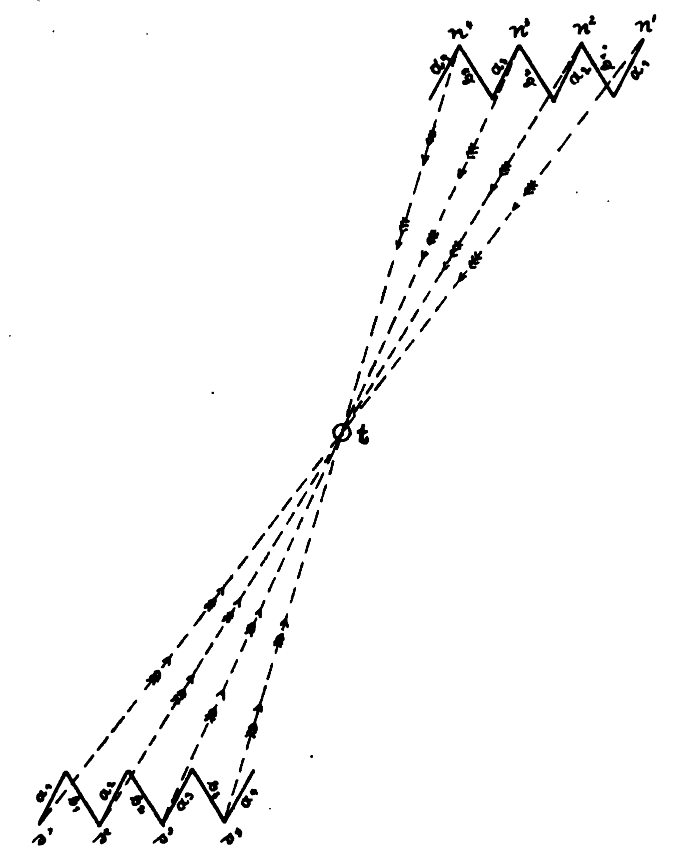


Fig. 6.

und die gesamte Luftmasse in einer dem Zeiger der Uhr entgegengesetzten Richtung, d. i. auch entgegengesetzt der Bewegung der Sonne sich drehen wird. Der sich daraus ergebende Wind wird bald und vorzüglich in der Nähe des tiefsten

Ortes t nicht mehr gegen diesen Ort (t) hin gerichtet sein, sondern nahezu lotrecht auf die Verbindungslinie mit demselben, so daß derselbe (t) zur linken Hand bleibt". Die von Buys Ballot zur Erläuterung beigegebenen Figuren sind hier, teilweise vervollständigt, wiedergegeben (Fig. 8 und 9). Der Punkt t ist, was ja in Wirklichkeit nicht ganz zutrifft, stabil vorausgesetzt; n_1, n_2, n_3, n_4 etc. sind die konsekutiven Örter

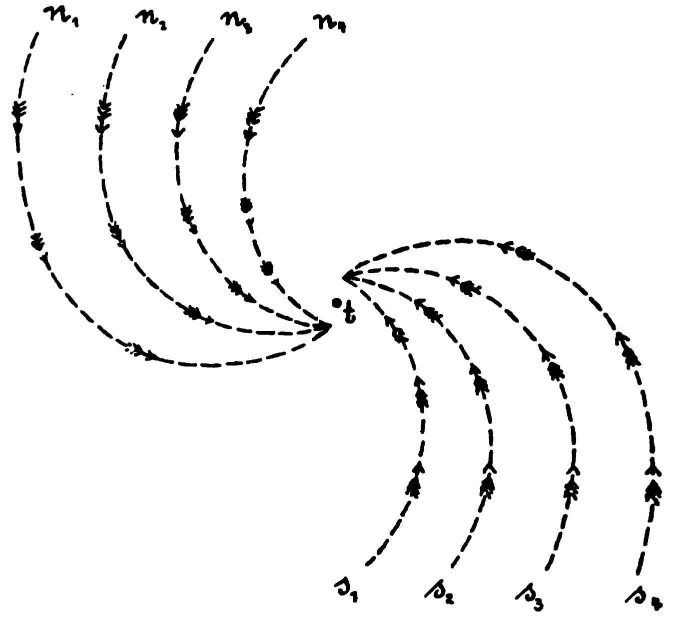


Fig. 9.

eines nördlichen Luftteilchens n und ebenso s_1, s_2, s_3, s_4 etc. diejenigen eines südlichen Luftteilchens s. Man ersieht, wie n_1 durch Konkurrenz der zwei Bewegungsimpulse a_1 und b_1 an den Ort n_2, s_1 ebenso an den Ort s_2 gelangt, und allgemein führen die Antriebe a_i und b_i das Teilchen resp. nach n_i und s_i ($i = 1, 2, 3, 4$ etc.).

Zwar liegt dieser Konstruktion noch insofern eine irrige Einschätzung der Deviation zu grunde, als eine solche für rein

west-östliche Bewegungen nicht zugelassen wird, während doch tatsächlich (s. o.) das Anfangsazimut gar keine Rolle spielt; allein im Endeffekte tut dieser der Doveschen Theorie von Anfang an anhaftende Fehler nichts zur Sache, und die Spiralbewegung im Depressionsfelde findet sich mit vollkommener Deutlichkeit ausgesprochen.

Wenn Buys Ballot seinen Lehrsatz nicht in einzelnen Etappen, sondern sofort mit derjenigen Bestimmtheit der Welt übergeben hätte, zu welcher er sich selbst erst allmählich durchrang, so würde es nicht ein volles Jahrzehnt angedauert haben, bis sich der Sieg des neuen Gedankens der herrschenden Lehre gegenüber durchsetzte. Gewöhnlich wird als diejenige Publikation, welche einen gewissen Abschluß herbeigeführt hat, jene Abhandlung namhaft gemacht, in welcher der Gebrauch des neuen Sturmwarnungsapparates auseinandergesetzt wird,[1]) der ja recht eigentlich die reife Frucht des neuen Prinzipes darstellte. Tatsächlich jedoch ist die entscheidende Bekanntmachung, was hie und da übersehen ward, bereits früher erfolgt,[2]) und mit Rücksicht hierauf muß die für die Prioritätsuntersuchung nicht unwichtige chronologische Feststellung platzgreifen:

Die erste allgemeinere, nicht bloß Einzelfälle beachtende Formulierung des Buys Ballotschen Gesetzes gehört schon dem Jahre 1860 an.

Nachdem einmal diese Erkenntnis, zunächst freilich nur in engeren Kreisen, sich Bahn gebrochen hatte, konnte es

---

[1]) Buys Ballot, Das Aëroklinoskop und Regeln, mittelst desselben die bevorstehenden Änderungen des Windes mit einiger Wahrscheinlichkeit vorherzusehen, übersetzt von Jelinek, Zeitschr. d. österr. Gesellsch. f. Meteorol., 3. Band (1868), S. 451 ff.

[2]) Buys Ballot, Eenige regeln voor te wachten van wêersveranderingen in Nederland, Utrecht 1860. Daß dieses Schriftchen als die eigentliche Geburtsstätte des bis dahin nur erst in Umrissen und in etwas schattenhafter Form bekanntgegebenen barischen Windgesetzes anzusehen sei, finden wir auch hervorgehoben bei Poggendorff (Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exakten Wissenschaften, 3. Band, 1. Abteilung, Sp. 222).

nicht fehlen, daß alle Luftbewegungen, die regelmäßigen Windsysteme der niedrigen Breiten sowohl als auch die unperiodisch wehenden Winde von den Drehstürmen der Tropenzone bis zu dem sanften West der gemäßigten Regionen, als mit dem neuen Gesetze bestens vereinbar auf dieses ursächlich zurückgeführt wurden. Das durch die Figuren 10a und 10b verdeutlichte Originaldiagramm Buys Ballots gab den Schlüssel für alle Vorkommnisse an die Hand, und im Verlaufe von wenig über zehn Jahren war der Sieg der individualistischen

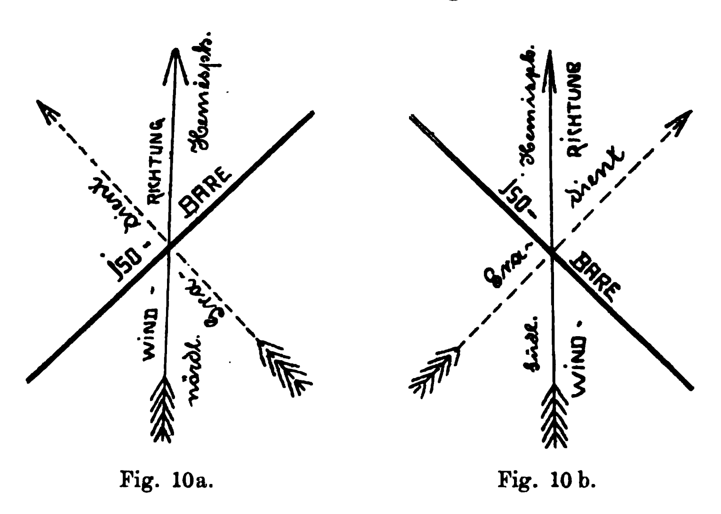


Fig. 10a. Fig. 10 b.

über die schematische Betrachtung der sich nahe dem Grunde des Luftmeeres abspielenden Vorgänge entschieden.[1]) Welchen

[1]) Daß eine so machtvolle Persönlichkeit, wie es Dove war, den Kampfplatz nicht ohne erbitterte Verteidigung räumte und für seinen Teil bis zum Tode (1879) die alte Winddrehungslehre aufrechtzuerhalten trachtete, kann nicht überraschen. Dahin gehören z. B. die scharf kritischen Bemerkungen in der oben angeführten Schrift über die Stürme gegen einen Aufsatz von Prestel (Ergebnisse der neuesten auf das Gesetz der Stürme gerichteten Untersuchungen, Petermanns Geogr. Mitteil., 1862, S. 401 ff.), welcher nur Andraus Resultate (De Wet der Stormen getoetst ann latere Waarnemingen, Utrecht 1861) in Deutschland bekannter zu machen bestimmt war. Ein noch unerquicklicheres Kapitel

endgültigen Schluß aber gestattet uns jetzt unsere Würdigung der einzelnen Zwischenstadien, durch welche sich die Wahrheit auf ihrem langwierigen Wege hindurch bewegt hat, und wie hat unser Schlußurteil über die Prioritätsfrage zu lauten? Wir wollen versuchen, dasselbe, wie folgt, in eine tunlichst objektive, den Einzelleistungen nach Kräften gerecht werdende Form zu fassen.

Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß das atmosphärische Grundgesetz der neuesten Zeit damals, als es in unscheinbaren Gelegenheitsveröffentlichungen an die Öffentlichkeit gelangte, schon geradezu „in der Luft lag", daß es von einer ganzen Anzahl von Forschern in vollster gegenseitiger Unabhängigkeit seinem Wesen nach erkannt und nur noch nicht in seiner beherrschenden Bedeutung erfaßt war. Selbst ein minder hervorragender Geist hätte, wären ihm nur die vorbereitenden Andeutungen bei Hadley, Lambert, Brandes, Muncke bekannt gewesen, zu einer durchaus korrekten Formulierung des barischen Prinzipes durch einfache Zusammenfassung und ohne jede selbständige Geistesarbeit durchdringen müssen. Ganz nahe waren, von den verschiedensten Motiven geleitet, Coffin, Ferrel und Dippe diesem Prinzipe gekommen, allein keiner von ihnen hatte jenen entscheidenden Schritt getan, dessen Ausbleiben in unmittelbarster Nähe des Zieles man so oft in der Geschichte der exakten Wissen-

in den Jahrbüchern der modernen Meteorologie ist die Polemik, welche Dove gegen Vettin eröffnete, als dieser von 1857 an mit seinen mit höchstem Geschicke inszenierten, zunächst noch gar nicht auf eine Bekräftigung der neuen Anschauungen abzielenden Experimenten über aufsteigende Luftströme, Aspiration und Ablenkung hervorzutreten begann (vgl. dazu Günther, Strömungsversuche und deren Bedeutung für die Physik des Kosmos und der Erde, Humboldt, 6. Jahrgang [1887], S. 329 ff.). Es gelang der Autorität, über eine gegnerische Meinung noch einmal die Oberhand zu gewinnen; heute sind Vettins Demonstrationen ein gesichertes Besitztum der atmosphärischen Physik.

schaften zu konstatieren hat. Galton allein war sich vollständig klar über den Sachverhalt und seine Tragweite, allein seine Publikation liegt drei Jahre hinter der maßgebenden von Buys Ballot. Im Hinblicke auf diese jetzt in ihrer historischen Zuordnung festgestellten Tatsachen wird man das Fazit zu ziehen haben:

Das barische Windgesetz darf unter dem Rechtstitel der Geschichte den Namen des Mannes tragen, der es nicht nur, wie auch sonst geschehen, in speziellen Fällen als gültig wahrgenommen, sondern in konsequent induktiver Entwicklung als alle Bewegungen in den unteren Luftschichten regelnd gekennzeichnet hat.

Öffentliche Sitzung

zu Ehren Seiner Königlichen Hoheit des Prinz-Regenten

am 18. November 1905.

Der Präsident der Akademie, Herr K. Th. v. Heigel, eröffnete die Festsitzung mit der folgenden Ansprache:

Zur Erinnerung an die Erhebung Bayerns zum Königreich.

Unsere heutige, der Huldigung für den ehrwürdigen Landesherrn gewidmete Festsitzung gewinnt dadurch noch erhöhte Bedeutung, daß sie am Vorabend einer für Bayern bedeutsamen Gedenkfeier stattfindet: am 1. Januar 1806 hat der Großvater unseres allverehrten Regenten, Max Joseph, die Würde eines Königs von Bayern angenommen! Seitdem sind hundert Jahre verflossen. Der gründlichste Kenner bayerischer Geschichte hat dafür das Wort geprägt: Das glücklichste Jahrhundert der bayerischen Geschichte! Da kommt der Vorsitzende einer Gelehrtengesellschaft, die in erster Reihe gestiftet ist „zum Betrieb aller Sachen, die mit den Geschichten der teutschen, insbesondere der bayerischen Nation und mit der Weltweisheit überhaupt eine nützliche Verbindung haben", wohl nur einer Ehrenpflicht nach, wenn er den verdienstvollen Männern, die zu diesem Glück, zum Aufschwung des Bayerlandes den Grundstein gelegt haben, ein anspruchsloses Wort der Erinnerung widmet.

Am 26. Mai 1789 hielt Schiller in Jena seine akademische Antrittsrede: „Was heißt und zu welchem Ende studiert man Universalgeschichte?" Indem er bei seinem eigenen Zeitalter stille steht, rühmt er den reichen Segen der Gegenwart, die

vielen Schöpfungen der Kunst, die Wunder des Fleißes, das Licht auf allen Gebieten des Wissens und Könnens. „Endlich unsere Staaten", fährt er fort, „mit welcher Innigkeit, mit welcher Kunst sind sie ineinander verschlungen! Wie viel dauerhafter durch den wohltätigen Zwang der Not als vormals durch die feierlichsten Verträge verbrüdert! Den Frieden hütet jetzt ein geharnischter Krieg, und die Selbstliebe eines Staates setzt ihn zum Wächter über den Wohlstand des andern. Die europäische Staatengesellschaft scheint in eine große Familie verwandelt. Die Hausgenossen können einander anfeinden, aber hoffentlich nicht mehr zerfleischen!"

Ein Prophet war also auch Schiller nicht. Kaum daß jene Rede verhallt war, begann in Frankreich eine furchtbare Umwälzung von Staat und Gesellschaft, und drei Jahre später ein Krieg, in welchem sich zwei Jahrzehnte lang die Hausgenossen der Familie Europa zerfleischten. Dem siegreichen Feldherrn fiel, wie so oft in der Weltgeschichte, die Herrschaft zu, und es glückte ihm, ganz Europa an seinen Triumphwagen zu fesseln.

Inzwischen hatte sich auch in einem kleinen deutschen Staat glücklicherweise ohne Blutvergießen und Gewalttat ein gründlicher Umschwung vollzogen. Bei Karl Theodors Ableben glich Pfalz-Bayern einem Wrack, das steuerlos der ungestümen See preisgegeben war, das schon der nächste Windstoß aus den Fugen reißen konnte. Vom Reich war Schutz nicht zu erwarten, denn der Kaiser selbst war es, der auf den in Verfall und Auflösung begriffenen Nachbarstaat begehrliche Blicke richtete. Nirgend ein Anwalt, nirgend ein Freund!

Im gefährlichsten Augenblick, unmittelbar nach dem Tode Karl Theodors, brachte Rettung die Verwicklung Österreichs in neuen Krieg mit Frankreich. „Die von Österreich bewiesene Uneigennützigkeit gegen Bayern," schrieb Haugwitz, als die Regierung an den Nachfolger aus zweibrückischem Hause ohne Störung übergegangen war, „findet im kritischen Augenblick so viel wichtigerer Entscheidung ihre natürliche Erklärung von selbst".

Bald ließ sich aber auch erkennen, daß mit dem aufgeklärten, volksfreundlichen Max Joseph ein guter Geist eingezogen, daß es mit der Schlaffheit und Lässigkeit in Bayern vorbei sei.

Am 21. Februar 1799 wurde Max Freiherr von Montgelas zum Leiter der auswärtigen Politik ernannt.

Vom Reichsfreiherrn von Stein bis auf Pertz, Häusser und Treitschke ist der „Französling“ Montgelas seiner „undeutschen“, seiner „großmannsüchtigen“ Politik wegen bitter verurteilt worden. Heute ist jene Auffassung aufgegeben. Die Wahrheit hat auch in dieser Frage ihre sieghafte Kraft bewährt. Auch hier hat sich gezeigt, wie schädlich es war, politische Papiere als tabu anzusehen und deshalb vor jedem profanen Auge zu verschließen, während sich doch das Urteil über Tun und Lassen von Fürsten und Staatsmännern nur günstiger gestalten kann, wenn die Beweggründe, sowie die einflußreichen Nebenumstände so erschöpfend und genau wie möglich bekannt werden. Zur Stärkung vaterländischer Gesinnung trägt unbestreitbar die Kenntnis vaterländischer Geschichte bei, doch es steht ebenso fest, daß nur die wahrhaftige Geschichte diese Kraft besitzt. Ohne Freiheit der Forschung aber keine Wahrheit!

Je helleres Licht über die Politik der Rheinbundperiode verbreitet wurde, desto weniger frevelhaft erschien sie unbefangenen Richtern. „Man darf den Fürsten und ihren Räten nicht mehr zum Vorwurf machen, daß sie gehandelt haben, wie sie mußten: unverzeihlich wäre es erst gewesen, wenn sie sich n i c h t von den zur Lüge gewordenen Formen und Forderungen des alten Reiches losgesagt, wenn sie sich zu den Don Quixotes des hl. römischen Reiches deutscher Nation hätten machen wollen. Sie haben nur getan, was vernünftig war, sie haben die Pflicht gegen ihr Land erfüllt und sein Dasein gerettet, indem sie die Hand der Eroberer ergriffen, von denen ihre Vernichtung oder Erhöhung abhing.“ Diese Worte stammen nicht von mir, sondern von dem Berliner Historiker Max Lenz. „Die Verhältnisse waren in Deutschland dahin gediehen, daß die partikularen Interessen des deutschen Reichsfürstenstandes, jedes anderen wirksamen Schutzes ledig, ihre Wahrung und

Förderung selbständig in die Hand zu nehmen sich genötigt sahen; der Trieb der Selbsterhaltung und der der Vergrößerung fielen dann fast mit Notwendigkeit zusammen." Diese Worte stammen nicht von mir, sondern von dem Heidelberger Historiker Erdmannsdörffer.

Aus Berliner und Wiener Archivalien wurde in jüngster Zeit die Tatsache festgestellt, daß Montgelas sein politisches System keineswegs von vornherein auf Lieb' und Gunst Bonapartes gestellt hat.

Da sich im Frühjahr 1799 voraussehen ließ, daß bei Wiederausbruch der Feindseligkeiten Süddeutschland wieder den Kriegsschauplatz abgeben werde, rief Montgelas die Hilfe Preußens an und zugleich brachte er eine Wiederbelebung des deutschen Fürstenbundes in Vorschlag. Preußen und die übrigen deutschen Mittel- und Kleinstaaten sollten zu einer Union zusammentreten, welche an bewaffneter Neutralität festhalten und jede Besetzung rechtsrheinischen Gebiets durch Franzosen oder Österreicher verhindern sollte. Hören wir, wie sich Montgelas in einem Schreiben an den bayerischen Gesandten in Berlin, Baron Posch, darüber ausspricht: „Wenn der Wiener Hof aufhört, deutsche Politik zu treiben, kann nur ein enger Zusammenschluß der schwächeren deutschen Staaten unter preußischer Führung die Rettung bringen!" Könnte dieses Wort nicht von Bismarck aus den fünfziger Jahren stammen? Würde nicht Treitschke ein weniger vernichtendes Urteil über den bayerischen Staatsmann gefällt haben, wenn ihm dieser als Anwalt der Fürstenbundsidee bekannt geworden wäre?

Als Friedrich Wilhelm III. im Juni 1799 seine fränkischen Provinzen bereiste, traf Max Joseph in Ansbach mit ihm zusammen. Der Kurfürst und sein Minister bestürmten den König, er möge die ängstliche Neutralitätspolitik aufgeben und mit geschlossenem Programm gegen Österreich und Frankreich Front machen. Haugwitz war Feuer und Flamme für den Vorschlag. „Ja wohl, es ist an der Zeit, endlich einmal deutsche Politik zu treiben," sagte er zu Montgelas, „ich will fortan ganz zu vergessen suchen, daß ich preußischer Minister bin!" Doch

gelang es nicht, den König zu solcher Auffassung zu bekehren. Friedrich Wilhelm hielt fest an den Grundsätzen seines Kabinetts Lombard-Köckeritz: „Frankreich darf unter keinen Umständen gereizt werden, Preußen hat kein anderes Ziel anzustreben, als sich den Frieden zu erhalten!“

Nach der erfolglosen Ansbacher Zusammenkunft schloß sich Max Joseph enger an Österreich an. Um außer dem Reichskontingent noch eine stärkere Truppenmacht gegen Frankreich ins Feld stellen zu können, nahm er sogar gegen den Willen der Stände und gegen den Wunsch des Volkes englische Subsidien in Anspruch. Die Bayern fochten sodann an der Seite der Österreicher gegen Jourdan und Moreau. Erst als der Kampf unter kaiserlichem Kommando nur Niederlage des Heeres und Not und Elend des Volkes im Gefolge hatte und durch den vom Kaiser abgeschlossenen Parsdorfer Vertrag der größte Teil der kurfürstlichen Lande den Franzosen preisgegeben wurde, trat ein Umschwung in der Stimmung am bayerischen Hofe ein. „Die preußische Parthey frohlockt!“ klagte der Kaiserliche Gesandte Graf Seilern. „Nun werden die Illuminaten Bayern bald ins französische Lager ziehen!“ Montgelas eröffnete loyal dem preußischen Ministerium, daß die verzweifelte Lage Bayerns die Sendung eines Vertrauensmannes nach Paris und den Abschluß eines Separatfriedens erheische. „Seine Majestät der König,“ erwiderte darauf Haugwitz, „kann nicht umhin, zu gestehen, daß er schon zur Zeit der Sendung des Grafen St. Julien nach Paris und besonders seit den vertraulichen Mitteilungen des Generals Moreau über die Rätlichkeit einer Annäherung des Kurfürsten an die französische Regierung daran gedacht hat, diesem Fürsten nahe zu legen, daß auch er ohne Aufschub sich zu einem Vorgehen entschließen möge, wozu der Wiener Hof selbst das Beispiel gegeben hat. Da sich jetzt Seine Kurfürstliche Durchlaucht selbst dafür entschieden hat, kann der König nur seinen Beifall geben diesem Plane, dessen möglichst rasche Ausführung seinem Interesse den größten Vorteil bringen wird.“

Kein Zweifel, die preußische Regierung hat mit solcher

Billigung und Begünstigung der Verbindung Bayerns mit Frankreich eine Politik verfolgt, die weder dem preußischen, noch dem deutschen Interesse entsprach. Wer möchte aber den bayerischen Staatsmann schelten, der in einer Zeit, da Recht und Moral sozusagen verhüllt und vertagt waren und jeder nur seinen Vorteil auf Kosten des anderen erstrebte, zur Erhaltung des ihm anvertrauten Staates Hilfe im Ausland suchte?

Und wenn Montgelas, was nicht verschwiegen werden soll, in der Folge noch gefügiger, als es die Not erheischte, dem Willen Napoleons sich unterordnete, — wer hebt den ersten Stein gegen ihn? Wirkte nicht auf alle die Erscheinung Napoleons mit bestrickendem Zauber? Mit seinen Fahnen war der Sieg, wo immer sie wehten. Wie einst Hellas dem großen Feldherrn und Räuber Alexander Altäre errichtete, so berauschte der ungeheure Erfolg des Unbesieglichen auch diejenigen, denen nicht Gewinnsucht oder Furcht den Rücken bog. Ob er Recht hat oder Unrecht, meinte Goethe, kommt nicht in Betracht, er muß beurteilt werden, wie man über physische Ursachen, über Feuer und Wasser denkt.

Während aber in anderen Staaten die Ergebung in den Willen Napoleons träge Gleichgültigkeit in Fragen der inneren und äußeren Politik nach sich zog, war die bayerische Regierung unermüdlich bestrebt, die Mosaik der durch Frankreichs Gunst gewonnenen neuen Territorien mit dem alten Stammland zu einem einheitlichen, wohl gegliederten Staatskörper zu verschmelzen, diesen Staat durch zeitgemäße Reformen — es sei hier nur an das Statut von 1807 erinnert, das unsere Akademie aus unglaublicher Stagnation zu ersprießlicher Tätigkeit erweckte — zukunftsfähig zu machen und so den Eintritt Bayerns in die Reihe der stimmberechtigten Mächte Europas vorzubereiten. Auf dieses System sind ebenso die leider mit josephinischer Hast und Härte betriebenen kirchenpolitischen Neuerungen, wie die mit straffer Energie betriebene Heeresorganisation zurückzuführen. Nur im Sturm und Drang des dreißigjährigen Krieges hatte Bayern unter dem tatkräftigen Maximilian I. zu ähnlichen Großtaten sich aufgerafft. Diese

Steigerung der Kräfte, der Leistungen und des Ansehens fand ihren natürlichen Abschluß in der Erhebung zum Königreich. Es war ungerecht und unrichtig, wenn Stein darin nur die Krönung eines gehorsamen Satrapen erblicken wollte oder wenn die Erhöhung lediglich als Lohn für die Vermählung der Prinzessin Augusta mit dem Stiefsohn und Liebling Napoleons bezeichnet wurde. Das Bündnis mit dem im Herzen Deutschlands gelegenen, von einem rührigen, weitblickenden Staatsmann geleiteten Mittelstaat war für Napoleon von hohem Wert. Die bayerischen Truppen hatten 1805 in den Kämpfen bei Lofer und Iglau wacker eingegriffen. Der Sieg bei Austerlitz würde kaum erfochten worden sein, wenn nicht ein beträchtlicher Teil der österreichischen Heeresmacht im Nordwesten festgehalten worden wäre. Auch waren nur durch das Bündnis Bayerns mit Frankreich die Nachbarn Württemberg und Baden auf die nämliche Bahn gezogen worden.

Um die neue Würde vor der Öffentlichkeit nicht als Geschenk eines Fremden erscheinen zu lassen, wurde offiziell von Wiederherstellung des alten bayerischen Königtums gesprochen. „Man gefiel sich in der Vorstellung,“ sagt Montgelas lakonisch in seinen Denkwürdigkeiten, „daß Bayern ehedem schon ein Königreich war und das neue Ereignis nur dasjenige zurückbrachte, was frühere Vorgänge geraubt hatten.“ Joseph Spitzenberger, der Dichtkunst ehemaliger Lehrer in München, spendet in einer Ode auf den 1. Januar 1806 dem Günstling des Himmels und dem Glück der Erde, Kaiser Napoleon, untertänigen Dank, weil er ein altes Unrecht der Geschichte wieder gut gemacht habe.

„Du bist nun wieder, Bayern, was Du zu Pipins
Und Arnulfs Zeiten warst: Länderbeherrscherin!“

In einer Schrift: „Das erneute Königtum Bayern“ von Freiherrn von Löwenthal, wird ausgeführt, wie die Bayern schon von Christi Geburt an bis zum Jahre 591 eine lange Reihe von einheimischen Königen hatten, Ahnen des regierenden Königshauses, das seine Stammesreihe sogar wahrscheinlich bis auf die Könige Trojas zurückführen könne. Die agilolfingische

Periode repräsentiere das zweite, Ludwig der Deutsche das dritte, Arnulf, Liutpolds Sohn, das vierte bayerische Königtum.

Richtig ist, daß Paul Warnefried den Agilolfingern Garibald und Thassilo den Königstitel gibt, doch Dahn und Riezler erklären dies aus einer Ungenauigkeit des langobardischen Geschichtschreibers; rex sei nur gleichbedeutend mit dux oder princeps; Warnefried spreche ja auch von einem König der Alemannen, wo doch gewiß nur von einem Herzog die Rede sein könne.

Mit besserem Recht hätten jene offiziösen Federn darauf hinweisen können, daß sich Ludwig der Deutsche und Karlmann Könige von Bajoarien nannten. Mag darunter auch nur der Königstitel der Karolinger zu verstehen sein, so ist es doch gewiß nicht bedeutungslos, daß er gerade auf Bayern übertragen wurde. Bayern wird dadurch als der Kern des ostfränkischen Reiches gekennzeichnet. Noch wichtiger ist jedenfalls die Tatsache, daß von allen deutschen Stämmen nur noch der bayerische auf dem nämlichen Boden, wo er vor mehr denn tausend Jahren zuerst festen Fuß gefaßt hatte, einem auch heute noch lebenskräftigen Staat den Namen gibt.

Weniger harmlos als jene Legenden war ein anderer, in jenen Tagen mit Vorliebe behandelter Lehr- und Leitsatz. Pallhausen, Krenner, auch Westenrieder betonten nicht ohne frohlockenden Hinweis auf das neue Bündnis die uralte Verwandtschaft der Bayern, der Boier, mit den Stammesgenossen des Vercingetorix, den Ahnen der Sieger von Austerlitz. Auch die Vermählung der bayerischen Prinzessin mit dem Vizekönig von Italien bot Anlaß zu historischen Reminiszenzen und Reflexionen. Am Hochzeitstage, am 15. Januar 1806, war an unserem Akademiegebäude eine Inschrift angebracht: Sequanam et Eridanum Isarae jungunt regales nuptiae! Durch die Hochzeit im Königshause ist jetzt die Isar mit Seine und Po verbunden. Und ein deutscher Gelehrter, ein Akademiker, leistete sich in der Münchener Zeitung den Überschwang: O Napoleon! *Ὦ πᾶν λέον*! O Du ganz Löwe! *Ἐν ὅλῳ πᾶν*! Du alles im Weltall! *Ὦ πᾶν ἕλων*! Du, der alles sich untertan macht!

Doch in der nämlichen Zeit gab es in der öffentlichen

Meinung schon eine Unterströmung. Nicht alle schätzten das Utilitätsprinzip so hoch wie der leitende Minister, nicht alle sahen im Rheinbund eine politische und kulturelle Erhebung des bayerischen Volkes, nicht alle waren dem von Napoleon ausgeübten dämonischen Bann unterworfen. Es gab auch im Süden eine Gemeinde, die von der Wiederbelebung des deutschen Nationalgeistes einen glücklicheren Umschwung ersehnte und erhoffte. An der Spitze dieser von Napoleon verspotteten und gefürchteten Ideologen stand kein Geringerer als Kronprinz Ludwig, und es gehört zu den Ruhmestiteln der Akademie, daß als rührige Träger der neuen Bewegung auch die besten Männer unseres Instituts, Jacobi, Schlichtegroll, Jacobs, Niethammer u. a., wirkten und litten.

Ein Jahrhundert ist seitdem verflossen. Unter dem Schutze von Herrschern, deren jeder seine Volksfreundlichkeit und sein Interesse an Landeskultur in eigentümlicher Weise betätigte, ist das Bayerland zu schöner Blüte gediehen. Ernst und eifrig ist unter vier Königen an der geistigen und sittlichen Befreiung des Volkes, wie an wirtschaftlichen Verbesserungen gearbeitet worden. Nicht minder rühmliches Beispiel gibt der greise, einfache, aber welterfahrene, weitsehende Fürst, der heute den Thron der Wittelsbacher ziert, der ebenso mit Klugheit und Takt berechtigte Forderungen der neuen Zeit erfüllt, wie er mit festem Willen über sein Herrscherrecht und Bayerns Selbstständigkeit wacht. Bayerns Selbständigkeit ist ein unversieglicher Jungbrunnen! Der breitschulterige Bursche mit den hellen Augen und der geschickten Hand, immer sangesfroh und immer ein wenig rauflustig, derb, aber ehrlich, schwerfällig im Ausdruck, aber ein Poet im Gemüt, niemals nachträgerisch, immer tapfer und unverzagt, wird nicht aussterben! Diese Selbständigkeit hat aber nicht mehr, wie 1806, die Gunst eines Fremden nötig, sondern steht, denn in der Politik ist der Starke nicht am mächtigsten allein, unter dem Schutz des geeinten Deutschen Reiches.

Ich habe auf die Worte hingewiesen, womit Schiller die Segnungen und den Fortschritt seines Zeitalters rühmte.

Wenn heute der Unsterbliche aus den ewigen Gefilden zu uns zurückkehrte, wie würde er, ich will nicht sagen, über unsere Litteratur, doch über die Verbreitung und Volkstümlichkeit der Künste überhaupt, über die Wunder des Fleißes und die Lichtfülle des Wissens in unserem Zeitalter staunen! Auch ein Universalgenie vermöchte nicht ihm alle die Erfindungen der Technik und die wissenschaftlichen Entdeckungen zu erklären, die zwischen der ersten Fahrt mit der Lokomotive Georg Stephensons und den schon zu überraschendem Gelingen gebrachten Versuchen mit der drahtlosen Telegraphie gemacht worden sind.

Und doch! „Der Freiheit eine Gasse" sind die Schienenwege von einem großen Techniker genannt worden. Allein das vielmaschige Netz, das alle Weltteile überzieht, und der ins Ungeheure angewachsene Schiffsverkehr können so wenig ein freies, wie ein geknechtetes Volk vor brutalem Angriff und vor Eroberung schützen. Alle wissenschaftlichen Beweise für die Einheit des Menschengeschlechts vermögen nicht politische Gegner zu versöhnen und können heute so wenig wie vor hundert Jahren verhüten, daß „die Hausgenossen sich zerfleischen!"

Was für eine Lehre sollen wir aus dieser Erfahrung ziehen?

Daß wir uns in den idealen Forderungen und Hoffnungen bescheiden müssen! Der große Dichter selbst, wenn er heute noch die Kluft zwischen dem Erreichten und dem Wünschenswerten gähnen sähe, würde uns wieder zurufen: Ans Vaterland, ans teure, schließ' Dich an!

Es ist im allgemeinen sicherlich überflüssig, das Gelübde treuen Festhaltens an Kaiser und Reich immer wieder zu erneuen. Als ob das nicht eine selbstverständliche Sache wäre! Doch wenn wir der Ereignisse von 1806 gedenken, wollen wir, obwohl begeistert das blauweiße Banner schwingend, obwohl aufrichtig dankbar jenen Kräften, die uns den modernen Staat Bayern geschaffen haben, auch unsere Genugtuung nicht verhehlen, daß Bellowes und Sigowes aus der bayerischen Geschichte verschwunden, daß Seine und Po nicht mehr mit der Isar verbunden sind, wir wollen schlicht und stolz Ausdruck geben unserer Freude am deutschen Vaterlande!

Hierauf verkündigte der Klassensekretär, Herr C. v. Voit, die Wahlen der mathematisch-physikalischen Klasse. Es wurden dabei gewählt und von Seiner Königlichen Hoheit dem Prinz-Regenten bestätigt:

zum ordentlichen Mitgliede das bisherige außerordentliche Mitglied:

Dr. Siegmund Günther, ordentlicher Professor der Erdkunde an der hiesigen technischen Hochschule;

zum außerordentlichen Mitgliede:

Dr. Ludwig Burmester, ordentlicher Professor für darstellende Geometrie und Kinematik an der hiesigen technischen Hochschule;

zu korrespondierenden Mitgliedern:

Dr. Karl Chun, ordentlicher Professor der Zoologie an der Universität Leipzig;

Henri Moissan, Membre de l'Institut und Professor der Chemie an der Universität zu Paris;

Dr. Emil Warburg, Direktor der physikalisch-technischen Reichsanstalt in Berlin.

Sitzung der math.-phys. Klasse vom 2. Dezember 1905.

1. Herr Carl v. Linde legt eine Mitteilung der Herren O. Knoblauch und M. Jakob über eine Reihe von Versuchen vor, welche im Laboratorium für technische Physik der technischen Hochschule „zur Messung der spezifischen Wärme des überhitzten Wasserdampfes (bei konstantem Druck)" ausgeführt worden sind.

Dieselben haben ergeben: 1. In der Nähe des Sättigungszustandes wächst die spezifische Wärme mit dem Drucke und nimmt bei konstantem Drucke mit wachsender Temperatur ab. 2. Bei je einer bestimmten Inversionstemperatur erreicht die spezifische Wärme ein Minimum, um alsdann mit zunehmender Temperatur zu wachsen. 3. Die Inversionstemperatur wächst mit dem Drucke. Man darf hierin die erstmalige Feststellung eines allgemeinen Gesetzes für die Veränderlichkeit der spezifischen Wärme der Gase und Dämpfe vermuten, welches den Physikern bisher entgangen ist, weil sie stets nur bei niedrigem (atmosphärischem) Drucke gemessen haben, wobei die Veränderungen so klein sind, daß sie innerhalb der Fehlergrenze liegen.

2. Herr Hermann Ebert legt eine Arbeit des Herrn Reallehrers Dr. A. Endrös in Traunstein „Über die Schwingungsbewegungen (Seiches) des Waginger-Tachingersees" vor.

Dieser Doppelsee stellt ein interessantes Beispiel eines an einem Punkte durch Querschnittsverminderungen eingeengten langgestreckten Seebeckens dar, dessen Wassermassen wie die Teile einer in der Mitte durch einen Steg festgehaltenen Saite

hin- und herpendeln. Da die Einengung zufällig an einer solchen Stelle liegt, daß die Periodendauer der Schwingungsbewegungen in beiden Teilbecken einander sehr nahe gleich sind, kommt eine gemeinsame rhythmische Bewegung von 62 Minuten Dauer zu Stande, welche den ganzen Doppelsee beherrscht: die Hauptschwingung. Ausserdem führt aber jedes Teilbecken für sich gewisse Oberschwingungen aus, die — musikalisch gesprochen — nicht mehr harmonisch oder aufeinander abgestimmt sind. Wohl aber zwingt gelegentlich das eine Becken seine Eigenschwingung dem anderen Becken auf, es kommt zu sog. „erzwungenen" Schwingungen. Im Ganzen wurden ausser der Hauptschwingung noch zwölf solcher Nebenschwingungen nachgewiesen, welche reichliches Material bieten die vorhandenen Theorien solcher Seeschwingungen (sog. „Seiches") zu prüfen.

3. Herr Siegmund Günther überreicht einen Aufsatz: „Neue Beiträge zur Theorie der Erosionsfiguren."

Die schon früher angedeuteten Leitsätze über die Bildung von Erdpyramiden wurden, zumal an dem klassischen Beispiele der „Colonnes" von Useigne (Unterwallis), näher belegt: I. Die krönenden Felsblöcke sind nur eine zufällige Beigabe; II. durchweg tritt bei Kolonien solcher Gebilde die lineare Scharung zutage; III. das Material darf weder zu hart noch auch allzu leicht zerstörbar sein.

4. Herr Alfred Pringsheim legt eine Mitteilung des Herrn Dr. Oskar Perron vor: „Über die Konvergenz periodischer Kettenbrüche."

Die erste von O. Stolz herrührende Lösung des fraglichen Konvergenz-Problems leidet an dem wesentlichen Mangel, daß der Hauptteil des Beweises nicht in einer naturgemäßen Herleitung, vielmehr lediglich in einer Verifikation gewisser gleichsam aus dem Stegreif aufgestellter Grundformeln besteht. Herrn O. Perron ist es gelungen, diesen Mangel durch Entwickelung

einer Methode zu beseitigen, welche um so mehr Interesse verdient, als sie bei passender Ausdehnung auch zur Behandlung der entsprechenden Fragen für die allgemeinen Jacobischen Kettenbruch-Algorithmen sich als ausreichend erweist.

5. Herr Wilhelm Koenigs hält einen Vortrag: „Über die Konstitution der China-Alkaloide.“ Die Abhandlung hierüber wird in Liebigs Annalen erscheinen.

6. Herr August Rothpletz legte eine für die Denkschriften bestimmte Arbeit vor von Dr. H. Keidel und Pater St. Richards über „ein Profil durch den nördlichen Teil des zentralen Tian-Schan,“ welche einen Teil der wissenschaftlichen Ergebnisse der Merzbacher'schen Tian-Schan-Expedition bildet.

Sie gibt zum erstenmal genaue geologische Profile aus diesem Gebirge und zwar aus einem Gebiet desselben, in dem zwei mächtige Granitzüge auftreten. Die Sedimentgesteine, welche den Tian-Schan aufbauen, sind alle paläozoisch und von den Granitzügen ist der nördliche, ein Biotitgranit, älter als Karbon, der südliche ein Amphibolitgranit jünger als die Gebirgsaufrichtung. Beide haben die von ihnen durchsetzten Gesteine stark umgewandelt. Den geologischen Teil der Arbeit hat Dr. Keidel, der als Geologe die Merzbacher'sche Expedition begleitete, geschrieben, den petrographischen Teil Pater Richards, der seine Untersuchung im petrographischen Institut des Professors Weinschenk ausgeführt hat mit dem Material, das Dr. Merzbacher der geologischen Staatssammlung geschenkt hat.

Über die spezifische Wärme C_p des überhitzten Wasserdampfes für Drucke bis 8 Atmosphären und Temperaturen bis 350° C.

Von **Oscar Knoblauch** und **Max Jakob.**

(Eingelaufen 20. Dezember.)

(Mit Tafel II.)

Bei der stetig wachsenden Verwendung des überhitzten Wasserdampfes gewinnen alle physikalischen Eigenschaften desselben ein zunehmendes Interesse. Deshalb wurde im Laboratorium für technische Physik der K. Technischen Hochschule München das spezifische Volumen des Wasserdampfes eingehend untersucht, und es sind dann auf Grund der dabei erhaltenen Beobachtungsergebnisse von R. Linde[1]) die thermischen Eigenschaften des Dampfes vom Standpunkt der Thermodynamik behandelt worden. Von besonderer Wichtigkeit war dabei das theoretisch abgeleitete Resultat, daß bei unverändertem Druck die spezifische Wärme C_p vom Sättigungszustande an mit steigender Temperatur kleiner wird, daß sie dagegen für eine gegebene Temperatur mit wachsendem Drucke zunimmt. Hiedurch war eine Gesetzmäßigkeit für C_p festgelegt und der bisher herrschenden Unsicherheit[2]) über die

[1]) R. Linde, Mitteilungen über Forschungsarbeiten, herausgegeben vom Verein deutscher Ingenieure, Heft 21; im Auszuge mitgeteilt i. d. Zeitschr. d. Ver. deutscher Ingenieure 49, S. 1697 und 1743, 1905.

[2]) Vgl. z. B. die historische Zusammenstellung in Zeuners Technischer Thermodynamik Bd. I, S. 137 ff., 1900 oder die umfassende Abhandlung von Weyrauch, Zeitschr. d. Vereins deutscher Ingenieure 48, S. 24 und 50, 1904.

Abhängigkeit von C_p von Druck und Temperatur ein Ende gemacht. Gleichzeitig mit der Abhandlung von R. Linde erschien eine experimentelle Bestimmung von C_p durch H. Lorenz,[1]) in welcher die von Linde abgeleitete Gesetzmäßigkeit qualitativ bestätigt wurde, während quantitativ nicht unbeträchtliche Differenzen zwischen den von Linde berechneten und den von Lorenz beobachteten Werten bestehen.

Aus diesem Grunde wurde eine im Laboratorinm für technische Physik München damals bereits in Angriff genommene Experimentalarbeit über C_p nicht unterbrochen, sondern noch etwa $1^1/_2$ Jahre lang weitergeführt. Ein ausführlicher Bericht über diese Untersuchung, für die der Verein deutscher Ingenieure in dankenswerter Weise die Mittel zur Verfügung stellte, soll in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure und in den von demselben herausgegebenen „Mitteilungen über Forschungsarbeiten" demnächst erfolgen. An dieser Stelle seien nur die wichtigsten Ergebnisse kurz mitgeteilt.

Durchführung der Versuche: Der Wasserdampf wurde einem Dampfkessel entnommen, mittels Wasserabscheider entwässert und dann durch einen vertikalen, zylindrischen, etwa 4 Meter langen ersten Überhitzer geleitet. Dieser enthielt elektrische Heizkörper, denen der Strom einer Gleichstrommaschine zugeführt wurde, und lieferte homogen überhitzten Dampf. Der ihm entnommene Dampf trat mit einer bestimmten Anfangstemperatur t_1 in eine Kupferschlange, die sich in einem Ölbade befand. Durch einen elektrischen Heizkörper, der vom städtischen Netz mit Gleichstrom gespeist wurde, konnte das Ölbad geheizt und durch seine Vermittlung der Dampf in der Kupferschlange weiter überhitzt werden. Er verließ mit einer bestimmten Endtemperatur t_2 diesen zweiten Überhitzer und wurde in einen Kondensator geleitet.

Die von dem Dampfe während des Durchströmens der

---

[1]) H. Lorenz, Mitteilungen über Forschungsarbeiten, herausgeg. vom Verein deutscher Ingenieure, Heft 21; Zeitschr. d. Ver. deutscher Ingenieure 48, S. 698, 1904.

Spirale aufgenommene Wärme ist die Differenz der dem Ölbade im ganzen zugeführten elektrischen Energie und der durch Ausstrahlung u. s. w. verloren gegangenen Wärme. Dieser Wärmeverlust wurde in einer Nachperiode in der Weise bestimmt, daß unmittelbar nach der Abstellung der Dampfzufuhr die Heizenergie gemessen wurde, welche zur Konstanthaltung der Öltemperatur nötig war.

Aus der stündlich hindurchströmenden Dampfmenge, dem Betrage der erzielten Überhitzung ($t_2 - t_1$) und der vom Dampfe aufgenommenen Wärme berechnet sich dann die spezifische Wärme C_p des Dampfes.

Bei unseren Versuchen betrug das Dampfgewicht im Mittel 40 kg pro Stunde, die erzielte Überhitzung ($t_2 - t_1$) im Mittel 40°; die Versuche wurden bei absoluten Drucken von 2, 4, 6 und 8 kg/cm² angestellt und bei Temperaturen, die in Intervallen von ungefähr 50° von der Sättigungstemperatur bis zu 350° C. anstiegen.

Versuchsergebnisse: Die Resultate unserer Untersuchung sind in der beigegebenen Kurventafel zur Darstellung gebracht. Die Kurven sind durch die Punkte hindurchgelegt, welche je bei den Drucken 2, 4, 6, 8 kg/cm² beobachtet worden sind. So entstand das vorliegende Isobaren-System, in dem die spezifischen Wärmen C_p als Ordinaten, die Temperaturen t als Abszissen eingetragen sind. Bei der graphischen Interpolation wurde einerseits darauf geachtet, daß die Abweichung der einzelnen beobachteten Punkte von der ausgleichenden Kurve möglichst klein war; andrerseits wurde bei dem Aufzeichnen jeder einzelnen Kurve auch der Verlauf der anderen drei Kurven berücksichtigt. Diese Rücksichtnahme ist stets geboten, wenn es sich nicht um den Entwurf einer Einzelkurve, sondern um den einer Kurvenschar handelt. Im vorliegenden Falle ist ihre Bedeutung die, daß man nicht nur die Beobachtungen von gleichem Druck aber anderer Temperatur, sondern auch die Beobachtungen von gleicher Temperatur aber anderem Druck der graphischen Darstellung zu Grunde legen muß. Dieses gegenseitige Abgleichen der Isobaren

ist selbstverständlich nur innerhalb enger Grenzen zulässig und wurde beim Zeichnen der Kurven nur bis zum Höchstbetrage von 0,5 % des absoluten Wertes vorgenommen. Man erhielt dabei zwanglos eine Schar von Kurven, von welchen die Versuchspunkte im Mittel nur um 0,5 %, im ungünstigsten Falle um 1 % des Absolutwertes abweichen. Wir halten den Schluß für gestattet, daß der benutzten Beobachtungsmethode prinzipielle Fehler anhaften müßten, wenn man den Beobachtungen nicht eine Genauigkeit von etwa 1 % zusprechen dürfte. Somit scheint durch unsere Versuche die zweite Dezimale des Wertes von C_p in unserem Beobachtungsbereich festgelegt zu sein.

Der Anblick der Kurven zeigt, daß vom Sättigungszustande an C_p bis etwa 250° C. mit zunehmender Temperatur kleiner, mit zunehmendem Drucke größer wird. Wir finden also in diesem Bereiche eine Bestätigung der theoretischen Voraussagung von R. Linde und eine qualitative Übereinstimmung mit dem Ergebnis der Experimentaluntersuchung von H. Lorenz. Quantitativ weichen unsere Werte um nur einige Prozente von den Lindeschen ab, bleiben dagegen zumeist weit unter den von Lorenz angegebenen.

Bei höheren Temperaturen von etwa 250° C. an setzt eine von dem oben besprochenen Verhalten verschiedene Veränderlichkeit von C_p mit der Temperatur ein, indem jetzt mit zunehmender Temperatur C_p wieder ansteigt. Dies Ergebnis ist für alle 4 Isobaren übereinstimmend unserer graphischen Darstellung zu entnehmen.

Zusammenfassend läßt sich also der Satz aussprechen, daß bei unverändertem Druck die spezifische Wärme C_p bei geringen Überhitzungen mit zunehmender Temperatur kleiner, bei großen Überhitzungen mit zunehmender Temperatur größer wird. Der Übergang der beiden Temperaturbereiche ineinander erfolgt durch ein Minimum von C_p. Dies für Wasserdampf von uns gefundene Gesetz steht in Übereinstimmung mit den Beobachtungen, die Lussana (Nuov. Cim. 1896) an Kohlensäure gemacht hat,

und besitzt wahrscheinlich allgemeine Gültigkeit für alle mehratomigen Gase und Dämpfe. Eine zwanglose Erklärung für dieses Gesetz läßt sich der kinetischen Gastheorie entnehmen: Die Dampfmoleküle verhalten sich bekanntlich in der Nähe des Sättigungspunktes anders als bei höheren Temperaturen (vgl. auch L. Sohncke, Sitzungsber. d. K. Bayer. Akad. d. Wiss. 27, S. 337, 1897 und R. Linde, a. a. O., S. 89 und 90). Im ersteren Falle sind bei der Erwärmung die zwischen den Molekülen tätigen anziehenden Kräfte zu überwinden; diese Kräfte nehmen bei konstantem Druck mit steigender Temperatur ab, woraus sich die Abnahme von C_p mit wachsender Temperatur erklärt. Bei höheren Temperaturen wird schon in größerer Entfernung von dem Zustande quantitativ meßbarer Dissoziation ein nicht unbeträchtlicher Teil der zugeführten Wärme zu einer der Dissoziation vorangehenden Lockerung des Atomverbandes innerhalb des Moleküles verbraucht, der mit zunehmender Temperatur wächst und dadurch die Zunahme von C_p zur Folge hat.

Für höhere Drucke tritt die Lockerung erst bei höherer Temperatur ein; in der Tat ist aus unseren Kurven zu entnehmen, daß das Minimum von C_p für höhere Drucke sich nach höheren Temperaturen verschiebt.

Ferner erkennt man bei unserem Isobarensystem eine Konvergenz der Kurven bei zunehmender Temperatur. Molekulartheoretische Erwägungen lassen es als wohl möglich erscheinen, daß die Konvergenz bei Temperaturen, die oberhalb 350° C. liegen, zu einem Durchschneiden der Isobaren führt, von wo dann für gleichbleibende Temperatur C_p mit zunehmendem Drucke abnehmen würde. Die bisherige Versuchsanordnung war für so hohe Temperaturen nicht verwendbar; es ist jedoch die Ausdehnung der Untersuchung auch auf diesen Temperaturbereich nach entsprechender Abänderung der Apparate in Aussicht genommen.

Außerdem sollen später auch noch Versuche bei höheren Drucken durchgeführt werden, durch die u. a. festzustellen wäre, ob die Isobaren für höhere Drucke immer näher zusammenrücken, wie dies nach unseren Versuchen uns fast scheinen möchte.

Schließlich seien noch einige Resultate erwähnt, die sich durch graphische Extrapolation aus unserer Kurvendarstellung ergeben:

Durch Verlängerung der Isobaren bis zur Sättigungstemperatur und Verbindung der so erhaltenen Punkte gewinnt man eine „Sättigungslinie“, die natürlich mit einiger Unsicherheit behaftet ist. Die spezifische Wärme C_p für Sättigung ergibt sich daraus zu ca. 0,48 für 2 kg/cm²

0,51 „ 4 „
0,545 „ 6 „
0,58 „ 8 „

Eine ebenfalls leicht ausführbare Extrapolation liefert eine C_p-Isobare für 1 kg/cm². Diese zeigt in unserem Versuchsbereich befriedigende Übereinstimmung mit den von L. Holborn und F. Henning[1]) neuerdings veröffentlichten Zahlen. Während diese jedoch aus ihren Beobachtungen ein Anwachsen von C_p mit der Temperatur nach einem linearen Gesetz ableiten, weist unsere extrapolierte Kurve natürlich wiederum ein Minimum (bei ca. 170°) und sodann ein Ansteigen nach einem ähnlichen Gesetze auf, wie es für höhere Drucke gewonnen wurde. Als Zahlenwert für C_p läßt sich im Bereich von 100 bis 260° etwa 0,465, für 300° etwa 0,475, für 350° etwa 0,49 angeben.

Extrapoliert man endlich aus unseren Kurven auch auf den Druck von 0 kg/cm², so ergibt sich abweichend von der üblichen Annahme, daß der zugehörige Wert $(C_p)_0$ von der Temperatur unabhängig sei, nur bis 150° ein konstanter Wert von ungefähr 0,45, während von da ab $(C_p)_0$ zu steigen beginnt und bei etwa 250° den Wert 0,46, bei 350° den Wert $0{,}48_5$ erreicht. Auch dies Ergebnis steht mit den Gesetzen der Gastheorie im Einklang; es erklärt sich aus den intramolekularen Vorgängen genau wie für höhere Drucke.

Laboratorium für technische Physik der K. Techn. Hochschule.

München, im Dezember 1905.

[1]) L. Holborn und F. Henning, Ann. d. Phys. 18, S. 739; 1905.

Die Seiches des Waginger-Tachingersees.

Von **Anton Endrös.**

(*Eingelaufen 2. Dezember.*)

(Mit Tafel III.)

Die Seichesforschungen am Chiemsee[1]) hatten schon nach den ersten Untersuchungen eine deutliche Einwirkung der Beckenform, besonders der Unterteilung des Sees in mehrere nur durch Einengungen zusammenhängende Teilbecken auf die Dauer und die Zahl der Knoten einzelner Schwingungen ergeben. Da aber die Umrißform des Chiemsees so kompliziert ist und Schwingungen nach den verschiedensten Längs- und Querrichtungen zuläßt, so war die genaue Beobachtung solcher Einwirkungen, namentlich des „Aufzwingens einer Schwingung", daselbst äußerst erschwert. Dieser Umstand veranlaßte mich noch vor Beendigung der Seichesuntersuchungen am Chiemsee den Waginger-Tachingersee als Parallele zu diesem auf seine Schwingungsbewegungen hin zu untersuchen, einen See, der durch zwei starke Einschnürungen in drei Teilbecken zerfällt, dabei aber doch eine ausgesprochene Längsrichtung besitzt, so daß im voraus nur Schwingungen nach dieser einen Achse in Betracht kommen konnten. Herr Professor Dr. Sigmund Günther in München hatte mich schon früher auf diesen See als ein besonders interessantes Objekt aufmerksam gemacht.

---

[1]) A. Endrös, Seeschwankungen (Seiches), beobachtet am Chiemsee. Doktor-Dissertation der K. Technischen Hochschule zu München. Traunstein 1903.

Der Waginger-Tachingersee oder kurz Wagingersee, wie er gewöhnlich genannt wird, ist hinreichend genau von A. Geistbeck ausgelotet worden, auf 1 qkm treffen 18 Lotungen.[1]) Die beiliegende Karte, vgl. Tafel III, in welche ich die Knotenlinien der wichtigsten von mir gefundenen Schwingungen eingezeichnet habe, stützt sich im wesentlichen auf seine Messungen.[2]) Wie man sieht, zerfällt der See in drei Teile, den südlichen Teil, Weitsee genannt, den mittleren, den Fischingerwinkel, und den nördlichen, den Tachingersee. Der Weitsee ist ein vollkommen konkaves Becken mit einer maximalen Tiefe von 27,5 m ungefähr in der Mitte und hat einen Flächeninhalt von 6,30 qkm bei einer Länge von 5 km und einer größten Breite von 1,7 km. Derselbe verengt sich bei Horn von 1600 m rasch zu 270 m, der Seeboden erhebt sich bis 13 m unter Wasser. Diese Einschnürung teilt den Fischingerwinkel ab, der ein Becken von rund 94 ha Oberfläche und fast gleichmäßiger Tiefe von 13 m bildet. Bei Tettenhausen trennt eine abermalige Einschnürung von 100 m Breite und 5,0 m größter Tiefe den nördlichen Teil, den Tachingersee, ab. Diese Einschnürung wurde durch beiderseitige Auffüllung noch künstlich gesteigert (im Jahre 1864 nach der Tieferlegung des Seespiegels, welche 1 m betrug), so daß deren Breite jetzt nur noch 20 m beträgt, welche durch eine Brücke von 4 Jochen überbrückt ist. Der Querschnitt des verbindenden Wasserarmes ist hier fast rechteckig und hat nach meinen Lotungen eine Fläche von nur 90 qm. Der Tachingersee bildet infolge dieser starken Einschnürung einen See für sich; er ist ebenfalls ein vollständig konkaves Becken von 15,8 m größter Tiefe und einem Flächeninhalt von 2,41 qkm bei einer Achsenlänge von

[1]) A. Geistbeck, Mitteilungen des Vereins für Erdkunde zu Leipzig 1884. Ein Teil der Zahlenangaben ist entnommen: W. Halbfaß, Die Morphometrie der europäischen Seen. Zeitschr. d. Ges. f. Erdkunde zu Berlin 1903, 8. 9. 10, und 1904, 3.

[2]) Die Umrißform ist in Geistbecks Tiefenkarte nicht mehr genau, da sie wohl vor der Tieferlegung des Sees entworfen wurde. Dieselbe wurde daher den bayerischen Positionsblättern entnommen.

rund 4 km und einer größten Breite von 1000 m, welche sich in der Mitte bis 500 m verengt. Daß der Tachingersee ein See für sich ist, zeigt schon die vollständig verschiedene Färbung des Wassers; der Tachingersee ist hellgrün, der Wagingersee dagegen braunschwarz.[1]) Da der Abfluß, der Achenbach genannt, am Südende des Wagingersees sich befindet, von wo er sich nordwärts wendend in die Salzach ergießt, so bildet der Wasserarm bei Tettenhausen den Abfluß des Tachingersees. Es herrscht dort auch eine ständige Strömung gegen den Fischingerwinkel, wie der Verfasser selbst zu wiederholten Malen beobachten konnte, eine Strömung, die nach Aussage der Fischer nur selten umschlägt.

Zu den Beobachtungen der Seiches dieses Sees stand mir ein von mir selbst konstruiertes transportables Limnimeter[2]) zur Verfügung. Seine große Empfindlichkeit macht das Instrument zu Untersuchungen an kleineren Seen besonders geeignet, bei denen die Amplituden der Schwingungen gewöhnlich nur 1 bis 2 mm betragen; die große Handlichkeit desselben ermöglichte einen so raschen Wechsel der Beobachtungspunkte, daß die Periodendauer sowohl als auch die Lage der Knotenlinien fast aller nicht zu selten auftretenden Schwingungen in kurzer Zeit hinreichend genau festgestellt werden konnten. Um eine noch raschere Aufstellung zu ermöglichen, wurde eine Änderung insofern angebracht, als der ganze Apparat direkt auf dem Schutzzylinder befestigt und dieser am Ufer eingegraben wurde. Die Aufstellung war so gewöhnlich in 15 Minuten vollendet.

Dabei wurde so verfahren, daß das Limnimeter zuerst an den Enden eines der Becken aufgestellt wurde und dann dort so lange verblieb, bis größere Schwingungen aufgetreten waren. Gleichzeitig wurden an mehreren ausgewählten Punkten Aufzeichnungen des Wasserstandes mit dem von mir für solche

---

[1]) Seine größeren Zuflüsse kommen von den Mooren südlich des Sees.

[2]) Eine kurze Beschreibung des Limnimeter findet sich in der oben erwähnten Dissertation S. 33 sowie in der Zeitschrift für Instrumentenkunde 24, 180, 1904.

Vergleichsbeobachtungen konstruierten Zeigerlimnimeter[1]) gemacht, wodurch die Schwingungsphasen und Amplituden verglichen werden konnten. Alsdann wurde das Hauptlimnimeter in der Nähe der einzelnen Knotenlinien aufgestellt, um diese durch gleichzeitige Aufnahmen mit dem Zeigerlimnimeter in unmittelbarer Nähe genauer festzulegen und außerdem Schwingungen höherer Ordnung, die an den Enden nie rein auftreten, sowie eventuelle Querseiches aufzufinden. Das selbstregistrierende Limnimeter stand so an 8 verschiedenen Punkten des Sees und das Zeigerlimnimeter an 12 Punkten, welche z. T. mit den 8 Hauptstationen zusammenfallen. Letztere sind in der Karte mit den laufenden Nummern (I, II .... VIII), die gleichzeitig sekundierenden Nebenstationen durch I_1 u. s. w. bezeichnet.

Die ganze Untersuchung am See selbst nahm nur etwas mehr als einen Monat Zeit in Anspruch. Dies zeigt zugleich, wie rasch mit dem genannten einfachen und leichten Instrumentarium (Gesamtgewicht 10 kg) eine solche Untersuchung ausgeführt werden kann. Ich glaube daher, dasselbe auch für Forschungsreisen empfehlen zu können.

Ich darf hier nicht übergehen, daß mir die Untersuchungen durch die bereitwillige Hilfe mehrerer Seeanwohner erleichtert wurden. Besonders erwähnen muß ich Herrn gepr. Lehramtskandidaten P. Gsöttner aus Waging, welcher in meiner Abwesenheit die Beaufsichtigung des Limnimeters übernahm; ferner wurde die rasche Versetzung des Instrumentes dadurch ermöglicht, daß mir die Herren Gebrüder Sager in Gessenberg ein Boot vollständig zur Verfügung stellten. Auch hier sei den genannten Herren bestens gedankt.

Besonderen Dank schulde ich Herrn Professor Dr. Hermann Ebert an der K. Technischen Hochschule in München, welcher wie meinen früheren Untersuchungen so auch diesen jegliche Förderung zuteil werden ließ.

---

[1]) Dissertation S. 7 und Petermanns Mitteilungen 1904, Heft XII.

Ergebnisse der Beobachtungen an den einzelnen Stationen.

Die Hauptstationen sind im folgenden in der Reihenfolge, in der sie zeitlich aufeinanderfolgend benutzt wurden, aufgeführt; bei jeder Station sind die Ergebnisse für die einzelnen Seiches, wie sie aus den Limnogrammen erhalten wurden, in Tabellen zusammengestellt worden, um den Gang der Untersuchungen im einzelnen verfolgen zu können. Aus der Häufigkeit des Auftretens einer Seiche, wie aus der Anzahl aufeinanderfolgender Schwingungen in demselben Limnogramme und der Größe der Amplituden kann gewöhnlich schon auf die Lage des Beobachtungspunktes zur Knotenlinie der entsprechenden Schwingung geschlossen werden. In den Tabellen selbst steht unter T die Dauer der gemessenen Seiche in Minuten, unter n die größte Anzahl Schwingungen, welche in einer Reihe gemessen werden konnten, und unter 2a die größte Doppel-Amplitude der betreffenden Seiche in Millimetern.

I. Fisching SW., in der Südwestecke des Fischingerwinkels; vom 15.—19. April 1905.

Nr.	Seiche	T in Min.	n	Auftreten	2a in mm	Bemerkung
1	17 Min. S.	16,80	75	ständig	7	schöne Reihen
2	12 Min. S.	11,80	6	selten	2	in dikroter Form häufig
3	4 Min. S.	3,87	18	öfters	1	bei Ostwind
4	$3^1/_2$ Min. S.	3,46	25	häufig	1	Schwebungen mit 3

Gleichzeitige Aufnahmen mit dem Zeigerlimnimeter:

Ort	Seiche	in Fisching	Bemerkung
1. Gaden, 2000 m südlich Fisching	17 Min. nicht 12 Min.; 1,5 mm 3,45 Min.; $^1/_4$ mm	$1^1/_2$ mm entg. Phase nicht	in dikroter Form

Ort	Seiche	in Fisching	Bemerkung
2. Wolkersdorf, am Nordufer des Weitsees	3,8 Min.; $^1/_2$ mm 7,5 Min.; $^1/_2$ mm	1 mm; entg. Ph. nicht	
3. Petting, am Südende des Sees	17 Min.; 4 mm	4 mm; entgeg.	
4. Seefischer, am Nordende des Tachingersees	$12^1/_2$ Min.; 6 mm	17 Min.; rein	$12^1/_2$ Min. S. Eigenschwingung des Tachingersees
5. Fisching, Nordwest	17 Min.; 2,5 mm	17 Min.; 2 mm	also Fisching NW. Ende der Achse

II. Seefischer, am Nordende des Tachingersees; vom 19.—22. April 1905.

Nr.	Seiche	T in Min.	n	Auftreten	2a in mm	Bemerkung
1	62 Min. S.	62,4	10	häufig	5	kurze Reihen
2	17 Min. S.	16,82	25	einmal	2	unregelmäßig
3	$12^1/_2$ Min. S.	12,57	35	sehr häufig	8	
4	6,3 Min. S.	6,28	53	„ „	3	
5	$3^1/_2$ Min. S.	3,44	16	einmal	1	

Beobachtung mit dem Zeigerlimnimeter:

Ort	Seiche	in Seefischer	Bemerkung
Au, am Südende des Tachingersees	62 Min.; 2 mm $12^1/_2$ Min.; $^3/_4$ mm 6,3 Min.	gleiche Ph.; 3 mm entg. Ph.; 1 mm gleiche Phase	sehr kleine Amplitude

III. Au, am Südufer des Tachingersees; vom 22.—25. April 1905.

Nr.	Seiche	T in Min.	n	Auftreten	2a in mm	Bemerkung
1	62 Min. S.	62,25	10	häufig	9	
	17 Min. S.			nie		
2	$12^1/_2$ Min. S.	12,54	28	sehr häufig	13	schöne Reihen
3	6,3 Min. S.	6,27	20	häufig	4	
4	$3^1/_2$ Min. S.	3,51	17	öfters	1	

IV. Tettenhausen, 250 m nördlich der Seebrücke; vom 25.—26. April.

Nr.	Seiche	T in Min.	n	Auftreten	2a in mm	Bemerkung
1	62 Min. S.	—	2	öfters	5	am Anfang einer neuen Reihe
2	17 Min. S.	16,88	16	häufig	5	
3	$12^1/_2$ Min. S.	—	8	öfters	3	
4	6,3 Min. S.	6,26	30	sehr häufig	10	
5	$4^1/_2$ Min. S.	4,67	26	häufig	4	
6	3 Min. S.	3,0	22	einmal	1	

V. Horn, am Westufer der südlichen Einschnürung. Auf dem Transporte nach Petting am 26. April wurde das Instrument über Mittag hier aufgestellt und während $3^1/_2$ Stunden gemessen:

1. Die 17 Min. S., rein mit 2 mm Amplitude. Ein Vergleich mit Tettenhausen gibt eine Phasenverschiebung von $5^1/_2$ Min.
2. Die $3^1/_2$ Min. S. von sehr kleiner Amplitude.

VI. Petting, am rechten Ufer des regulierten Seeabflusses, 50 m flußabwärts; vom 26. April bis 6. Mai 1905.

Nr.	Seiche	T in Min.	n	Auftreten	2a in mm	Bemerkung
1	62 Min. S.	62,00	8	öfters	4	
2	17 Min. S.	16,90	26	häufig	18	
3	$12^1/_2$ Min. S.	—	—	öfters	—	nur in der Form der Schwebung mit der 12 Min. S.

Nr.	Seiche	T in Min.	n	Auftreten	2a in mm	Bemerkung
4	12 Min. S.	11,78	54	sehr häufig	12	
5	9 Min. S.	8,5 bis 8,8	8	zweimal	2	kurze Reihen
6	7 1/2 Min. S.	7,50	22	häufig	70	
7	6 Min. S.	6,0	5	öfters	1	nur ganz kurze Reihen
8	4,7 Min. S.	4,7	5	selten	1	
9	3,8 Min. S.	3,8	6	selten	1	
10	aperiodische Schwankungen (Windstau), häufig.					

Gleichzeitige Beobachtungen mit dem Zeigerlimnimeter.

Ort	Seiche	in Petting	Bemerkung
1. Fisching Nordwest und gleichzeitig[1]) in	17 Min.; 1 1/2 mm 12 Min.; 1/2 mm	17 Min.; 1 1/2 mm gleiche Ph.	kleine Amplitude
2. Tettenhausen	17 Min.; 1/2 mm 12 1/2 Min.; (1/2 mm) 6,3 Min.; 1 mm	17 Min.; 2 mm nicht nicht	Phase nicht zu vergleichen
3. Wolkersdorf, gleichzeitig mit Fisching[1])	17 Min.; nicht 11,7 Min.;	17 Min.; 2 mm entgeg. Ph.	und entg. Phase mit Fisching N.W.

VII. Buchwinkel, ungefähr in der Mitte des Westufers des Wagingersees; vom 6.—10. Mai 1905.

Nr.	Seiche	T in Min.	n	Auftreten	2a in mm	Bemerkung
1	62 Min. S.	62,7	10	häufig	4	
2	17 Min. S.	16,9	24	"	1	
3	7 1/2 Min. S.	7,50	5	zweimal	1	
4	4 Min. S.	4,0	6	selten	1/2	
5	3 1/2 Min. S.	3,44	8	öfters	1/2	
6	3 Min. S.	3,0	5	einmal	1	

[1]) Herr Gsöttner beobachtete in Fisching 3 Stunden lang, während ich selbst gleichzeitig zuerst in Tettenhausen, dann in Wolkersdorf Aufzeichnungen machte.

Gleichzeitige Aufnahmen mit dem Zeigerlimnimeter in Seeleiten, 400 m nördlich:

In Seeleiten wurde die 12 Min.-Seiche mit 0,4 mm Doppelamplitude gemessen, in Buchwinkel dagegen war sie nicht zu erkennen, in Buchwinkel die 17 Min.-Seiche mit 1/2 mm Doppelamplitude, in Seeleiten dagegen nicht. Hiedurch waren die Knotenlinien beider Seiches ungefähr festgestellt.

VIII. Moosmühle, ungefähr in der Mitte des Westufers des Tachingersees; vom 10.—18. Mai 1905.

Nr.	Seiche	T in Min.	n	Auftreten	2a in mm	Bemerkung
1	62 Min. S.	61,5	10	häufig	8	
2	17 Min. S.	—	6	selten	1	
3	12 1/2 Min. S.	(12,6)	9	öfters	2	
4	6,3 Min. S.	6,25	36	sehr häufig	4	schöne Reihen
5	3 1/2 Min. S.	3,48	30	häufig	4	
6	1 1/2 Min. S.	1,56	20	öfters	2	besonders bei Ostwind

Gleichzeitige Beobachtungen mit dem Zeigerlimnimeter wurden gemacht:

1. In Tettenhausen und gleichzeitig in Au:[1])

a) Die 12 1/2 Min.-S. an allen 3 Punkten mit gleicher Phase; die Amplituden verhielten sich: Moosmühle : Au : Tettenhausen = 1 : 7 : 3.

b) Die 6,3 Min.-S. hat in Au und Tettenhausen entgegengesetzte Phase zu Moosmühle und die Amplituden verhielten sich: Moosmühle : Au : Tettenhausen = 5 : 1 : 4.

c) 17 Min.-S. nur in Tettenhausen mit sehr kleiner Amplitude, in Au und Moosmühle nicht.

2. Eine Beobachtung 500 Meter nördlich Moosmühle fiel in eine Zeit, wo keine meßbare Schwingung auftrat.

[1]) Meine Frau beobachtete in Tettenhausen, während ich selbst in Au Aufzeichnungen machte.

Hiemit waren die Beobachtungen nach 5 wöchentlicher Dauer beendigt. Die Ergebnisse sind nun im folgenden für jede Seiche einzeln zusammengestellt, indem die Stationen von einem See-Ende ausgehend geordnet sind. Jeder Station ist das beobachtete Amplitudenverhältnis, umgerechnet auf die Amplitude 100 an einem Ende, beigefügt. Das Vorzeichen gibt Aufschluß über die Phase der Schwingungsbewegung.

Das allgemeine Schwingungsbild des Sees.

1. Die 62 Min.-Seiche.

Seefischer	+ 100	
Moosmühle	+ 70	
Au	+ 50	
Tettenhausen	+ 30	
Fisching NW	0	
Fisching SW	0	
Horn	0	0 Wolkersdorf
Gaden	—	
Buchwinkel	— 25	
Petting	— 50	

Die 62 Min.-Seiche ist darnach die uninodale Längsschwingung des vereinigten Waginger-Tachinger-Sees. Der Knoten befindet sich zwischen den beiden Seeeinschnürungen (siehe Karte).

Eine Vorausberechnung der Periode nach der P. Du Boysschen Formel[1]) hatte 36,2 Min. ergeben; die Beobachtung ergab fast den doppelten Wert. Durch die Auffindung dieser großen Periode war daher deutlich die Unzulänglichkeit der P. Du Boysschen Formel erwiesen. Es war sofort klar, daß die starken Einschnürungen in der Mitte der Längsachse mitwirken müssen.

[1]) P. Du Boys; Essai theorique sur les seiches. Arch. Gen. III t. 25 S. 629 ff.

Das große Verdienst Professor Chrystals nun ist es, in einer neuen Theorie, seiner hydrodynamischen Theorie der Seiches,[1]) nicht nur die Unzulänglichkeit der alten P. Du Boysschen Theorie erwiesen zu haben, sondern alle bis jetzt unerklärten und z. T. sich widersprechenden Ergebnisse der Seichesforschung mit der Theorie in Einklang gebracht und zugleich eine exakte Methode zur Berechnung der Perioden und Lage der Knoten der einzelnen Seiches eines Sees entwickelt zu haben. Die P. Du Boyssche Formel hatte für die uninodale Längsschwingung vieler Seen zu große Werte ergeben, wie für die des Starnbergersees[2]) und Madüsees[3]) und des Loch Earn,[4]) von anderen wieder zu kleine Werte, wofür unser See ein sprechendes Beispiel ist. Chrystal nun hat Klarheit in diese Frage gebracht, indem er in den genannten Schriften nachweist, daß bei konkaven Seen die Periodendauer nach P. Du Boys zu groß und bei konvexen Seen zu klein wird, wobei der Querschnitt des Sees als Rechteck von konstanter Breite angenommen ist.

Der Waginger-Tachingersee ist nun ebenfalls ein konvexes Becken, da der Seeboden bei der Brücke sich bis 5 Meter unter Wasser erhebt, so daß also nach Crystal schon hiedurch eine Vergrößerung der Periode begründet ist.

---

[1]) Chrystal, on the hydrodynamical theory of seiches; with a bibliographical sketch. Transactions of the Roy. Soc. of Edinbourgh. Juli 1905 S. 599 ff. im folgenden durch H. T. S. bezeichnet, und Some results in the mathematical theory of seiches. Proc. of the Roy. Soc. of Edinbourgh. Juli 1904. Some further results in the mathematical theory of seiches. Proc. of the Roy. Soc. of Edinbourgh. März 1905.

[2]) H. Ebert, Periodische Seespiegelschwankungen (Seiches), beobachtet am Starnbergersee. Sitz.-Ber. der math.-phys. Kl. d. K. Bayer. Ak. d. Wiss., Bd. XXX, 1900, Heft III.

[3]) W. Halbfaß, Stehende Seespiegelschwankungen im Madüsee. Zeitschrift für Gewässerkunde, V. Bd., H. 1, 1902 u. VI. Bd., H. 2, 1903.

[4]) Chrystal and Machagan-Wedderburn. Calculation of the periods and nodes of Loch Earn and Treig. Transaction of Roy. Soc. of Edinbourgh. Vol. XLI. III. 1905.

Nun wirken aber bei den Schwingungsverhältnissen eines Sees, wie Chrystal im Gegensatz zu P. Du Boys im einzelnen nachweist, noch wesentlich die Änderungen des Beckenquerschnitts mit. Durch Einführung von zwei neuen Variablen v und $\sigma(v)$ kann die in Betracht kommende Differentialgleichung zweiter Ordnung auch bei komplizierteren Beckenformen von Seen annäherungsweise nach Chrystal gelöst werden. Hiebei bedeutet v die Oberfläche des Sees gerechnet von einem bestimmten Punkte aus. Also

$$v = \int b(x) \cdot dx \ldots,$$

wobei als X-Achse die geradlinig gedachte Richtung des Talweges des Sees gewählt ist und $b(x)$ die Breite des Sees senkrecht zur X-Achse darstellt. Ferner stellt $\sigma(v)$ das Produkt aus $F(x)$, dem Querschnitte des Sees an der betreffenden Stelle, multipliziert mit $b(x)$, der Oberflächenbreite, dar:

$$\sigma(v) = F(x) \times b(x) \ldots$$

Die in Betracht kommende Differentialgleichung erhält dadurch die bekannte kanonische Form der Differentialgleichungen 2. Ordnung und lautet

$$\frac{d^2 P}{dv^2} + \frac{n^2 P}{g\,\sigma(v)} = 0 \ldots$$

wobei P nur noch Funktion von v ist, und g die Erdbeschleunigung des betreffenden Ortes bedeutet. Aus v als Abszisse und σ als Ordinate kann die „Normalkurve" des Sees, wie Chrystal sie nennt, gezeichnet werden. An derselben dürfen die Berechnungen ebenso vorgenommen werden, wie wenn die Kurve selbst der Längsschnitt unseres Sees wäre und derselbe konstante Breite und rechteckigen Querschnitt hätte (vgl. Chrystal, H. T. S. § 20).

Die auf der beigegebenen Tafel unter der Tiefenkarte des Sees gezeichnete Kurve ist in dieser Weise konstruiert; dazu wurden 21 Querschnitte des Sees in vergrößertem Maßstabe gezeichnet und ihre Flächen in Ermangelung eines Planimeters

durch Abteilen in Quadratmillimeter ermittelt.[1]) Die gefundenen Werte von $F(x)$ wurden dann mit der Oberflächenbreite $b(x)$ multipliziert. In gleicher Weise wurden die Werte für v d. i. die Oberfläche des Sees bis zu dem betreffenden Querschnitte ermittelt. Die σ_1, σ_2 ... sind als Ordinaten nach unten hin aufgetragen, so daß also die Kurvenmaxima in Wirklichkeit je einem Minimum der dargestellten Größe σ entsprechen; die Abszissen v_1, v_2 ... wachsen nach rechts hin, wobei 1 mm der Abszissen $= 10^5$ qm und 1 mm der Ordinaten $= 25 \times 10^5$ cbm bedeutet.

Die Kurve wurde, wie vorauszusehen war, ziemlich kompliziert. Sie hat 3 Maxima und 4 Minima. Das 1. Maximum entspricht der Einengung bei Horn, wo $\sigma(v_{11}) =$ 0,22 mm ist, das 2. der Einschnürung an der Seebrücke mit $\sigma(v_{14}) = 0{,}01$ mm und das 3. der geringen Breite in der Mitte des Tachingersees mit $\sigma(v_{19}) = 0{,}7$ mm. Eben diese Maxima mit dazwischen gelagerten Minimis erlauben nicht die Normalkurve des Waginger-Tachingersees annäherungsweise durch eine der einfachen Kurven zu ersetzen, für welche Chrystal die Lösungen der Differentialgleichung in den §§ 27 u. ff. mitteilt. Die Kurve gehört vielmehr zu dem Typus, wie ihn Chrystal in § 40 seiner H. T. S. behandelt; dort sind aber nur 1 Maximum und 2 Minima angenommen. Um die Seicheskonstanten unseres Sees exakt zu finden, müßte also eine der Gleichung 49 S. 632 entsprechende aufgelöst werden. Einen Begriff von der Rechnungsarbeit, welche diese Auflösung erfordern würde, erhält man, wenn man berücksichtigt, daß schon die Probe, ob die aus den beobachteten Werten erhaltenen Wurzeln die Gleichung befriedigen, eine jedesmalige Auswertung von 48 Reihen, welche zum Teil langsam konvergieren, erfordert. Die

---

[1]) Die Umrißform des Waginger-Tachingersees ist in der S. 448 zitierten Geistbeckschen Tiefenkarte sehr ungenau und gibt zu große Werte für die genannten Variablen. Die angegebenen Werte für $b(x)$ wurden daher, wie schon oben S. 448 bemerkt, den Bayer. Positionsblättern entnommen.

Kurve ist dabei aus 12 Stücken von Parabeln zusammengesetzt gedacht.

Freilich wird diese Rechnung für die von Chrystal entdeckten Funktionen der Seiches — Sinus $S(c, v)$ und Seiche — Cosinus $C(c, v)$ (H. T. S. § 24 S. 617 u. 618) wesentlich dadurch erleichtert, daß J. Halm[1]) für die Werte $S'(c, 1)$ und $C'(c, 1)$ derselben, die hierbei in Betracht kommen, geeignete Tafeln berechnet hat (a. a. O. S. 671). Dieselben standen mir leider bei dieser meiner Bearbeitung noch nicht zur Verfügung.

Bereits ohne alle Rechnung ersieht man aus der Normalkurve, daß die Einengungen am Knoten eine stark konvexe Form der Kurve erzeugen. Die anormal lange Dauer der unninodalen Seiche steht somit ganz im Einklange mit der Chrystalschen Theorie.

Daß trotz der beiden Einschnürungen eine Schwingung des ganzen Sees möglich ist, dürfte nur darin seinen Grund haben, daß das nördliche und südliche Becken bis zu den genannten Einschnürungen ungefähr gleiche Dauer ergeben.[2]) Wir dürfen zu einer solchen vergleichenden Berechnung nach Chrystal die Du Boyssche Formel benützen, welche wirklich für beide Becken fast genau 16 Minuten ergibt. Die beiden Einschnürungen liegen also symmetrisch zum Knoten, wie ja auch die Beobachtung ergeben hat.

Die Amplituden der 62 Minuten-Seiche waren während der ganzen Beobachtungszeit nur klein (größte Amplitude 10 Millimeter) und die Dämpfung sehr stark, so daß die längste Reihe nur 10 Schwingungen zählte. Jedenfalls wirkt die ungleich starke Einengung an der Seebrücke von nur 90 qm Querschnittsfläche gegenüber der südlichen bei Horn von noch rund 2000 qm störend. Aus

---

[1]) J. Halm, On a group of linear Differential Equations of the 2nd Order including Professor Chrystals Seiche-Equations. Transact. Roy. Soc. of Edinbourg, 41, Part III, No. 26, S. 651, 1905.

[2]) Hierauf hat mich Herr Professor Chrystal in einer gütigen brieflichen Mitteilung neben vielen anderen wertvollen Anregungen aufmerksam gemacht.

den kurzen Reihen konnte auch die Dauer der Schwingung nicht genau gemessen werden. Die Messungen schwanken zwischen 63,5 Min. und 60,4 Min. Ein Einfluß der Wasserstandsänderung, welche dazu nur 12 cm betrug,[1]) konnte deshalb nicht wahrgenommen werden.

Das Verhältnis der Amplituden in Petting und Seefischer ist ungefähr 1 : 2 und stimmt mit dem Verhältnis der Seefläche nördlich des Knotens von 300 ha zu der südlich desselben gelegenen von rund 640 ha ungefähr überein.

2. Die 17 Min.-Seiche.

Die Beobachtungsergebnisse seien auch hier ebenso, wie oben, zusammengestellt:

Petting	+ 100	
Buchwinkel	+ 10	
Seeleiten	0	
Gaden	0	(0) Wolkersdorf
Horn	— 50	
Fisching SW.	— 90	
Fisching NW.	— 110	

Die Seiche von 16,80 Min. mittlerer Dauer ist somit die uninodale Längsschwingung des eigentlichen Wagingersees mit den beiden Schwingungsbäuchen in Petting bezw. Fisching Nordwest und der Knotenlinie zwischen Seeleiten und Gaden (s. Karte).

Um die Chrystalsche Theorie auf dieses Teilbecken anzuwenden, dürften wir den Zweig der Normalkurve bis zum Punkte 14 benützen. Die Kurve ließe sich aus 6 Parabeln zusammensetzen, so daß wir genau den Seentypus hätten, wie ihn Chrystal in dem schon erwähnten § 40 seiner H. T. S. behandelt. Aus dem gleichen Grunde wie bei der 62 Min.-Seiche muß ich aber auch hier auf eine genaue Berechnung

[1]) Dem Vorstande des K. Bayer. Hydrotechnischen Bureaus, Herrn Oberbaurat Hense, sei auch an dieser Stelle für die gütige Übersendung der Pegelaufzeichnungen an der Seebrücke ergebenst gedankt.

der Seichekonstanten zunächst verzichten; dazu kommt hier noch der Umstand, daß das Ende der X-Achse noch nicht sicher genug bekannt ist. Die Schwingungsachse kann nämlich einmal abzweigen nach Fisching Nordwest oder sich in den Tachingersee hinein erstrecken.

Auf einen anderen Weg, bei Seen von so komplizierter Normalkurve die exakte Theorie zu prüfen, möchte ich hier aufmerksam machen. In Fällen, wo der eine Teil der Normalkurve bis zu dem durch Beobachtung gefundenen Knoten regelmäßig verläuft, so daß er durch eine Parabel, eine Quartickurve oder eine gerade Linie ersetzt werden kann, muß die Dauer der Hauptschwingung mit derjenigen eines symmetrischen Sees übereinstimmen, der eine Länge gleich dem doppelten Knotenabstand hat. So stimmt die Dauer der Hauptschwingung bei einer Normalkurve von der Form einer geneigten Geraden (vgl. Chrystal S. 641 § 51) mit derjenigen eines Sees mit 2 symmetrisch gegen die Mitte geneigten Geraden (vgl. § 49) von der Länge 2 × 0,3943 l und Tiefe 0,3943 h überein. Nämlich

$$T_1 = \frac{4\pi l}{3{,}832\sqrt{gh}} = T_1' = \frac{2\pi l'}{2{,}405\sqrt{gh'}} = 1{,}043\,\frac{\pi l}{\sqrt{gh}}$$

Aus der Beobachtung hat sich nun der Knoten der 17 Min.-Seiche ziemlich sicher bei Punkt 8 der Normalkurve ergeben. Der Teil von 0 bis 8 läßt sich annäherungsweise durch eine Parabel ersetzen, wie es in der Zeichnung geschehen ist. Die Dauer eines symmetrisch parabolischen Sees von der Länge 93,75 und der Tiefe 18,75[1]) ergibt nach Chrystal S. 622 § 28:

$$T_1 = \frac{\pi l}{\sqrt{2gh}};$$

für $l = 93{,}75 \times 10^5\ m^2$ und $h = 18{,}75 \times 25 \times 10^5\ m^2$ und $g = 9{,}81\ \mathrm{m/sec^2}$ $\pi = 3{,}14$ gesetzt, erhält man 966,2 sec = 16,1 Min., welcher Wert mit dem beobachteten von

[1]) Da der Maßstab der Kurve verkleinert wurde, mußten die ursprünglich ganzzahligen Maße umgerechnet werden.

16,80 Min. tatsächlich auf 4°/₀ genau übereinstimmt. Da die Lage des Knotens gewöhnlich nur angenähert durch Beobachtung bestimmt werden kann, so kann man auch nur eine erste Annäherung erwarten. In unserem Falle aber dürfte der Knoten ziemlich genau gefunden sein, wie aus den Beobachtungen in Seeleiten und Gaden geschlossen werden kann, und es kann daher diese gute Übereinstimmung als eine Bestätigung der Chrystalschen Theorie gelten.

Der Rest der Normalkurve (von Punkt 8—14) gibt also die gleiche Dauer wie ein Seebecken von $2^1/_2$ mal so langer parabolischer Normalkurvenlinie. Daß die Einengung bei Horn allein die starke Verlängerung verursacht, ist unwahrscheinlich, weil sie näher dem Schwingungsbauche als dem Knoten liegt. Chrystal wiederum gibt uns einen klaren Einblick auch in so komplizierte Schwingungszustände. Er vergleicht nämlich die Seiches mit den Schwingungen einer vertikal aufgehängten Saite, welche an ihren Enden befestigt ist, zwei Vorgänge, welche wegen der Analogie der zugrunde liegenden Differentialgleichungen vollständig übereinstimmen, nur sind die Längs- und Querbewegungen zu vertauschen. Wie nämlich eine Vergrößerung der Dichtigkeit am Schwingungsbauche der Saite die Schwingungsdauer verlängert, näher dem Knoten aber nur einen geringen Einfluß ausübt, so vergrößert auch eine Einengung nahe dem Knoten die Periode einer Seiche, beeinflußt sie aber wenig, wenn sie nahe dem Bauche liegt. Es liegt daher die Vermutung nahe, daß noch ein Umstand verlängernd mitwirkt; als solchen sehe ich die Kommunikation mit dem Tachingersee an, wohin sich die Schwingung, wie wir weiter unten sehen werden, in der Tat fortsetzt. Nehmen wir eine symmetrische Normalkurve von der gleichen Länge und maximalen Tiefe wie die vorliegende an, so stimmt die Dauer auffällig mit der von Chrystal als „Anomalous Seiche“ bezeichneten Schwingung einer vollständigen, konkaven Quartic-Kurve überein.[1]) Nach Chrystal ist

[1]) Chrystal H. T. S., § 52, S. 643 und Some furthers Resultats . . ., S. 646, zit. S. 457.

$$T = \frac{\pi l}{\sqrt{g h}};$$

für $l = 68,44 \times 10^5\ m^2$ und für $h = 18,75 \times 25 \times 10^6\ m^2$ gesetzt, $T = 1002,1$ sec $= 16,7$ Min. (gefunden wurde 16,8), also ein merkwürdig gut stimmender Wert. Chrystal selbst weist darauf hin, daß diese Seiche da vorkommen kann, wo ein See durch einen engen Kanal mit einem anderen kommuniziert, wie es beim Wagingersee der Fall ist. Wenn wir daraus auch nicht schließen dürfen, daß wir die Normalkurve als Quartickurve ansehen dürfen, so müssen wir doch der Kommunikation eine verlängernde Wirkung zuschreiben.

Nach P. Du Boys's Formel würde man 22,0 Min. Dauer für die uninodale Seiche des Wagingersees erhalten, einen Wert, der wieder wie bei allen konkaven Seen zu groß ist. Die Lage des Knotens ergibt sich nach P. Du Boys etwa 100 m nördlich der tiefsten Stelle des Sees, stimmt also gut mit der Beobachtung überein und spricht für die Brauchbarkeit der Formel für diesen speziellen Zweck der Knotenauffindung, wie auch Chrystal hervorhebt (H. T. S. S. 611).

Diese 17 Minuten-Seiche tritt, wie eben erwähnt, auch im nördlichen Becken, dem Tachingersee auf und zwar wurde beobachtet:

Tettenhausen	+ 50
Au	0
Moosmühle	— 10
Seefischer	— 40,

wobei die Phasen nur für den Tachingersee gelten, die Amplituden dagegen mit denjenigen im Wagingersee verglichen sind. Das nördliche Becken schwingt also in dem Tempo der 17 Min.-Seiche mit, so daß nördlich Au wieder ein Knoten entsteht. Ein Phasenvergleich liegt nur einmal vor.[1]) Das Limnimeter wurde nämlich von Tettenhausen

[1]) Die zwei Aufnahmen mit dem Zeigerlimnimeter (S. 454 und 455) lieferten für Tettenhausen zu komplizierte Kurven; die 17 Min.-Seiche ist wohl vorhanden, aber hat geringe Amplitude gegen Fisching, nämlich die Hälfte. Die Phasen sind nicht genau zu vergleichen.

nach Horn gebracht (s. Seite 453), wo es nach 1 Stunde 4 Min. bereits wieder in Tätigkeit war. In Tettenhausen war eine deutliche 17 Min.-Seiche verzeichnet und in Horn ebenfalls. Da ruhiges Wetter war, darf angenommen werden, daß keine merkliche Phasenverschiebung in dieser kurzen Zeit von 1 Stunde eingetreten ist und daß daher die Phasen dieser Kurvenzüge verglichen werden dürfen. Es ergibt sich hieraus eine Phasenverschiebung von $5^1/_2$ Min. Wenn der See also in Fisching zu steigen beginnt, fällt derselbe nach etwa 3 Min. in Tettenhausen. Ich stelle mir den Vorgang so vor, daß vom Fischingerwinkel Wasser gegen Tettenhausen abfließt und dort infolge des Überdruckes gegen Seefischer zu fallen beginnt, während es in Seefischer selbst steigt. Die im Tachingersee aufgefundenen Kurvenzüge sind außerdem stets unregelmäßig. Jedenfalls zeigt das ganze Auftreten, daß die 17 Min.-Seiche keine freie Schwingung des Tachingersees ist, sondern durch den Wasserarm an der Seebrücke hindurch dem nördlichen Becken aufgezwungen wird.

3. Die $12^1/_2$ Min.-Seiche.

Die gleiche Zusammenstellung ergibt:

Seefischer	+ 100
Knoten	
Moosmühle	— 10
Au	— 75
Tettenhausen	— 30

Die Seiche von 12,56 Min. mittlerer Dauer ist sonach die uninodale Längsseiche des Tachingersees mit der Knotenlinie etwa 400 m nördlich Moosmühle. Da die Amplitude in Tettenhausen bedeutend geringer ist als in Au, so ist die Achse sehr wahrscheinlich gegen Au gerichtet. Bei Tettenhausen findet jedenfalls ein verstärktes Abfließen des Wassers gegen den Wagingersee statt, wodurch die Amplituden dort verringert werden. Daher rührt wohl auch das Auftreten dieser Seiche am Abfluß des Sees bei Petting, wohin

die Gleichgewichtsstörung vom Fischingerwinkel aus sich fortsetzt. Es dürfte daher auch diese Seiche von $12^1/_2$ Min. nur eine vom Tachingersee her erzwungene Schwingung sein.

Die Normalkurve des Tachingersees ist in derjenigen des ganzen Sees enthalten. Da aber das Ende der Schwingungsrichtung in Au und nicht in Tettenhausen gefunden ist, so verzweigt sich die X-Achse und die Normalkurve erhält gegen Au die Gestalt der punktierten Linie (Punkt 15′ und 16′). Die Anwendung der exakten Theorie würde wieder die Behandlung des gleichen Seentypus wie beim Wagingersee erfordern (Chrystal H. T. S. § 40). Eine Annäherung etwa an 6 Stücke von Parabeln wird aber hier ungenau, weil die Ordinaten infolge der geringen Breite des Sees nur klein sind. Es dürfte daher hier die genaue Berechnung der Seicheskonstanten keine besonders gute Übereinstimmung ergeben und eine Vorausberechnung der Perioden, wie sie bei regelmäßigen Seen möglich ist und wie sie Chrystal und M. Wedderburn für den Loch Earn und Treig als Muster für derartige Berechnungen durchgeführt haben,[1] würde eventuell nutzlos sein.

Eine gute Übereinstimmung mit der Beobachtung liefert hier die Du Boys'sche Formel, nämlich 12,4 Min. Periodendauer und dies Ergebnis steht ganz im Einklang mit der Chrystalschen Theorie, da unser Tachingersee, obwohl vollständig konkav, eine z. T. konvexe Normalkurve hat, und in konvex-konkaven Seen, wie es der Genfersee und Loch Ness sind, wozu auch der Tachingersee wegen seiner Normalkurve gehört, gibt die Du Boyssche Formel gute Resultate für die Periodendauer der uninodalen Seiche, wie Chrystal ausdrücklich erwähnt.[2])

Statt einer binodalen Seiche haben wir also am Waginger-Tachingersee 2 uninodale Teilschwingungen. Es mag hier besonders nochmal darauf hingewiesen sein, daß die Summe

---

[1]) Zit. S. 457.

[2]) Proc. R. S. 1905 S. 645, zit. S. 457.

der Perioden der beiden Teilschwingungen nur 16,8 Min. + 12,56 Min. = 29,36 Min. ergibt, also unter der halben Dauer der uninodalen Seiche des ganzen Sees zurücksteht (= 31 Min.), ein Ergebnis, das ganz im Einklang mit der Chrystalschen Theorie steht, der P. Du Boysschen Theorie aber vollständig widerspricht.

4. Die 12 Min.-Seiche.

Die Beobachtungen für diese Seiche, welche nur im Wagingersee auftrat, seien wieder zusammengestellt:

Petting	+ 100	
Buchwinkel	0	
Seeleiten	— 10	
Gaden	— 40	— 50 Wolkersdorf
Horn	0	
Fisching SW.	+ 30	
Fisching NW.	+ 40	

Die Schwingung von 11,78 Min. mittlerer Dauer ist also die binodale Seiche des eigentlichen Wagingersees mit den Schwingungsbäuchen in Petting, Wolkersdorf und Fisching Nordwest und der einen Knotenlinie etwas südlich Buchwinkel und der zweiten an der Einschnürung bei Horn.

Die 11,78 Min.-Seiche ist sonach die nächste Oberschwingung zu der 16,8 Min.-Seiche. Das Verhältnis von $T_2 : T_1$ ist 0,70. Dasselbe sollte nach P. Du Boys 0,5 sein. Das erste derartig stark abweichende Verhältnis hatte H. Ebert am Starnbergersee gefunden, nämlich 0,63,[1]) dann Halbfaß am Madüsee 0,57,[2]) also Werte größer 0,5, während am Genfersee 0,48[3]) und am Hakonesee in Japan 0,44,[4]) also Werte

[1]) H. Ebert, Period. Seespiegelschwankungen, zit. S. 457.

[2]) W. Halbfaß, Period. Seespiegelschwankungen, zit. S. 457; Seiches oder stehende Seespiegelschwankungen. Naturwissenschaftl. Wochenschr. Gustav Fischer in Jena, 23. Okt. 1904, S. 887.

[3]) F. A. Forel, Le Léman II. Lausanne 1895.

[4]) H. Ebert, Über neuere japanische Seenforschungen. J. Springer, Berlin. XXIII, 1903.

kleiner 0,5 gefunden worden waren. Der Chiemsee[1]) nun hatte mit seinem Verhältnis $T_2 : T_1 = 0,67$ alle anderen übertroffen und ihn übertrifft jetzt noch der Wagingersee. Forel glaubte auf Grund der ungefähr gleichen Werte an mehreren Seen darin eine neue Art Schwingungen erblicken zu dürfen und hat dieselben „Seiches à la quinte", Quintenschwingungen[2]) genannt.

Es ist wiederum Chrystals großes Verdienst, diese Frage vollständig geklärt zu haben, indem er in den mehrerwähnten Schriften[3]) nachweist, daß in Seen mit konkaver Normalkurve $T_2 : T_1 > 0,5$ und in konvexen Seen $< 0,5$ sein muß. Auch das große Verhältnis $T_1 : T_2 = 1 : 0,70$ ist nach seiner Theorie möglich und zwar in Seen, deren Normalkurve ein Teil einer Quartickurve ist. Chrystal gibt zugleich auf S. 603 und 604 seiner H. T. S. einen Weg an, wie aus dem Verhältnis der beiden Hauptschwingungen $T_2 : T_1$ in Seen mit quarticähnlichen Normalkurven die Periodendauer der übrigen mehrknotigen Seiches gefunden werden können; er nennt diese seine Methode „Quartic Approximation". In folgender Tabelle füge ich in der 1. Zeile die hiernach berechnete Dauer, in der 2. die angenähert beobachtete und in der 3. die nach Du Boys bestimmte Dauer an.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7
Nach Chrystal berechnet	—	—	7,56	5,88	4,71	3,36	3,02
Beobachtet	16,8	11,78	7,5	6,0	4,7	3,5	3,00
Nach P. Du Boys berechnet	22,0	11,0	7,3	5,4	4,5	3,67	3,14

Nach Chrystal sollte sich die Dauer jeder Oberschwingung eines Sees mit vollständiger Quartickurve als Normalkurve dem Grenzwerte $T = \frac{\pi l}{\sqrt{g h}}$ nähern.[4]) Bei dem Wagingersee

[1]) A. Endrös, Seeschwankungen etc., zit. S. 447.

[2]) F. A. Forel, Soc. vaud., Sc. Nat. XI, S. 149, 3. fevrier 1904.

[3]) Zit. S. 457.

[4]) Chrystal, some further results S. 646 u. H.T.S. Seite 643, zit. S. 457.

aber trifft die Bedingung, daß sich die Kurve an die V-Achse anschmiegt, nur am Nordende zu. Außerdem ist sehr wahrscheinlich, daß die Schwingungsachse der 11,78 Min.-Seiche gegen Fisching Nordwest gerichtet ist, also mit derjenigen der 17 Min.-Seiche nicht zusammenfällt. Die gute Übereinstimmung der durch die Quartic-Approximation gefundenen Werte mit den beobachteten erlaubt daher bei unregelmäßigen Seen noch nicht den Schluß, daß die Normalkurve wirklich einer Quartickurve nahe kommt. Es ist am Wagingersee im Gegenteil sehr wahrscheinlich, daß die große Dauer der binodalen Seiche durch die Einengung bei Horn verursacht wird, welche, wie die Beobachtung ergab, mit dem Knoten zusammenfällt. An dem Beispiel einer schwingenden Saite wiederum können wir ersehen, daß solche Unregelmäßigkeiten auf die Hauptschwingung weniger einwirken als gerade auf diejenigen Oberschwingungen, welche dort ihren Knoten haben. Solche Unregelmäßigkeiten können daher bei der angenäherten Berechnung der uninodalen Seiche außer acht gelassen werden, sind aber bei der Bestimmung der betreffenden Oberschwingungen wesentlich.

Es läge nahe, die Periodendauer der binodalen Seiche des Wagingersees ebenfalls direkt aus der Normalkurve zu berechnen, ähnlich wie die uninodale (auf S. 462). Nur die Mitte des Schwingungsbauches muß genau bekannt sein; sie fällt nämlich bei asymmetrischen Seen gewöhnlich nicht mit dem Knoten der uninodalen Seiche zusammen, wie dies die neue Theorie uns lehrt.[1]) Hiefür habe ich schon am Chiemsee ein deutliches Beispiel gefunden, wo der Knoten der 43 Min.-Seiche und der mittlere Bauch der 28 Min.-Seiche $3^1/_2$ km von einander entfernt liegen.[2]) Auch am Wagingersee hat die Beobachtung ergeben, daß der mittlere Schwingungsbauch in der Richtung Gaden—Wolkersdorf liegt, also ungefähr bei Punkt 9 der Normalkurve. Doch ist die Kurve nicht durch einen Zweig

[1]) Chrystal H. T. S. S. 606, § 11.

[2]) Seeschwankungen S. 51, zit. Seite 447.

einer einfachen Kurve zu ersetzen, so daß die Berechnung in diesem Falle sich nicht verlohnt, in anderen Fällen aber eine gute Gelegenheit sein kann, die Theorie ohne viel Mühe zu prüfen.

5. Die übrigen Seiches des Wagingersees.

Die $8^1/_2$ Min.-Seiche. Diese Schwingung von ungefähr 8,6 Min. mittlerer Dauer war nur aus dem Limnogramme in Petting gefunden worden und da nur in wenigen Schwingungen von kleiner Amplitude. Doch trat sie immerhin deutlich als eigene Schwingung auf. Um zu untersuchen, ob diese und andere der folgenden Seiches nicht Partialschwingungen des Weitsees in der Richtung Petting—Wolkersdorf sind, habe ich die Normalkurve des Weitsees in genannter Richtung gezeichnet. Sie ist fast genau eine gegen Wolkersdorf geneigte Gerade und hat daher die typische Form, wie sie Chrystal in § 51 der H. T. S. behandelt. Hiernach ist

$$T_1 = \frac{4\pi l}{3{,}832\sqrt{gh}} \ldots;$$

für $l = 59{,}37 \cdot 10^5\ m^2$ und $h = 37{,}5 \times 25 \times 10^5\ m^3$ ergibt sich $T_1 = 10{,}7$ Min., ein Wert, der von 8,6 Min. stark abweicht, so daß auch die Berechnung keinen Aufschluß gibt.

Die 7,5 Min.-Seiche wurde in Petting häufig beobachtet, ferner in Buchwinkel, aber dort selten. Nach der Quartic-Approximation (s. Tabelle S. 28) stimmt sie auffallend genau mit der trinodalen Seiche des Wagingersees überein. Doch ist dieses Ergebnis durch die Beobachtung nicht erwiesen, da die $7^1/_2$ Min.-Seiche im Fischingerwinkel nie beobachtet wurde und auch für die anderen Punkte keine Phasenvergleichungen vorliegen. Doch muß der nördliche Knoten in den Fischingerwinkel hineinfallen, da der binodale Knoten bereits bei Horn liegt. Das Limnimeter in Fisching Südwest stand somit nahe am Knoten und von Fisching Nordwest liegen nur Aufzeichnungen während weniger Stunden vor. So wäre es möglich, daß sie in dem genannten Winkel doch auftritt. Die Ampli-

tuden dieser Seiche sind in Petting zeitweise sehr groß, doch ist die Dämpfung eine rasche. Jedenfalls wirkt die Einschnürung bei Horn störend.

Die Seiche von 6,0 Min. wurde ebenfalls nur in Petting beobachtet. Sie kann die 4-knotige Seiche des Wagingersees sein, wie wir aus der Tabelle S. 468 ersehen, welche vielleicht infolge der Einschnürung selten auftritt. Die Seiche kann aber ebenso Partialschwingung des Weitsees sein und zwar binodale Schwingung Petting—Wolkersdorf. Aus dem oben berechneten Werte von 10,7 Min. für die uninodale Seiche gibt nämlich die Chrystalsche Quartic-Approximation für die binodale 5,8 Min. Wir sehen hieraus, daß die Theorie in Seen mit Teilbecken mit Vorsicht angewendet werden muß.

Die Seiche von 4,67 Min. wurde in Petting und Tettenhausen beobachtet; sie kann mehrknotige Schwingung eines der beiden Teilbecken oder beider sein. Nach der Tabelle S. 468 stimmt die Dauer auffallend mit der 5-knotigen Seiche des Wagingersees überein.

Die 3,87 Min.-Seiche konnte in Fisching, Wolkersdorf und Petting mit gleicher Dauer gemessen werden. Sie ist also jedenfalls eine mehrknotige Seiche des Wagingersees. Über die Knotenzahl gibt auch die Quartic-Approximation keinen Aufschluß.

Eine Seiche von 3,0 Min. wurde nur in Buchwinkel gefunden und kann ebenso mehrknotige Schwingung des Wagingersees oder des Weitsees oder Querseiche sein.

6. Die übrigen Seiches des Tachingersees.

Die 6,25 Min.-Seiches wurde nur im Tachingersee beobachtet. Die Zusammenstellung ergibt:

Seefischer	+ 100
1. Knoten	
Moosmühle	— 100
2. Knoten	
Au	+ 20
Tettenhausen	+ 80

In dieser Seiche ist also die binodale Schwingung des Tachingersees gefunden. Der 1. Knoten liegt zwischen Seefischer und Moosmühle, der 2. etwas nördlich Au. Diese Schwingung setzt sich, wie die Amplituden deutlich ersehen lassen, bis Tettenhausen fort und die Schwingung wird weniger beeinflußt durch die Kommunikation mit dem Wagingersee. Auf das Verhältnis der uninodalen zur binodalen Seiche, nämlich 12,56 : 6,25 = 1 : 0,49 sei noch besonders aufmerksam gemacht. Obwohl die Achse der binodalen Seiche länger ist als die der uninodalen, bleibt das Verhältnis doch noch unter 0,5. Der Grund hiefür ist nur in der konvexen Form der Normalkurve des Sees zu suchen. Wir haben somit an unserem See auch eine Bestätigung der Chrystalschen Theorie für konvexe Seen gefunden.

Die Seiche von 3,5 Min. Dauer trat häufig in Seefischer, Moosmühle und Au auf, nicht aber in Tettenhausen. Wenn ich sie für eine 4-knotige Seiche des Tachingersees halte, so ist das nur eine Vermutung. Sie setzt sich auch in den Wagingersee hinein fort, wie die Beobachtung in Fisching und Horn ergab.

Die Seiche von 1,56 Min. bei Moosmühle kann ebenso mehrknotige Seiche des Tachingersees als Querseiche sein. Der Umstand, daß sie nur in Moosmühle so häufig und mit so großer Amplitude auftritt, spricht für eine Querseiche. Darüber könnte natürlich nur eine gleichzeitige Beobachtung an diametral gegenüberliegenden Punkten Sicheres ergeben.

Die durch Chrystals Quartic-Approximation berechneten Werte können hier gar nicht mit den beobachteten verglichen werden, da die uninodale und binodale Seiche nicht Schwingungen ein und desselben Beckens sind; denn die beiden Normalkurven weichen stark von einander ab; vgl. oben S. 466.

Wir sehen überhaupt an unserem See, daß die Anwendung der exakten Berechnungsmethode für die Perioden und Knoten der Seiches eines unregelmäßigen Sees neben den Schwierigkeiten dazu noch zu ganz irrigen Ergebnissen führen kann,

wenn nicht eine genaue Beobachtung vorausgegangen ist. Einmal kann sich die Achse verzweigen, wie wir es an unserem See einmal vor Wolkersdorf, dann im Fischinger Winkel und gegen Au gefunden haben, so daß besonders mehrknotige Schwingungen nach einer der Zweigrichtungen oder auch nach beiden Richtungen schwingen können, wie wir uns es an dem Beispiel einer schwingenden Seite mit einer Verzweigung klar machen können. Besonders deutliche Beispiele habe ich schon am Chiemsee gefunden, worauf ich bei der Veröffentlichung der weiteren Untersuchungen dieses Sees zurückkommen werde. Dann kommt speziell am Waginger-Tachingersee die Kommunikation der beiden Teilbecken noch dazu. Da nämlich durch den engen Kanal an der Seebrücke hindurch die Hauptschwingung des Sees möglich ist, wie wir oben S. 456 gesehen haben, können auch alle anderen Schwingungen sich in das andere Becken fortsetzen. Bei den Schwingungen von geringer Periodendauer ist die direkte Beobachtung, ob dieselben wirklich im Nachbarbecken auftreten, sehr erschwert, da die Dauer der verschiedenen mehrknotigen Schwingungen sich sehr nahe kommen und diese Oberschwingungen auch stärker gedämpft sind.

In der Strömung an der Seebrücke müssen sich dagegen alle Schwingungen nachweisen lassen. Wie schon einleitend erwähnt, herrscht dort eine ständige Strömung gegen den Wagingersee, weil der Kanal zugleich Abfluß des Tachingersees ist. Die Strömung ändert nun stets ihre Stärke, wie ich persönlich beobachten konnte. In 15 Minuten nahm die Strömung bei ruhigem See rasch von 4—18 m pro Minute zu und ging bis 6 m wieder zurück. Den Einfluß der Kommunikation auf die Seiches könnte man wohl nicht besser feststellen als durch vorübergehende Absperrung an der Seebrücke, worauf auch Herr Professor Chrystal mich aufmerksam machte. Es wäre sicher von großem Interesse, diesen gewaltsamen Eingriff in die mächtigen Wasserbewegungen zu verfolgen, einen Eingriff, wie er schon seinerzeit durch die Tieferlegung des Seespiegels und noch mehr durch die künstliche Zusammen-

schnürung des Armes durch Aufführen eines 80 m langen Dammes vorgenommen wurde.

Zum Schlusse seien die Ergebnisse der Untersuchungen hier kurz zusammengefaßt:

1. Am Waginger-Tachingersee waren 13 Schwingungen verschiedener Dauer zu messen. Trotz der vielen Schwingungen war ein Aufdecken des Schwingungsbildes in der kurzen Beobachtungszeit von 5 Wochen möglich, weil der See bei seinen drei Teilbecken doch eine ausgesprochene Längsrichtung besitzt. Die Amplituden der Schwankungen waren in der Beobachtungszeit im Verhältnis zu anderen Seen klein. Wenn auch die größte Schwankung von 75 mm die einiger bis jetzt untersuchter Seen übertrifft, so blieb doch sonst die doppelte Amplitude immer unter 18 mm.

2. Der See besitzt ungeachtet der starken Einschnürung an der Seebrücke eine uninodale Längsschwingung von 62 Minuten mittlerer Dauer, deren Knoten zwischen den beiden Seeeinschnürungen gefunden wurde. Die unverhältnismäßig lange Periodendauer steht ganz im Widerspruch mit dem nach der P. Du Boysschen Formel berechneten Werte von 36,2 Min., ist aber nach Prof. Chrystals neuer hydrodynamischer Theorie der Seiches sehr wohl verständlich, da die Normalkurve des Sees am Knoten konvex ist und eine geringe Ordinate aufweist. Eine binodale Seiche konnte nicht beobachtet werden.

3. Jeder der Teilseen hat dafür seine eigene uninodale Seiche, der Wagingersee eine solche von 16,80 Minuten mittlerer Dauer, deren Knoten bei Seeleiten liegt, der Tachingersee von 12,56 Minuten mittlerer Dauer mit dem Knoten ungefähr 400 m nördlich Moosmühle. Die beiden Teilschwingungen geben also zusammen nur 29,36 Minuten Dauer gegenüber der Hauptschwingung von 62 Minuten Dauer.

4. Beide Hauptseiches der einzelnen Teilbecken setzen sich durch die starke Einschnürung an der Seebrücke in das andere Becken hinein fort, wobei die 17 Min.-Seiche eine Phasenverschiebung von $5^1/_2$ Min. erleidet und einen weiteren

Knoten nördlich Au aufweist. Die Seiches sind hiebei keine „freien“ Schwingungen des Nachbarbeckens, sondern sogenannte „erzwungene“ Seiches.

5. Beide Seen haben auch ihre eigenen binodalen Seiches und zwar der Wagingersee eine solche von 11,78 Min. Dauer mit der einen Knotenlinie etwas südlich Buchwinkel und der zweiten an der Einschnürung bei Horn. Die binodale Seiche des Tachingersees hat 6,25 Minuten mittlere Dauer.

6. Das Verhältnis der Periodendauer von erster Oberschwingung zur Grundschwingung ist im Wagingersee 0,70 und im Tachingersee 0,49, das einemal ist also $T_2 : T_1 > 0,5$, in Übereinstimmung mit der Chrystalschen Theorie für konkave Seen, das anderemal $< 0,5$; auch dieses letztere Verhältnis steht mit der neuen Theorie in Übereinstimmung. Freilich ist das Becken des Tachingersees selbst konkav, aber die Normalkurve des Sees ist in der Nähe des Knotens der uninodalen Seiche konvex.

7. Außerdem wurden mehrknotige Schwingungen gefunden. Eine häufige Seiche von 7,5 Min., eine zweite, seltenere von 6,0 Min. und eine dritte von 4,67 Min. Dauer sind wahrscheinlich die 3- resp. 4- und 5-knotigen Seiches des Wagingersees; auch die 3,8 Min.-Seiche ist mehrknotige Seiche des südlichen Sees und eine seltene Seiche von 8,6 Min. scheint Partialschwingung des Weitsees zu sein. Eine häufig auftretende Seiche des Tachingersees hat 3,5 Min. Dauer und ist wahrscheinlich 4-knotige Seiche. Eine Schwingung von 3,0 Min. in der Mitte der Achse des Wagingersees und eine solche von 1,56 Min. in der Mitte des Tachingersees können ebenso gut mehrknotige Seiches als „Querseiches“ sein.

8. Der See erweist sich wegen der komplizierten Form seiner Normalkurve nicht gerade geeignet zur Prüfung der exakten Chrystalschen Theorie. Immerhin ergaben sich eine größere Reihe bedeutsamer Bestätigungen dieser Theorie im einzelnen. Die Anwendung der Theorie zur Bestimmung der mehrknotigen Seiches ist ohne vorausgegangene eingehende Beobachtung mit Vorsicht anzuwenden. Denn die Beob-

achtungen an unserem See haben ergeben, daß die Schwingungsachsen der mehrknotigen Seiches unter Umständen nicht die gleichen sind, wie die der uninodalen, weil die Achse sich verzweigen kann, was hier an drei Stellen der Fall war; besonders versagt dann die sog. Quartic-Approximation. Als weiterer erschwerender Umstand kommt hier die Kommunikation beider Teilseen durch den Kanal an der Seebrücke dazu, dessen Einwirkung auf die mehrknotigen Seiches an der Hand der Theorie nicht zu verfolgen ist. Doch stehen die Ergebnisse im allgemeinen nicht nur vollständig im Einklange mit der neuen Chrystalschen Theorie, sondern werden durch dieselbe überhaupt erst verständlich.

Traunstein, Dezember 1905.

Neue Beiträge zur Theorie der Erosionsfiguren.

Von **Siegmund Günther.**

(Eingelaufen 14. Dezember.)

Die scheinbar so einfache Frage, wie gewisse bizarre Gebilde in lockerem Materiale, zumal in Glazialrückständen, sich im Laufe der Zeiten bilden, ist in neuerer Zeit wiederholt der Erörterung unterzogen worden.[1]) Darüber, daß die alte Theorie, wie sie Zallinger zum Thurn und Lyell aufgestellt haben, nicht mehr als ausreichend betrachtet werden kann, besteht nahezu allgemeine Übereinstimmung.[2]) Jene Auffassung des Bildungsvorganges, welche von dem Verfasser vertreten wird,

[1]) Vgl. dazu die beiden Abhandlungen des Verfassers: Glaziale Denudationsgebilde im mittleren Eisacktale, Sitzungsber. d. K. Bayer. Akad. d. Wissensch., Math.-Phys. Kl., 1902, S. 459 ff.: Erdpyramiden und Büsserschnee als gleichartige Erosionsgebilde, ebenda, 1904, S. 394 ff.

[2]) Jene ältere Auffassung lernt man am besten durch eine ganz moderne Reproduktion derselben kennen. M. Eckert hat in einer Studie, die sonst manch wertvollen Gesichtspunkt für die Morphologie des Hochgebirges darbietet, sich über die Erosion des Regens geäußert und zum Beweise, daß dieselbe gestaltbildend sich betätigen könne, einige Bemerkungen hinzugefügt (Die Verwitterungsformen in den Alpen, insbesondere in den Kalkalpen, Zeitschr. d. D. und Öst. Alpenver., 36. Band, S. 20). „Am Finsterbach bei Bozen, auch bei Meran, bemerkt man kegelförmige Erdsäulen, die mit einem Steinhut bedeckt sind. Der Regen hat die hier befindliche, sehr weiche Schuttmasse angegriffen; nur da wurde sie von dem fallenden Regen verschont, wo ein aufliegender oder eingebetteter Stein die unter ihm liegende Erdschicht schützte. Auf diese Weise werden Erdpyramiden gebildet."

hat neuerdings mehrfach die Zustimmung von Kennern der Gebirgswelt gefunden.[1]) Immerhin ist es auch jetzt noch keineswegs überflüssig, die Analyse der merkwürdigen Erscheinung zu vervollkommnen und immer wieder durch neue Belege die Behauptung zu stützen, daß sich die Entstehung der sogenannten Erdpyramiden nicht in so schablonenhafter Weise abspielt, wie das früher angenommen wurde. Ohne leugnen zu wollen, daß gelegentlich auch noch andere Faktoren als mitwirkend sich geltend machen können, kann man doch als typische, immer wiederkehrende Gesetzmäßigkeiten die folgenden drei herausfinden:

I. Das Material, aus welchem die fortschreitende Denudation die charakteristischen Zacken herausmodelliert, darf weder allzu nachgiebig gegen zerstörende Einflüsse, noch auch allzu kompakt sein.

II. Die krönenden Blöcke mancher Säulen, die man früher für eine unerläßliche Vorbedingung hielt, sind eine ganz zufällige Beigabe und dienen höchstens dazu, das einzelne so begünstigte Exemplar etwas länger vor der Zerstörung, der es schließlich doch anheimfallen muß, zu schützen.

III. Größere Ansammlungen — Kolonien — von Erdpyramiden verraten durch ihre lineare Scharung stets, daß sich eine Mauer, ein Erosionssporn, in eine Anzahl von Protuberanzen aufgelöst hat.

Diese drei Thesen sollen nunmehr der Prüfung unterstellt werden, um einzelne Punkte, die teilweise zwar früher schon

---

[1]) Hier ist u. a. zu verweisen auf den Bericht, der über den zweitgenannten der obigen beiden Aufsätze von A. Rühl erstattet wurde (Naturwissensch. Wochenschrift, 1905, Nr. 28). Mit Lebhaftigkeit hat sich gegen die „Steinhuttheorie“ unlängst R. Lüdi ausgesprochen (Die Entstehung der Erdpyramiden, Frankfurter Zeitung vom 30. August 1905). Derselbe erkennt unumwunden die Berechtigung der beiden oben aufgestellten Leitsätze II und III an und verweist zu ihrer Bekräftigung auf ein seltener besuchtes alpines Gebiet, mit dem wir uns nachher noch werden beschäftigen müssen.

gestreift, aber nicht weiter ausgeführt wurden, vollständig zu klären.

Es leuchtet von selbst ein, daß Stoffe, die bei der geringsten Einwirkung von außen in sich zerfallen, überhaupt nicht wohl differentiiert werden können. Es bildet sich, wenn solche Einflüsse hervortreten, ein ungeordnetes Haufwerk, aber selbst wenn es zur Herausbildung einzelner Erdsäulen käme, so würden diese kein längeres Leben haben, sondern sehr bald wieder in sich zerfallen. Ein gewisses Maß von Kohärenz der Materie ist somit unerläßlich. Wäre der chinesische Löß, dem als Endprodukte äolischer Aufschüttung ein ziemlich hoher Grad von Widerstandsfähigkeit eignet, blos eine lockere Masse, so würden die großen Ströme in ihn nicht die tiefen und steilwandigen Täler haben einschneiden können, die für den Westen Chinas das Landschaftsbild bestimmen.[1]) Andererseits würde eine völlig verfestigte und dadurch so gut wie homogen gemachte Schuttlage den denudierenden Agentien nicht jene Ansatzpunkte gewähren, welche diesen gegeben sein müssen, wenn sie ihre Auflösungsarbeit beginnen sollen. Ohne das Vorhandensein einiger Ungleichförmigkeit in der Struktur der Masse ist die Herauspräparierung einzelner Auszackungen nicht denkbar. Die hier hervorgehobenen Umstände sind wohl sehr häufig dafür verantwortlich zu machen, daß man Erdpyramiden an Stellen, deren Natur solche Bildungen eigentlich mit Sicherheit erwarten ließe, trotzdem nicht vorfindet.[2]) Eine

---

[1]) So wie dies insbesondere F. v. Richthofen in mustergültiger Weise dargelegt hat (China, Ergebnisse eigener Reisen und darauf gegründeter Studien, 2. Band, Berlin 1882, S. 348 ff.).

[2]) Hierher möchte der Verfasser in erster Linie die Umgebung der oberbayerischen Stadt Wasserburg gerechnet wissen. Die Halbinsel, auf der jene liegt, wird auf der rechten Innseite eingefaßt von einem steil zum Flusse abstürzenden Plateau aus Hochterrassenschotter (W. Götz, Geographisch-historisches Handbuch von Bayern, 1. Band, München 1895, S. 433), dessen Fläche bewaldet ist, während auf der schroffen Böschung nur spärlich Gebüsche haften. Der Abhang ist durch Wasserrinnen, die ihn meist von oben bis unten durchfurcht haben, in eine große Menge von einzelnen, teilweise ganz schmalen Rücken zerfällt worden, so daß

vorzüglich günstige Disposition scheinen Moränenreste dann zu besitzen, wenn sich an der Verästelungsstelle zwei aus verschiedenen Tälern herabgekommene Moränen vereinigt haben. Auf diese Tatsache scheint allerdings nur im Einzelfalle, zuerst Fröbel[1]) aufmerksam gemacht zu haben. Allein sie läßt sich bei genauerem Zusehen gar nicht selten erkennen, wie denn die schönen Pyramiden von Stalden, in dessen Nähe die Täler von Zermatt und Saas zusammenkommen, in ebendiese Kategorie gehören. In folgender Fassung dürfte mithin das, was die wallisischen Vorkommnisse lehren, einwandfrei wiedergegeben sein:

---

also der Herausbildung von Erdpyramiden kein Hindernis im Wege stehen sollte. Und doch sind solche von Wasserburg nicht bekannt. Wenn man auch als sehr wahrscheinlich annehmen kann, daß in früherer Zeit auch die Uferhänge von Vegetation bedeckt waren, bis die unaufhörlichen Einstürze, zu denen die laterale Korrasion der Innfluten Anlaß gab, die gegenwärtige Entblößung herbeiführten, so besteht doch dieser Zustand nun hinlänglich lange, um gestaltlichen Veränderungen Vorschub zu leisten. Denn ein altes Gemälde, welches die Beschießung des damals sehr wehrhaften Platzes durch Schweden und Franzosen im Jahre 1648 veranschaulichen soll, stellt das rechte Ufer ganz ebenso dar, wie es heute unseren Blicken erscheint. Übrigens hat eine erneute und schärfere Beaugenscheinigung des Terrains zu der Wahrnehmung geführt, daß in der Tat die Loslösung kleiner Erdpyramiden, ganz wie sie die Theorie erfordert, begonnen hat, und daß die Krenelierung des einen und anderen Erosionsspornes im Fortschreiten begriffen ist. Weshalb dieser Prozeß allerdings so langsam verläuft, ist eine noch nicht ganz geklärte Frage für sich. Ein gutes Bild der merkwürdigen Erdstelle gibt auch Penck (Das Deutsche Reich, Wien-Prag-Leipzig 1885, S. 174). Wenn man zumal auf einer Ballonphotographie, wie eine solche unlängst von Dr. R. Emden aufgenommen ward, das Bild von Wasserburg und Umgebung betrachtet, so kann man die in der Herausbildung begriffenen Erosionskulissen sehr gut wahrnehmen.

[1]) J. Fröbel, Reise in die weniger bekannten Täler auf der Nordseite der Penninischen Alpen, Berlin 1840, S. 23. Nach kurzer Erwähnung anderer Vorkommen von Erdpyramiden sagt der bekannte Publizist: „Hier, bei Usegne, ist es das Zusammenstoßen der beiden Täler, welches bewirkt hat, daß von der ursprünglichen Masse des aufgeschütteten Bodens nichts als die freistehende Wand mit ihren Obelisken und Säulen übrig geblieben ist, während man an den fortlaufenden Bergseiten rechts und links noch

Moränen oder fluvioglaziale Geschiebe am Konvergenzpunkte zweier Täler eignen sich, ohne daß damit eine notwendige Voraussetzung gegeben wäre, sehr gut für die Bildung von Erdpyramiden.

Mutmaßlich ist dieser Umstand gerade darauf zurückzuführen, daß die Druckwirkungen, welche aus der Begegnung der beiden sich unter spitzem Winkel treffenden Ströme loser Materie resultieren, jenen Grad von Festigkeit zuwege bringen, der die in Frage kommende Modalität erosiver Zerstörung begünstigt. Es wird gut sein, überall da, wo in alten Gletscherterritorien unsere Gebilde zu finden sind, die Örtlichkeit auf das soeben besprochene Kennzeichen zu prüfen. Denn sehr wahrscheinlich ist diese Vorbedingung in vielen Fällen nicht erfüllt, in denen man Erdpyramiden erwarten sollte, sie aber trotzdem nicht vorfindet. Gerade bezüglich dieses Umstandes mag sich wohl die mineralogische Eigenart des Stoffes einigermaßen geltend machen, insofern nämlich die Zusammensetzung desselben auf seine passive Resistenz gegen zerstörende Kräfte doch unzweifelhaft einen gewissen Einfluß ausüben muß. Und auch die chemische Beschaffenheit des meteorischen Wassers wird nicht ganz gleichgiltig sein; im einen Falle wird eine raschere, im anderen eine langsamere Zersetzung platzgreifen. Es ist dies ein Moment, welchem vielleicht eine noch weiter gehende Klärung zu teil werden muß, wenigstens im Bereiche der ersten unserer drei Thesen.

Wir wenden uns nunmehr dem Teilprobleme zu, welches durch die für den landschaftlichen Eindruck ganz gewiß nichts weniger als gleichgiltigen Deckblöcke gekennzeichnet ist. Weil eben diese sonderbare Krönung imponiert, übersieht der Beschauer nur zu leicht, daß in der Regel weit mehr Säulen dieses Schmuckes entbehren als teilhaftig sind; kommt ihm dies jedoch zum Bewußtsein, so hilft er sich mit der Hypothese, die Schutzsteine seien herabgefallen. So macht es Fröbel

---

die zusammenhängenden, nur von Furchen durchschnittenen Lager desselben erblickt."

(a. a. O.), der die Blöcke geradezu als „Regenschirme“ für die sie tragenden Obelisken anspricht.[1]) Wie weit die Voreingenommenheit gehen kann, das zeigt am deutlichsten das Beispiel des trefflichen Gletscherforschers Charpentier, der selbst auf Fröbel verweist, dann aber die bei letzterem nicht annähernd in solcher Bestimmtheit ausgesprochene Behauptung aufstellt, jede Säule trage ihre Steinmütze.[2]) Wie wenig wahr das ist, wurde von uns bereits früher dargetan, indem z. B. die herrlichen Wittower Klinten, deren Baustoff überhaupt keine größeren Steinbrocken in sich schließt, niemals in ihrer ganzen Vergangenheit den vermeintlichen Schutzstein getragen haben. Man kann jedoch angesichts des bestehenden Vorurteiles gar nicht nachdrücklich genug betonen, daß auch unsere alpinen Musterbeispiele die herkömmliche Vorstellung oft nur recht wenig stützen.

Gerade nach dieser Seite hin gewähren uns die nachher noch besonders zu beleuchtenden Erdpyramiden von Useigne[3]) einen sehr bemerkenswerten Anhaltspunkt. Man wird auf den beiden ihnen gewidmeten Abbildungen konstatieren, daß ein

---

[1]) A. a. O. Fröbel scheint sogar bewußt zwischen „Türmen“ und „mit Steinblöcken bedeckten“, d. h. also mit Regenschirmen versehenen „Säulen“ unterschieden zu haben. Zu unserer Kenntnis von der geographischen Verbreitung der Erdpyramiden liefert er einen Beitrag durch die Bemerkung, daß der baltische Naturforscher G. v. Helmersen (Der Telezkische See und die Teleuten im östlichen Altai, St. Petersburg 1838, S. 53, S. 91) des Vorhandenseins ähnlicher Bodenformen Erwähnung getan habe.

[2]) J. De Charpentier, Essai sur les glaciers et sur le terrain erratique du bassin du Rhône, Lausanne 1841, S. 137. Abgesehen von dieser Übertreibung bekundet die Schilderung den aufmerksamen Beobachter; er stellt fest, daß Erdpyramiden sich mit Vorliebe an den Rändern der glazialen Ablagerungen zeigen, und daß sie nur höchst selten isoliert, fast immer dagegen in Gruppen beisammen stehen.

[3]) Der Name dieses Dorfes im Unterwallis wird verschieden geschrieben. Fröbel hat die Lesart Usegne, und auf den Karten liest man gelegentlich Eusegne. Die offizielle Schreibweise, deren auch wir uns bedienen, ist aber Useigne; sie kommt schon bei Charpentier vor und wurde dem Anscheine nach auch von allen schweizerischen Kartographen adoptiert.

Block von stattlicher Größe innerhalb der Kulisse, in welcher er sich befand, von seinem ursprünglichen Platze herabgerutscht und an der tiefsten Stelle, welche er erreichen konnte, einfach liegen geblieben ist. Hätte er da seine Pflicht getan, so wie es ihm die schematische Doktrin vorschreibt, so wäre unter ihm ein Pfeiler von ganz stattlicher Breite vorschriftsmäßig ausgewaschen worden; das ist jedoch nicht geschehen, der Steinklotz hat seinen Beruf verfehlt. Und gar kein triftiger Grund spricht dafür, daß die spitzen Auszackungen, die unmittelbar neben Blocksäulen aufragen, jemals eine schirmende Kappe getragen hätten. Vielmehr ist es ganz und gar vom Zufalle abhängig, ob eine Erdpyramide gerade an einer Stelle, die in nächster Nähe eines Blockeinschlusses sich befindet, oder in einiger Entfernung von einem solchen zustande kommt. Die konservierende Wirkung desselben soll hingegen nicht in Abrede gestellt werden.

Die größte Wichtigkeit unter unseren drei Leitsätzen hat ohne Zweifel der dritte, auf dessen Beweis demgemäß auch der größte Nachdruck zu legen ist.[1]) Als auf ein besonders

[1]) Es mag gerade bei dieser Gelegenheit auch noch betont werden, daß die früher (a. a. O.) behauptete Analogie der Bildungsgesetze von Erdpyramiden und Nieve Penitentes vollständig aufrechterhalten wird. In gewissem Sinne hat sich gegen eine solche ausgesprochen W. Deecke (Läßt sich der „Büsserschnee" als vereiste Schneewehen auffassen? Globus, 1905, I, Nr. 15). Mit Rücksicht auf die Wahrnehmungen, welche der Greifswalder Geologe bei einem sehr heftigen Schneesturme am 31. Dezember 1904 gemacht hatte, untersucht er die Möglichkeit, daß lediglich durch derartige Orkane, wenn ihrer mehrere aus der gleichen Weltgegend über eine der Schneeanhäufung günstige Örtlichkeit hinbrausen, eine Rippung eingeleitet werden kann, die schließlich, allerdings nicht in Europa, so tief zu greifen vermöchte, daß sich die uns bekannten Kerzenfelder herausbilden. „Ein neuer Schneesturm erzeugt, weil die Bedingungen gleich sind, ähnliche, vor allem gleich und ähnlich gerichtete Wehen. So nimmt der in Hocheis sich umwandelnde Schnee einerseits eine bestimmte innere Struktur, andererseits Schichtung an. Wenn nun ein Tauen des Schneefeldes eintritt, so werden die festeren vereisten Kämme aus den lockeren zwischenliegenden Streifen herausgeschmolzen." Auch durch diese Auffassung scheint doch nur, was allerdings von Belang ist,

merkwürdiges Beispiel für die Herausbildung von Erosionskulissen und Erdpyramiden weist Lüdi (a. a. O.) auf das alte Bergsturzgebiet von Flims in Graubünden hin, von dem uns Hartung[1]) und Heim[2]) ausführliche Beschreibungen geliefert haben. Die Schuttmasse hat sich im Laufe der langen Zeiträume — es handelt sich aller Wahrscheinlichkeit nach um ein prähistorisches Ereignis — stark verfestigt und so jene Eigenschaften erhalten, welche unserer ersten These zufolge notwendig sind, damit sich die nicht rastende Zerstörung in der für uns hier in Betracht kommenden Art zu gestalten imstande ist. „Diese Entstehung des jetzigen Erosionsgebietes", so lesen wir bei Lüdi (a. a. O.), „deutet schon an, daß es für die Pyramidenbildung wie geschaffen ist. Und in der Tat hat das Wasser diese Arbeit bereits mächtig gefördert. Zunächst schuf der Rhein die tiefe Hauptschlucht mit steilen Wänden. Dann kamen die hunderte von Regenrinnseln und gruben ihre Furchen senkrecht zum Haupttobel. Die Kulissenbildung hatte damit begonnen, und heute ist sie in schönster Blüte. Eigentliche, isoliert stehende Pyramiden trifft man erst wenige an, sie

die Entstehung der Firnmauern erklärt zu werden, während die Zerlegung derselben in einzelne Säulen einen erst später einsetzenden Prozeß darstellt. Es wird mithin nicht gesagt werden können, daß die Ansicht Deeckes, die jedenfalls wohl beachtet zu werden verdient, der unserigen in der Hauptsache zuwiderlaufe, denn gerade die Art und Weise der ersten Kammbildung, welche am bezeichneten Orte mit heftigen Regengüssen in ursächlichen Zusammenhang zu bringen versucht ward, ist von uns als eine Frage für sich behandelt worden. Ob man die Schneemasse als von vornherein gegeben oder als durch konsekutive Windwehen aufgebaut annimmt, ist zwar prinzipiell nichts weniger als gleichgültig; aber die Herausschälung der einzelnen, linear gescharten Eis- und Schotterfiguren aus parallel angeordneten Kulissen wird durch die Alternative, deren Wesen soeben auseinandergesetzt wurde, nicht mehr berührt. Wir werden später sehen, daß das in beiden Fällen maßgebende morphologische Gesetz vielleicht sogar einen noch umfaßenderen Geltungsbereich beanspruchen kann.

[1]) Hartung, Das alte Bergsturzgebiet von Flims, Zeitschr. d. Gesellsch. f. Erdkunde zu Berlin, 19. Band, S. 161 ff.

[2]) A. Heim, Der alte Bergsturz von Flims, Jahrbuch d. Schweizer Alpenklubs, 18. Band, S. 295 ff.

sind noch im Entstehen; dagegen ein ganzes Labyrinth von Kulissen mit den bizarrsten Formen". Unsere Fig. 1, 2 und 3 wird von der Eigentümlichkeit der hier in lebhaften Farben geschilderten Gegend eine ausreichende Vorstellung geben.[1]) Bei schärferem Zusehen bemerkt man, wie sich mancher Erosionssporn bereits in eine ganze Anzahl feiner Spitzzacken zerfasert hat, die vielleicht schon in einem Dezennium ganz respektable Größen angenommen haben werden.[2]) Vergleicht



Fig. 1.

[1]) Der Verfasser dankt diese Bilder, da charakteristische Photogramme im Handel anscheinend noch nicht verbreitet sind, seinem Sohne Dr. Ludwig Günther, der an Ort und Stelle einige besonders typische Aufnahmen gemacht hat.

[2]) Eben durch seinen Sohn, von dem auch Fig. 4 und Fig. 5 herrühren, wurde der Verfasser aufmerksam gemacht auf einen interessanten Fleck Erde in der Münchener Moränenlandschaft, der über das rasche Fortschreiten der Erosionsvorgänge unter gewissen vorteilhaften Umständen Aufschluß gibt. Etwa eine Viertelstunde östlich von dem bekannten



Fig. 2.



Fig. 4.



Fig. 3.



Fig. 5.

man die Lokalbeschreibung Hartungs, die in ihrer äußerst minutiösen Treue natürlich auch der Schotterpyramiden gedenkt,[1]) mit dem heutigen Befunde, so kann man sich des Gefühles nicht erwehren, daß, im Einklange mit Lüdis Andeutungen, nicht leicht eine Örtlichkeit gefunden werden kann, welche das Werden der Erdpyramiden gleich klar zu überblicken gestattet und eine gleich gute Illustration der Bildungstheorie liefert, auf welche es uns ankommt.

Kloster Andechs, dessen Kirche auf beiden Photographien zu sehen ist, befindet sich eine mit glazialen Residuen erfüllte Kiesgrube, die bis vor einigen Jahren zu Bauzwecken ausgebeutet wurde. Von Herrn P. Engl, dem Prior des Klosters, wurde auf eine Anfrage hin in höchst entgegenkommender Weise Mitteilung über die näheren Umstände gemacht, welche die Auflassung der Schottergrube bedingten. Die teilweise noch vorhandene Wand nämlich, aus sehr fest zementiertem Deckenschotter bestehend, ließ man nach einigen Versuchen der Abarbeitung einfach stehen, weil diese allzu viele Mühe verursachte. Seit Jahren hat menschliche Hand in die Naturprozesse nicht mehr eingegriffen, und so sind folglich auf deren Rechnung die beiden unförmlichen Klötze zu setzen, die man zur Zeit hier wahrnimmt. Der eine derselben weist eine Öffnung auf, durch welche hindurch man gerade den Andechser Kirchturm erblicken kann, wenn man das Auge in eine geeignete Lage bringt, und diese Ritze ist durch die erosiven Agentien wo nicht geschaffen, so doch jedenfalls ansehnlich erweitert worden. Es wird dabei nicht bloß an meteorisches Wasser und Spaltenfrost zu denken sein, sondern wahrscheinlich auch an die Erosion des Windes. Unmittelbar im Rücken der Wand steigt nämlich die Böschung einer Anhöhe auf, welch letztere die regelmäßigen Winde aufhält und die bewegte Luft in kleinen Wirbeln um das Hindernis zu kreisen nötigt, wodurch der Deflation nur Vorschub geleistet wird. Daß die Nagelfluh am Ostufer des Ammersees eine Neigung bekundet, „pittoreske Felsen" zu bilden, wird von L. v. Ammon (Die Gegend von München geologisch geschildert, München 1894, S. 30) ausdrücklich bestätigt.

[1]) Man findet in der Abhandlung Hartungs zu wiederholtenmalen der Zerklüftungserscheinungen Erwähnung getan. So ist (a. a. O., S. 169) davon die Rede, daß die jähen Wände „von eckigen, scharfkantigen Zäckchen rauh" erscheinen. Mit etwas anderen Worten (S. 174) kennzeichnet der Genannte, in vollkommenem Einklange mit der von uns befürworteten Anschauung, die hell leuchtende Masse, welche „von Schründen und Wasserrissen durchfurcht und auf den zugeschärften Zwischenwänden hie und da mit turmartigen Zinnen und Zacken gekrönt ist". Eine abenteuerlich geformte Zinne dieser Art ist rechts oben in Fig. 2 zu sehen.

Mit dieser merkwürdigen Erdstelle möchten wir eine andere vergleichen, welche im Gegensatze zu dieser Entwicklung den Bildungsakt in seiner vollen Abgeschlossenheit vor Augen stellt und zugleich den fortschreitenden Zerfall der im geologischen Sinne doch nur ephemeren Gebilde mustergültig veranschaulicht. Damit spielen wir an auf die bereits oben in etwas anderem Zusammenhange namhaft gemachte Pyramidenmauer von Useigne. Wer dieselbe betrachtet, so wie sie uns in Fig. 6 und 7 entgegentritt, der kann überhaupt nicht mehr zweifelhaft sein über die Wahrheit der Tatsache, daß aus den in Auflösung begriffenen Schotterwänden die Erosionsfiguren hervorgehen.[1]) Unwillkürlich denkt, wer aus einiger Entfernung diese phantastisch in eine ganz anders geartete Landschaft hineingestellte Riesen-



Fig. 6.

[1]) Eine künstlerisch vollendete und für die hier vertretene Ansicht geradezu paradigmatisch wirkende Zeichnung, die insbesondere auch deshalb zu beachten ist, weil Steinbedachung völlig ausgeschlossen ist, enthält ferner das Prachtwerk von Melzer (Meisterbilder aus Tirols Alpenwelt, Berlin 1905).

wand betrachtet, an eine Festungsmauer, welcher der Zahn der Zeit und die Geschoße des Feindes gewaltig zugesetzt haben. Es ist lehrreich, zu den beiden modernen Abbildungen die entsprechende Tafel in Fröbels Schrift in Parallele zu stellen, welche die Dinge uns so vorführt, wie sie vor einigen



Fig. 7.

sechzig Jahren aussahen. Niemand wird in Zweifel sein, daß es sich um ein und dasselbe Objekt handelt, aber es fehlt doch auch keineswegs an Verschiedenheiten, die uns einen Maßstab für die säkulären Veränderungen im Aussehen solcher

Gebilde an die Hand geben können. So ist, obwohl auch jetzt noch eine allerdings weit niedrigere, aber ebenfalls mannigfach zerrissene Fortsetzung der Hauptmauer sich bis an das linke Ufer der Borgne hinabzieht, die Teilkolonie rechts unten fast verschwunden, jedenfalls erheblich reduziert. Freilich mag nicht unwesentlich zu den gestaltlichen Veränderungen der Umstand beigetragen haben, daß man, als die Straße von Sion nach Evolena gebaut ward, ein Tor durch die Wand brach, welches die Illusion, als habe man es nicht mit einem Naturspiele, sondern mit einem Menschenwerke zu tun, wohl zu verstärken geeignet ist. Auch die Frage, ob jedwede Art von Moränenmaterial dazu angetan ist, unter passenden Umständen in ein Aggregat von Erdpyramiden zerlegt zu werden, ist bei diesem vielleicht großartigsten aller in Europa bekannten Fälle beteiligt; anderwärts sind hauptsächlich fluvioglaziale Schotter die Träger des Phänomenes, und die „Kholonne"[1]) von Useigne setzen sich nach Brückner[2]) aus Grundmoräne zusammen.

Wer sich eingehend mit dem Detailstudium von Erdpyramiden befaßt hat, könnte wohl zu dem Einwurfe sich veranlaßt sehen, daß hie und da der Parallelismus der in der nämlichen Kolonie vereinigten Pyramidenreihen eine Durchbrechung zu erleiden scheine. Gewiß ist eine solche Beobachtung begründet, aber trotzdem fügt sich die Tatsache ungezwungen dem in Rede stehenden Bildungsgesetze ein. Angenähert senkrecht zu den großen Mauern, in welche die amorphe Schottermasse zerfallen ist, springt nämlich gar nicht selten ein selbständiger Erosionssporn vor, und dieser unterliegt dann natürlich einer ganz analog fortschreitenden Zerstörung. Als ein Beispiel, das in dieser Beziehung sehr deutliche Aufschlüsse

---

[1]) Dies ist nach Fröbel (a. a. O.) die Dialektbezeichnung der Bewohner des Eringes Tales; wer schriftgemäß Französisch reden konnte, bediente sich aber damals schon des Wortes „Pyramiden", welche jetzt das einzig gebräuchliche geworden zu sein scheint.

[2]) A. Penck-E. Brückner, Die Alpen im Eiszeitalter, 6. Lieferung, Leipzig 1904, S. 628.

ergibt, dürfen die Erdpyramiden von Stalden betrachtet werden, von denen oben bereits in einem anderen Zusammenhange zu sprechen gewesen ist.[1]) —

Eine gründliche Theorie der Erosionsgebilde verlangt, wie wir gesehen haben, die Berücksichtigung einer großen Anzahl von einzelnen Momenten, und es kann nicht behauptet werden, daß durch die vorliegende Darlegung ein endgültiger Abschluß erzielt sei. Vor allem ist noch keineswegs festgestellt, daß die mehr und mehr als normativ erkannte lineare Anordnung der Protuberanzen lediglich dann in die Erscheinung tritt, wenn lose Stoffe der Auflösung unterliegen. Aus zahlreichen Bildern in den Schriften der Polarfahrer geht hervor, daß Eismassen in ihrem Zerfalle, der durch Abschmelzung und Schwerewirkung eingeleitet wird, eine ähnliche Scharung der Erosionsfiguren erkennen lassen, wie sie der „Büsserschnee" in einem besonderen Falle beobachten ließ. In Fig. 8 ist ein ganz drastischer Beleg für diese Tatsache nach dem Berichte von Koldewey und Hegemann über die erste deutsche Nordpolfahrt wiedergegeben.[2]) Auch festes Gestein unterliegt vielleicht, wie sich durch konsequente Überwachung der Zerstörungserscheinungen ermitteln ließe, einer ähnlichen, wenn auch möglicherweise im Hinblicke auf die petrographische Zusammensetzung verwickelteren Regel. Die berühmten „Sägezähne" des Berges Monserrat bei Barcelona z. B. fügen sich nach Bildern derselben Gesetzmäßigkeit.[3]) Mit gutem Grunde

---

[1]) Einen sehr schönen Beleg für dieses Vorkommen zweier ungefähr normal zu einander gerichteter Krenelierungssysteme bietet eine Zeichnung, welche der französische Geologe Kilian zu dem Werke von Penck-Brückner (7. Lieferung, Leipzig 1905, S. 696) beisteuerte. Die ursprüngliche Herausbildung der Erosionssporne zeigt sich da ganz besonders schön, und zudem führt es den unwiderleglichen Beweis, wie sehr gleichgültig die — keineswegs ganz fehlenden — Blockeinschlüsse für den Endeffekt sind.

[2]) Die zweite Deutsche Nordpolfahrt in den Jahren 1869 und 1870, 1. Band, 2. Abteilung, Leipzig 1874, S. 97.

[3]) Der obere, zerklüftete Teil des sagenhaften Berges, der eigentlich ein kleines Gebirge für sich darstellt, besteht aus festem, brescienartigem

darf sonach das Studium der Erosionsfiguren als ein nicht bloß im engeren Sinne wichtiges, sondern als ein solches bezeichnet

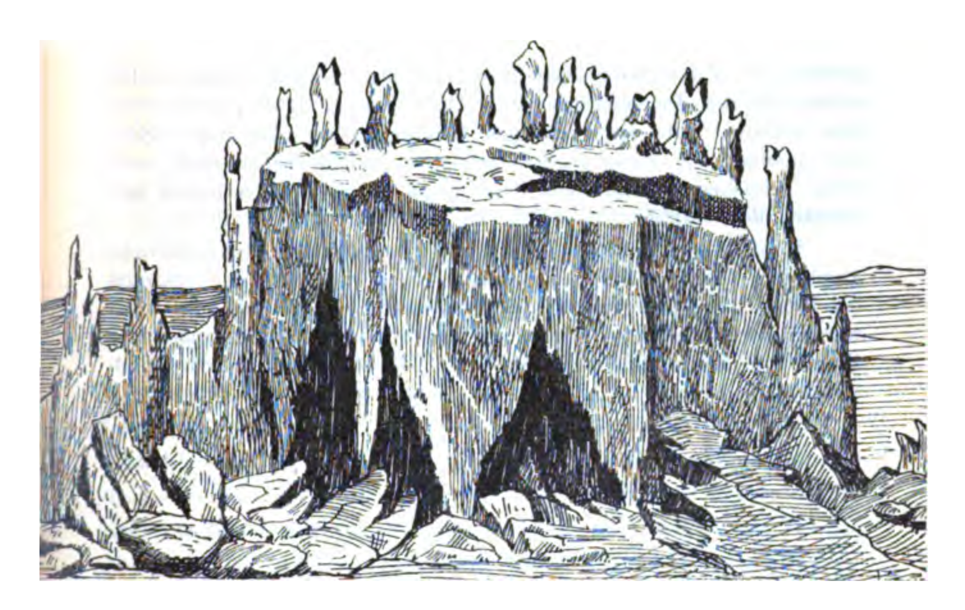


Fig. 8.

Gesteine, welches dem oberen Eozän angehört (Th. Fischer, Die Iberische Halbinsel in Kirchhoffs Sammelwerk „Unser Wissen von der Erde“, 3. Band, Wien-Prag-Leipzig 1893, S. 542). Das landschaftliche Aussehen wird mit lebensvollen Worten von M. Willkomm geschildert (Wanderungen durch die nordöstlichen und zentralen Provinzen Spaniens, 1. Band, Leipzig 1852, S. 284 ff.; Die Halbinsel der Pyrenäen, eine geographisch-statistische Monographie, Leipzig 1855, S. 50 ff.). „Hier erheben sich“, so ist am letzterwähnten Orte zu lesen, „runde, turmartige Massen und glatte, senkrechte Wände von 1—2000 Fuß Höhe, die oben in phantastische Zacken auslaufen, schlanke Hörner, Nadeln und Kegel von Schauder erregender Steilheit... Von der See aus erscheint der Monserrat als ein hoher, mit sieben steilen Pyramiden besetzter Wall; von den Gipfeln des Hügellandes bei Barcelona dagegen präsentiert er sich als ein ungeheurer, tafelförmiger Felskoloß, dessen Kamm mit zahllosen spitzen Zacken besetzt ist und daher wie eine Säge aussieht“. Die Angaben Willkomms dienen der aus Abbildungen deutlich erhellenden Tatsache, daß die Zähne in einer fortlaufenden Reihe dem Plateau auf-

werden, welches nach verschiedenen Seiten hin für die terrestrische Morphologie und für die physische Erdkunde überhaupt fruchtbringend wirken kann.[1])

gesetzt sind, zur vollkommenen Bewahrheitung. Dieselben sind nichts anderes als die „Denundationsreste" (Th. Fischer, S. 619), welche von dem obersten Teile des gewaltigen Gebirgsmassives, das ursprünglich eine plumpe, nur wenig gegliederte Gestalt gehabt haben muß, noch übrig geblieben sind und dem Berge einen so ganz ungewöhnlich pittoresken Reiz verleihen.

[1]) Es ist zum Schlusse der Tatsache zu gedenken, daß sämtliche graphische Beilagen der vorliegenden Abhandlung von der unlängst ins Leben getretenen Spitzertypie-Gesellschaft in München ausgeführt wurden, deren Leistungen einen sehr erheblichen Fortschritt über das ältere, vom Raster Gebrauch machende Reproduktionsverfahren kennzeichnen.

Über die Konvergenz periodischer Kettenbrüche.

Von **Oskar Perron.**

(Eingelaufen 2. Dezember.)

Die notwendigen und hinreichenden Bedingungen für die Konvergenz periodischer Kettenbrüche mit beliebigen komplexen Gliedern sind zuerst von Stolz aufgestellt worden.[1]) Seine Darstellung hat jedoch insofern etwas unbefriedigendes, als dabei gewiße Formeln ohne eigentlichen Beweis überraschend auftreten und nur durch längere (nicht durchgeführte) Nebenrechnung zu verifizieren sind. Einen andern durchsichtigeren Weg zur Eruierung der Konvergenzbedingungen hat Herr Pringsheim[2]) eingeschlagen. Im folgenden bestätige ich die gewonnenen Resultate nach einer neuen Methode, wobei namentlich die Stolzschen Grundformeln auf rationelle Weise hergeleitet werden. Wie ich an andrer Stelle zeigen werde, hat mein Verfahren außerdem den Vorzug, daß sich durch eine naturgemäße Ausdehnung desselben auch über die Konvergenz der allgemeinen Jacobischen Kettenbruchalgorithmen mit beliebigen komplexen Gliedern im Fall der Periodizität entscheiden läßt.

§ 1.

In dem Kettenbruch

$$\cfrac{a_1}{b_1 + \cfrac{a_2}{b_2 + \cdots}}$$

[1]) Vorlesungen über allgemeine Arithmetik, II, pag. 299 ff.

[2]) Diese Berichte 1900.

sollen die a_ν, b_ν beliebige komplexe Zahlen bedeuten, die nur der selbstverständlichen Forderung genügen: $a_\nu \neq 0$. Bedeuten A_ν, B_ν Zähler und Nenner des ν^{ten} Näherungsbruches, so bestehen bekanntlich die Formeln:

$$(1) \quad \begin{aligned} A_0 &= 0, \quad A_1 = a_1, \quad A_{\nu+2} = a_{\nu+2} A_\nu + b_{\nu+2} A_{\nu+1}, \\ B_0 &= 1, \quad B_1 = b_1, \quad B_{\nu+2} = a_{\nu+2} B_\nu + b_{\nu+2} B_{\nu+1}; \end{aligned}$$

$$(2) \quad A_\nu B_{\nu-1} - B_\nu A_{\nu-1} = (-1)^{\nu-1} a_1 a_2 \cdots a_\nu \neq 0.$$

Vermehrt man in A_ν, B_ν die Indices sämtlicher a, b um eine Zahl $\varkappa$, so sollen die entstehenden Ausdrücke mit $A_{\nu,\varkappa}$ bezw. $B_{\nu,\varkappa}$ bezeichnet werden, so daß $\frac{A_{\nu,\varkappa}}{B_{\nu,\varkappa}}$ der ν^{te} Näherungsbruch des Kettenbruchs

$$\cfrac{a_{\varkappa+1}}{b_{\varkappa+1} + \cfrac{a_{\varkappa+2}}{b_{\varkappa+2} + \cdots}}$$

ist. Man findet dann leicht, etwa durch vollständige Induktion in Bezug auf $\varkappa$, die Relationen

$$(3) \quad \begin{aligned} A_{\nu+\varkappa} &= A_{\varkappa-1,\nu+1} A_\nu + B_{\varkappa-1,\nu+1} A_{\nu+1}, \\ B_{\nu+\varkappa} &= A_{\varkappa-1,\nu+1} B_\nu + B_{\varkappa-1,\nu+1} B_{\nu+1}. \end{aligned}$$

Bei Konvergenzuntersuchung periodischer Kettenbrüche genügt es, sich auf rein periodische zu beschränken. Ist dabei m die Gliederzahl der Periode, so wird dementsprechend

$$\begin{gathered} a_{m+\lambda} = a_\lambda, \quad b_{m+\lambda} = b_\lambda, \\ A_{\nu,m} = A_\nu, \quad B_{\nu,m} = B_\nu. \end{gathered}$$

Aus (3) folgt daher für $\nu = m - 1$, $\varkappa = (k-1)m + \lambda + 1$:

$$(4) \quad \begin{aligned} A_{km+\lambda} &= A_{(k-1)m+\lambda} A_{m-1} + B_{(k-1)m+\lambda} A_m, \\ B_{km+\lambda} &= A_{(k-1)m+\lambda} B_{m-1} + B_{(k-1)m+\lambda} B_m. \end{aligned}$$

Wenn nun der Kettenbruch konvergiert, so genügt sein Wert x jedenfalls der Gleichung

$$x = \frac{A_{m-1} x + A_m}{B_{m-1} x + B_m},$$

welche mit dem System der beiden folgenden äquivalent ist:

$$(5) \qquad \varrho x = A_{m-1} x + A_m, \quad \varrho = B_{m-1} x + B_m.$$

Durch Elimination von x folgt hieraus

$$(6) \qquad f(\varrho) = \begin{vmatrix} A_{m-1} - \varrho & A_m \\ B_{m-1} & B_m - \varrho \end{vmatrix} = 0,$$

während für x selbst die Beziehung

$$(7) \qquad B_{m-1} x^2 + (B_m - A_{m-1}) x - A_m = 0$$

hervorgeht. Die Gleichung für ϱ ist stets quadratisch und hat wegen (2) auch niemals die Wurzel $\varrho = 0$, dagegen kann die für x sehr wohl auch vom ersten oder nullten Grad sein. Doch ist leicht zu sehen, daß in diesem Fall der Kettenbruch stets divergiert; ist nämlich $B_{m-1} = 0$, so folgt aus der zweiten der Relationen (4) für $\lambda = m - 1$; $k = 1, 2, 3, \ldots$ sukzessive $B_{2m-1} = 0$, $B_{3m-1} = 0$, etc. Es gibt also unendlich viele sinnlose Näherungsbrüche (d. h. mit dem Nenner Null), und von Konvergenz kann somit keine Rede sein. Im folgenden setzen wir daher die zur Konvergenz notwendige Bedingung

$$(8) \qquad B_{m-1} \neq 0$$

als erfüllt voraus, so daß Gleichung (7) wirklich eine quadratische ist.

§ 2.

Eliminiert man aus der ersten der Gleichungen (4) und aus denjenigen zwei Gleichungen, die aus (4) hervorgehen, wenn darin k durch $k-1$ ersetzt wird, die Größen $B_{(k-1)m+\lambda}$, $B_{(k-2)m+\lambda}$, so erhält man:

$$(9) \qquad A_{km+\lambda} = (A_{m-1} + B_m) A_{(k-1)m+\lambda} + (A_m B_{m-1} - A_{m-1} B_m) A_{(k-2)m+\lambda};$$

und durch eine analoge Überlegung, indem man die beiden Gleichungen (4) ihre Rolle vertauschen läßt, ebenso:

$$(10) \qquad B_{km+\lambda} = (A_{m-1} + B_m) B_{(k-1)m+\lambda} + (A_m B_{m-1} - A_{m-1} B_m) B_{(k-2)m+\lambda}.$$

Betrachtet man die Fl. (9) für abnehmende Werte von k, so erhält man $A_{km+\lambda}$ zuerst linear ausgedrückt durch $A_{(k-1)m+\lambda}$ und $A_{(k-2)m+\lambda}$, sodann durch $A_{(k-2)m+\lambda}$ und $A_{(k-3)m+\lambda}$ u. s. w., endlich durch $A_{m+\lambda}$ und A_λ:

$$A_{km+\lambda} = P A_{m+\lambda} + Q A_\lambda. \tag{11}$$

Nun kann, wenn wieder $f(\varrho)$ die in (6) eingeführte Funktion einer Variabeln ϱ bedeutet,

$$\varrho^k = (A_{m-1} + B_m)\varrho^{k-1} + (A_m B_{m-1} - A_{m-1} B_m)\varrho^{k-2} + \varrho^{k-2} f(\varrho)$$

gesetzt werden, und hieraus folgt offenbar ebenso, wie (11) aus (9):

$$\varrho^k = P\varrho + Q + \varphi(\varrho) f(\varrho), \tag{12}$$

wo $\varphi(\varrho)$ ein gewisses Polynom vom $(k-2)$ten Grad, und P, Q dieselben Größen wie in (11) bedeuten.

Wir betrachten jetzt erstens den Fall, daß $f(\varrho)$ zwei verschiedene Wurzeln hat: ϱ_0 und ϱ_1. Dann ergibt sich durch Elimination von P, Q aus (11) und den beiden für $\varrho = \varrho_0$ und $\varrho = \varrho_1$ aus (12) hervorgehenden Gleichungen, sogleich:

$$\begin{vmatrix} A_{km+\lambda} & A_{m+\lambda} & A_\lambda \\ \varrho_0^k & \varrho_0 & 1 \\ \varrho_1^k & \varrho_1 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

oder:

$$(\varrho_0 - \varrho_1) A_{km+\lambda} = \varrho_0^k (A_{m+\lambda} - \varrho_1 A_\lambda) - \varrho_1^k (A_{m+\lambda} - \varrho_0 A_\lambda); \tag{13}$$

ebenso auch

$$(\varrho_0 - \varrho_1) B_{km+\lambda} = \varrho_0^k (B_{m+\lambda} - \varrho_1 B_\lambda) - \varrho_1^k (B_{m+\lambda} - \varrho_0 B_\lambda). \tag{14}$$

Durch Auflösung nach ϱ_0^k, ϱ_1^k folgt hieraus weiter:

$$\begin{vmatrix} A_\lambda & A_{m+\lambda} \\ B_\lambda & B_{m+\lambda} \end{vmatrix} \varrho^k = \begin{vmatrix} A_{km+\lambda} & A_{m+\lambda} - \varrho A_\lambda \\ B_{km+\lambda} & B_{m+\lambda} - \varrho B_\lambda \end{vmatrix} \quad (\text{für } \varrho = \varrho_0, \varrho_1). \tag{15}$$

Durch die fundamentalen Formeln (13) und (14) werden Zähler und Nenner der Näherungsbrüche in *independenter* Form dargestellt. Um nun zunächst eine notwendige Konvergenz-

bedingung zu finden, nehmen wir an, der Kettenbruch konvergiere (gegen den Wert x). Da alsdann $\lim_{k=\infty} \frac{A_{km+\lambda}}{B_{km+\lambda}} = x$ ist, so muß $B_{km+\lambda}$ für hinreichend große k gewiß von 0 verschieden sein; man darf also (15) durch $B_{km+\lambda}$ dividieren, und erhält dann durch Übergang zur Grenze $k = \infty$:

$$\lim_{k=\infty} \begin{vmatrix} A_\lambda & A_{m+\lambda} \\ B_\lambda & B_{m+\lambda} \end{vmatrix} \frac{\varrho^k}{B_{km+\lambda}} = (B_{m+\lambda} - \varrho B_\lambda)x - (A_{m+\lambda} - \varrho A_\lambda),$$
$$(\text{für } \varrho = \varrho_0, \varrho_1).$$

Die links stehende Determinante kann nicht für zwei aufeinander folgende Werte von λ verschwinden. Denn in diesem Fall folgt, da dann die rechte Seite für $\varrho = \varrho_0$ und $\varrho = \varrho_1$, also identisch in ϱ verschwindet:

$$B_\lambda x = A_\lambda, \quad B_{m+\lambda} x = A_{m+\lambda},$$

und indem man λ durch die nächstfolgende Zahl ersetzt, auch:

$$B_{\lambda+1} x = A_{\lambda+1}, \quad B_{m+\lambda+1} x = A_{m+\lambda+1},$$

woraus $B_\lambda A_{\lambda+1} - A_\lambda B_{\lambda+1} = 0$ hervorginge; aber dies steht mit (2) im Widerspruch. Man kann somit λ derart wählen, daß die fragliche Determinante nicht verschwindet; dann ist aber aus der letzten Gleichung offenbar die Existenz der Grenzwerte

$$(16) \qquad \lim_{k=\infty} \frac{\varrho_0^k}{B_{km+\lambda}} = R_0, \quad \lim_{k=\infty} \frac{\varrho_1^k}{B_{km+\lambda}} = R_1$$

zu schließen. Würden diese beide verschwinden, so folgte wieder wie oben: $B_\lambda x = A_\lambda$, $B_{m+\lambda} x = A_{m+\lambda}$, und demnach müßte die Determinante verschwinden, was unsrer ausdrücklichen Annahme widerspricht. Sei also $R_0 \neq 0$; dann darf die zweite Gleichung (16) durch die erste dividiert werden, und es ergibt sich:

$$\lim_{k=\infty} \left(\frac{\varrho_1}{\varrho_0}\right)^k = \frac{R_1}{R_0}.$$

Dies ist aber nur möglich, wenn $|\varrho_0| > |\varrho_1|$, $R_1 = 0$ ist.

Die Bedingung $|\varrho_0| > |\varrho_1|$ ist also für die Konvergenz notwendig. Ist sie aber erfüllt, so folgt aus (13), (14):

$$\lim_{k=\infty} \frac{A_{km+\lambda}}{B_{km+\lambda}} = \frac{A_{m+\lambda} - \varrho_1 A_\lambda}{B_{m+\lambda} - \varrho_1 B_\lambda}, \tag{17 a}$$

sowie nur der Nenner von 0 verschieden ist. Wenn aber im Gegenteil $B_{m+\lambda} - \varrho_1 B_\lambda = 0$, so ist dies nach (4) gleichbedeutend mit:

$$A_\lambda B_{m-1} + B_\lambda (B_m - \varrho_1) = 0;$$

da außerdem nach (6)

$$A_m B_{m-1} - (A_{m-1} - \varrho_1)(B_m - \varrho_1) = 0,$$

so verschwindet auch die Determinante dieser zwei Gleichungen, also $A_\lambda (A_{m-1} - \varrho_1) + B_\lambda A_m = 0$, d. h. $A_{m+\lambda} - \varrho_1 A_\lambda = 0$.

Es verschwindet also auch der Zähler von (17 a), und man hat daher in diesem Fall nach (13), (14):

$$\lim_{k=\infty} \frac{A_{km+\lambda}}{B_{km+\lambda}} = \frac{A_{m+\lambda} - \varrho_0 A_\lambda}{B_{m+\lambda} - \varrho_0 B_\lambda}.\text{[1]} \tag{17 b}$$

Nun ist aber identisch

$$\begin{vmatrix} A_{m+\lambda} - \varrho A_\lambda & A_{m-1} - \varrho \\ B_{m+\lambda} - \varrho B_\lambda & B_{m-1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_\lambda & B_\lambda \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A_{m-1} - \varrho & A_m \\ B_{m-1} & B_m - \varrho \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{für } \varrho = \varrho_0, \varrho_1.$$

Da außerdem $\varrho_0 + \varrho_1$ gleich dem negativen Koeffizienten von ϱ in der Gleichung $f(\varrho) = 0$ ist, also $\varrho_0 + \varrho_1 = A_{m-1} + B_m$, so lassen sich die beiden letzten Resultate auch in folgender Form schreiben:

$$\lim_{k=\infty} \frac{A_{km+\lambda}}{B_{km+\lambda}} = \begin{cases} \dfrac{A_{m-1} - \varrho_1}{B_{m-1}} = \dfrac{\varrho_0 - B_m}{B_{m-1}} & \text{für } B_{m+\lambda} - \varrho_1 B_\lambda \neq 0 \\[2ex] \dfrac{A_{m-1} - \varrho_0}{B_{m-1}} = \dfrac{\varrho_1 - B_m}{B_{m-1}} & \text{für } B_{m+\lambda} - \varrho_1 B_\lambda = 0. \end{cases} \tag{18}$$

[1] Es ist nämlich ausgeschlossen, daß der Nenner wieder verschwindet; denn nach der letzten Deduktion müßte auch der Zähler wieder verschwinden; da also $A_{m+\lambda} = \varrho A_\lambda$, $B_{m+\lambda} = \varrho B_\lambda$ für $\varrho = \varrho_0$ und $\varrho = \varrho_1$, so würde $A_\lambda = 0$, $B_\lambda = 0$ folgen, was nicht möglich ist.

Die beiden Ausdrücke rechts sind von λ unabhängig, aber von einander verschieden, und da es offenbar genügt, die Werte $\lambda = 0, 1, \ldots m-1$ in Betracht zu ziehen, so erkennt man, daß Konvergenz allemal dann stattfindet, wenn die Ausdrücke $B_{m+\lambda} - \varrho_1 B_\lambda$ ($\lambda = 0, 1, \ldots m-1$) entweder alle m verschwinden, oder gar keiner von ihnen. Die erstere Möglichkeit ist übrigens illusorisch, da für $\lambda = m-1$ notwendig

$$\begin{aligned} B_{2m-1} - \varrho_1 B_{m-1} &= A_{m-1} B_{m-1} + B_{m-1} B_m - \varrho_1 B_{m-1} \\ &= B_{m-1} \varrho_0 \neq 0 \end{aligned}$$

ist. Die zur Konvergenz notwendigen und hinreichenden Bedingungen sind also im Fall $\varrho_0 \neq \varrho_1$:

$$B_{m-1} \neq 0, \ |\varrho_0| > |\varrho_1|, \ B_{m+\lambda} - \varrho_1 B_\lambda \neq 0 \text{ für } \lambda = 0, 1, \ldots m-2,$$

und der Wert des Kettenbruchs ist

$$x = \frac{\varrho_0 - B_m}{B_{m-1}}.$$

§ 3.

Wir behandeln jetzt den Fall $\varrho_0 = \varrho_1$. Eliminiert man P, Q aus (11), (12) für $\varrho = \varrho_0$ und der Derivierten von (12) für $\varrho = \varrho_0$, so erhält man jetzt:

$$\begin{vmatrix} A_{km+\lambda} & A_{m+\lambda} & A_\lambda \\ \varrho_0^k & \varrho_0 & 1 \\ k\varrho_0^{k-1} & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

oder

$$A_{km+\lambda} = \varrho_0^k A_\lambda + k\varrho_0^{k-1}(A_{m+\lambda} - \varrho_0 A_\lambda), \tag{19}$$

und analog auch

$$B_{km+\lambda} = \varrho_0^k B_\lambda + k\varrho_0^{k-1}(B_{m+\lambda} - \varrho_0 B_\lambda). \tag{20}$$

Falls $B_{m+\lambda} - \varrho_0 B_\lambda \neq 0$, was wieder für $\varrho = m-1$ sicher der Fall ist, folgt hieraus:

$$\lim_{k=\infty} \frac{A_{km+\lambda}}{B_{km+\lambda}} = \frac{A_{m+\lambda} - \varrho_0 A_\lambda}{B_{m+\lambda} - \varrho_0 B_\lambda}, \tag{21}$$

ein Wert, der wieder wie oben von λ unabhängig, nämlich gleich

$$\frac{A_{m-1}-\varrho_0}{B_{m-1}} = \frac{\varrho_0 - B_m}{B_{m-1}}$$

ist. Wenn dagegen für gewisse Werte von λ der Nenner in (21) verschwindet, so folgt wie vorhin auch wieder das Gleiche vom Zähler, und daher ist nach (19), (20)

$$(22) \qquad A_{km+\lambda} = \varrho_0^k A_\lambda, \quad B_{km+\lambda} = \varrho_0^k B_\lambda.$$

Nun kann B_λ nicht verschwinden; denn wegen $B_{m+\lambda} - \varrho_0 B_\lambda = 0$, wäre dann auch $B_{m+\lambda} = 0$, d. h. $A_\lambda B_{m-1} + B_\lambda B_m = 0$, also $A_\lambda = 0$, was aber mit $B_\lambda = 0$ im Widerspruch steht. Da somit $B_\lambda \neq 0$, so folgt aus (22)

$$\frac{A_{km+\lambda}}{B_{km+\lambda}} = \frac{A_\lambda}{B_\lambda} = \frac{\varrho_0 - B_m}{B_{m-1}}.$$ [1]

Dies ist aber derselbe Wert wie oben, also **konvergiert der Kettenbruch im Fall $\varrho_0 = \varrho_1$ immer.**

Man kann die gewonnenen Resultate noch etwas anders formulieren, indem man statt ϱ_0, ϱ_1 die Wurzeln x_0, x_1 der Gleichung (7) einführt. Nach (5) ist dann zu setzen:

$$\varrho_i = B_{m-1} x_i + B_m, \text{ also } \frac{\varrho_i - B_m}{B_{m-1}} = x_i \qquad (i = 0, 1).$$

Außerdem folgt

$$B_{m+\lambda} - \varrho_1 B_\lambda = A_\lambda B_{m-1} + B_\lambda (B_m - \varrho_1) = B_{m-1}(A_\lambda - x_1 B_\lambda),$$

so daß man folgenden Satz erhält:

Der Kettenbruch konvergiert dann und nur dann, und zwar gegen den Wert x_0, wenn erstens $B_{m-1} \neq 0$, und zweitens die Wurzeln x_0, x_1 der Gleichung

$$B_{m-1} x^2 + (B_m - A_{m-1}) x - A_m = 0$$

entweder einander gleich sind, oder die Bedingungen erfüllen:

---

[1] Die letzte Gleichheit besagt nichts anderes als die vorausgesetzte Identität: $B_{m+\lambda} - \varrho_0 B_\lambda = 0$.

$$|B_{m-1}x_0 + B_m| > |B_{m-1}x_1 + B_m|, \quad A_\lambda - x_1 B_\lambda \neq 0$$
$$\text{für } \lambda = 0, 1, \ldots m-2.$$

Endlich sei folgendes Resultat hervorgehoben, das unmittelbar aus (18) folgt:

Wenn von den Konvergenzbedingungen nur die beiden:

$$B_{m-1} \neq 0, \; |B_{m-1}x_0 + B_m| > |B_{m-1}x_1 + B_m|$$

erfüllt sind, so oszilliert der Kettenbruch in der Weise, daß

$$\lim_{k=\infty} \frac{A_{km+\lambda}}{B_{km+\lambda}} = \begin{cases} x_0 \text{ für } A_\lambda - x_1 B_\lambda \neq 0 \\ x_1 \text{ für } A_\lambda - x_1 B_\lambda = 0. \end{cases}$$

Auf das Vorkommen dieser Eigentümlichkeit hat Thiele aufmerksam gemacht (Tidskrift for Math. III. 1879).

Berichtigung

zu meiner Abhandlung über die Torsion von runden Stäben.
(S. 249—262 dieses Bandes.)

Bei der Ableitung von Gl. (22) S. 259 auf Grund des Satzes von Stockes ist ein Rechenfehler vorgekommen, auf den mich Herr Prof. Prandtl in Göttingen freundlichst aufmerksam gemacht hat. Nach Berichtigung des Fehlers muß diese Gleichung, falls man jetzt dn nach außen hin positiv zählt, lauten:

$$w = \frac{ds}{dn} - \frac{s}{r} \tag{22}$$

Auch die unmittelbar folgenden Gleichungen sind dementsprechend zu ändern und die Schlußgleichung (27), S. 260 geht über in

$$\tau = A\varrho \cdot e^{\int \frac{dn}{r}} \tag{27}$$

wenn die Integration nach n längs einer Trajektorie von der Achse aus bis zur betreffenden Stelle $x\varrho$ erstreckt wird.

Alles, was der Gl. (22) vorausging, wird von dieser Berichtigung nicht betroffen und auch die weiteren Schlüsse, die sich an Gl. (27) anknüpften, werden davon nur wenig berührt.

München, im Dezember 1905.

A. Föppl.

Namen-Register.

Abbe Ernst (Nekrolog) 346.
Alt Heinrich 134.

v. **B**aeyer Adolf 96.
Bauer Gustav 97.
Blümcke Adolf 109.
Broili Ferdinand 30.
Burmester Ludwig (Wahl) 437.

Chun Karl (Wahl) 437.

Dannbeck Simon 381.

Ebert Hermann 438.
Endrös Anton 447.

v. **F**edorow Eugraph 247.
Felix J. 85.
Finsterwalder Sebastian 3. 109.
Föppl August 249.

Glungler Georg 169.
v. Groth Paul 134. 247.
Günther Siegmund 381 (Wahl). 437. 439.

v. **H**eigel Karl Theodor 323. 427.
Hellmayr Karl Eduard 96.
Hertwig Richard 96.
His Wilhelm (Nekrolog) 328.

Jakob Max 441.

Keidel H. 440.
Koenigs Wilhelm 440.
Knapp Friedrich (Nekrolog) 337.
Knoblauch Oskar 441.
Korn Arthur 13.

v. **L**inde Karl 1. 438.

Messerschmitt Johann Baptist 69. 135.
Moissan Henri (Wahl) 437.

Perron Oskar 469.
Pringsheim Alfred 359. 434.

Reindl Josef 31.
Richards St. 440.
Rothpletz August 30. 38. 440.

Stolz Otto 21.
Strauß Eduard 13.

v. **V**oit Carl 2. 328. 337. 346.
Voit Erwin 263.

Warburg Emil (Wahl) 437.

Sach-Register.

Ansprache des Präsidenten 427.

China-Alkaloide, Konstitution derselben 440.
Chronik der Akademie 323.

Denkrede auf Karl Alfred v. Zittel 328.
Dichte von gesättigten Wasserdämpfen 1.
Druckschriften, eingelaufene (Januar bis Juni und Juli bis Dezember) je 1*—26*.

Erdbeben, Beeinflußung der Magnetographen-Aufzeichnungen 135.
Erdbebenkatalog 31.
Erosionsfiguren, Theorie derselben 439.
Eruptivgebiet zwischen Weiden und Tirschenreuth 169.

Fossilien, permische aus Texas 30.

Gletscherbewegung 109.
Glykogenbildung aus Eiweiß 263.

Integral, komplexes 21.
Ionen, Wanderungsgeschwindigkeit und Form derselben 13.

Kettenbrüche, Konvergenz derselben mit positiven Gliedern 315.
Kettenbrüche mit komplexen Gliedern, Konvergenzkriterien derselben 359.
Kettenbrüche, Konvergenz, der periodischen 439.
Konstitution, chemische und Färbung 96.
Korallen, fossile aus Columbien 85.
Kurve 6. Ordnung 97.

Nekrologe 328. 337. 346.

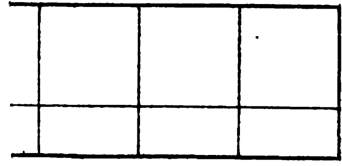
Ort, gefährlicher, bei Rückwärtseinschneiden der Kugel 3.

Schwingungen, universelle, von Systemen von Rotationskörpern 265.
Schwingungsbewegungen des Waginger-Tachingersees 447.
Syngonielehre 247.

Tian-Schan, Profil durch den nördlichen Teil 440.
Torsion von runden Stäben 249.

Verdampfungswärme des flüssigen Sauerstoffs und Stickstoffs 134.
Vögel, brasilianische; Revision der Spixschen Typen 96.

Wärme, spezifische des überhitzten Wasserdampfes 441.
Wahlen 437.
Windgesetz, Vorgeschichte des barischen 381.



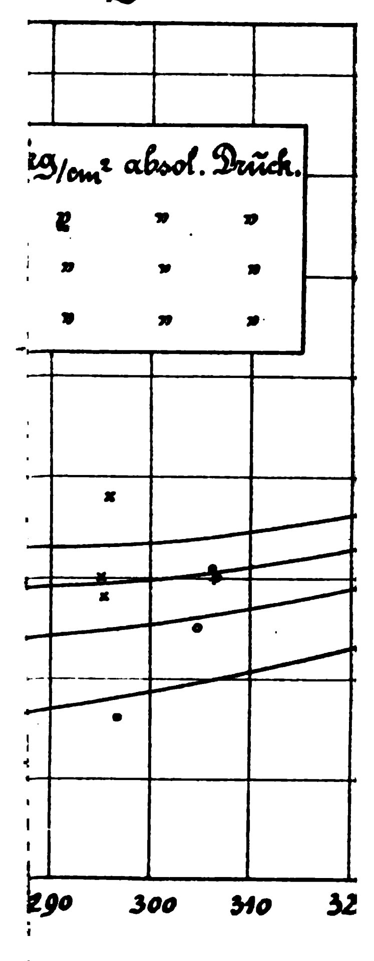


Diagramm.
g/cm² absol. Drück.
290
300
310
32



Verzeichnis der eingelaufenen Druckschriften

Januar mit Juni 1905.

Die verehrlichen Gesellschaften und Institute, mit welchen unsere Akademie in Tauschverkehr steht, werden gebeten, nachstehendes Verzeichnis zugleich als Empfangsbestätigung zu betrachten.

Das Format ist, wenn nicht anders angegeben, 8⁰.

Von folgenden Gesellschaften und Instituten:

Geschichtsverein in Aachen:

Zeitschrift. Bd. XXVI. 1904.

Historische Gesellschaft des Kantons Aargau in Aarau:

Taschenbuch für das Jahr 1904.

University of Aberdeen:

Studies. No. 10. 11. 1904. gr. 8⁰.

Royal Society of South-Australia in Adelaide:

Transactions and Proceedings. Vol. 28. 1904.

Observatory in Adelaide:

Meteorological Observations of the years 1900—1901. 1904. fol.

Südslavische Akademie der Wissenschaften in Agram:

Rad. Bd. 157—159. 1904.
Zbornik. Bd. IX, 2. 1904.
Građa. Bd. 4. 1904.
Rječnik. Lief. 24. 1904. 4⁰.
Codex diplomaticus. Vol. II. 1904 gr. 8.

K. kroat.-slavon.-dalmatinisches Landesarchiv in Agram:

Vjestnik. Bd. VII, Heft 1. 2. 1905. 4⁰.

Redaktion der Zeitschrift „Athena" in Athen:

Athena. Tom. 16, fasc. 3. 4. 1904. 17, fasc. 1. 2. 1905.

École française in Athen:

Bulletin de correspondance hellénique. Année XXIX, Nr. 1—8. 1905.

Historischer Verein für Schwaben und Neuburg in Augsburg:

Zeitschrift. 31. Jahrg. 1904.

Johns Hopkins University in Baltimore:

The Journal of experimental Medicine. Vol. III 3. 6; IV 3—6; V 6; VI 1—3. 1898—1902.
Memoirs from the Biological Laboratory. Vol. 5. 1903. 4°.
Circulars. 1904, No. 1—8; 1905, No. 1. 2.
American Journal of Mathematics. Vol. 26, No. 1—4; Vol. 27, No. 1. 1904—05. 4°.
The American Journal of Philology. No. 96—100. 1903—04.
American Chemical Journal. Vol. 31, No. 4—6; Vol. 32, No. 1—6; Vol. 33, No. 1—3. 1904—05.
Johns Hopkins University Studies. Series XXII, No. 1—12; Series XXIII, No. 1. 2. 1904—05.
Bulletin of the Johns Hopkins Hospital. Vol. XVI, No. 167—171. 1905. 4°.
The Johns Hopkins Hospital Reports. Vol. XII. 1904. 4°.

Maryland Geological Survey in Baltimore:

Miocene. Text and Atlas. 1904.

Naturforschende Gesellschaft in Basel:

Verhandlungen. Bd. XVII. 1904.

Historisch-antiquarische Gesellschaft in Basel:

Basler Zeitschrift für Geschichte. Bd. IV, 2. 1905.

Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen in Batavia:

Tijdschrift. Deel 47, afl. 6; Deel 48, afl. 1. 1904/05.
Notulen. Deel 42, afl. 3 4. 1903/04.
Dagh-Register gehouden int Casteel Batavia anno 1655—57. s'Gravenhage 1904. 4°.
Rapporten van de Commissie voor oudheitkundig Onderzoeg 1901. 1902. 1903. 1904/05. 4°.

K. Observatory in Batavia:

Regenwaarnemingen. 25. Jaarg. 1903. 1904. 4°.

Historischer Verein in Bayreuth:

Archiv. Bd. XXII, 3. 1905.

K. Serbische Akademie der Wissenschaften in Belgrad:

Spomenik. XLI. 4°.
Godischniak. XVIII, 1904. 1905.
Sbornik. Abteilung I, Kniga 3, Abteilung II, Kniga 1. 1905.
Zentenarfeier des serbischen Aufstands. 1904.

Naturhistorisches Museum in Belgrad:

Index coleopterorum auctore Nedeljko Košanin. 1904.

Museum in Bergen (Norwegen):

Aarsberetning 1904. 1905.
Aarbog für 1904, Heft III und 1905, Heft 1.
Hydrographical and Biological Investigations in Norwegian Fiords. By O. Nordgaard 1905. 4°.
G. O. Sars, An Account of the Crustacea of Norway. Vol. 5, parts 5—8. 1904/05. 4°.

University of California in Berkeley:

Schriften aus dem Jahre 1904—05 in 4⁰ und 8⁰.

K. Preuss. Akademie der Wissenschaften in Berlin:

Corpus inscriptionum latinarum. Vol. XIII, 2, fasc. 1. 1905. fol.
Abhandlungen aus dem Jahre 1904. 4⁰.
Sitzungsberichte. 1904, No. XLI—XL. 1905 No. I—XXII.
Politische Korrespondenz Friedrichs des Grossen. Bd. XXX. 1904.
Acta Borussica: a) Die Behördenorganisation. Bd. VII.
b) Die Briefe König Friedrich Wilhelms I. 1905.

Zentralbureau der internationalen Erdmessung in Berlin:

Veröffentlichungen. N. F., No. 11. 1905. 4⁰.

Deutsche Chemische Gesellschaft in Berlin:

Berichte. 37. Jahrg., 1904, No. 11. 12. 19; 38. Jahrg., 1905, No. 1—10.

Deutsche Geologische Gesellschaft in Berlin:

Zeitschrift. Bd. 56, Heft 3. 1904.

Medizinische Gesellschaft in Berlin:

Verhandlungen. Bd. 35. 1905.

Deutsche Physikalische Gesellschaft in Berlin:

Verhandlungen. Jahrg. 6, No. 10—24; Jahrg. 7, Nr. 1. 2. Braunschweig 1904.

Physiologische Gesellschaft in Berlin:

Zentralblatt f. Physiologie. Bd. 18, No. 21—26; Bd. 19, No. 1—7. 1905.

K. Technische Hochschule in Berlin:

Miethe, Die geschichtliche Entwicklung der farbigen Photographie. 1905. 4⁰.

Kaiserlich Deutsches Archäologisches Institut in Berlin:

Jahrbuch. Bd. XIX, 4, XX, 1. 1905. 4⁰.

K. Preuss. Geodätisches Institut in Berlin:

Veröffentlichung. N. F., No. 18. 19. Potsdam 1905. 4⁰.

K. Preuss. Meteorologisches Institut in Berlin:

Deutsches Meteorologisches Jahrbuch f. 1903, Heft II. 1904. fol.
Ergebnisse der Niederschlagsbeobachtungen i. J. 1901. 1905. 4⁰.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik in Berlin:

Jahrbuch. Bd. 33, Jahrg. 1902, Heft 3. 1905.

Verein zur Beförderung des Gartenbaues in den Preuss. Staaten in Berlin:

Gartenflora. 54. Jahrg., 1905, Heft 2—13.

Zeitschrift für Instrumentenkunde in Berlin:

Zeitschrift. 25. Jahrg., 1905, No. 1—6. 4⁰.

Internationaler Zoologen-Kongress 1904 in Bern:

Compte rendu des séances du VIᵉ Congrès international de Zoologie. Genève 1905.

R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna:

Memorie. Serie V, Tom. 9. 1900—02. 4⁰.
Renticonto. N. Ser. Vol. 5. 1901.

R. Deputazione di storia patria per le Provincie di Romagna in Bologna:

Atti e Memorie. Serie III, Vol. XXII, 4—6. 1904.

Osservatorio della R. Università di Bologna:

Osservazioni meteorologiche fatte durante l'anno 1903. 1904. 4⁰.
Michele Rajna, Nuovo calcolo dell' effemerite del sole. 1904. 4⁰.

Niederrheinische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde in Bonn:

Sitzungsberichte 1904. 1. Hälfte.

Verein von Altertumsfreunden im Rheinlande in Bonn:

Bonner Jahrbücher. Heft 111. 112 (nebst einem Atlas in fol.). 1904.

Naturhistorischer Verein der preussischen Rheinlande in Bonn:

Verhandlungen. 61. Jahrg., 1904, 1. Hälfte.

Société de géographie commerciale in Bordeaux:

Bulletin. 1905, No. 1—12.

American Academy of Arts and Sciences in Boston:

Proceedings. Vol. 40, No. 8—22. 1904-05.
Memoirs. Vol. XIII, 2. Cambridge 1904 4⁰.

Boston Society of natural History in Boston:

Proceedings. Vol. 31, No. 2—10; Vol. 32, No. 1. 2.
Memoirs. Vol. V, Nr. 10. 11; Vol. VI, Nr. 1. 1903—05. 4⁰.
Occasional Papers. VII, 1—3. 1904.
Price List of Publications. 1904.

Naturwissenschaftlicher Verein in Bremen:

Abhandlungen. Bd. XVIII, 1. 1905.

Klub für Naturkunde in Brünn:

6. Bericht und Abhandlungen für d. J. 1903/04. 1905.

Mährisches Landesmuseum in Brünn:

Casopis. Bd. V, 1. 2. 1905. gr. 8⁰.

Deutscher Verein für die Geschichte Mährens u. Schlesiens in Brünn:

Zeitschrift. Jahrg. IX, Heft 1. 2. 1905. gr. 8⁰.

Naturforschender Verein in Brünn:

Beitrag z. Kenntnis der Niederschlagsverhältnisse Mährens u. Schlesiens v. H. Schindler. 1904. 4⁰.
Verhandlungen. Bd. 42. 1904.
Bericht der meteorol. Kommission. Jahrg. 1902. 1904.

Académie Royale de médecine in Brüssel:

Bulletin. IV. Série, Tom. 18, No. 10. 11; Tom. 19, No. 1—5. 1904—05.

Académie Royale des sciences in Brüssel:

Mémoires. Collection in 8°:
a) Classe des Sciences, Tom. 1, fasc. 1—3.
b) Classe des Lettres, Tom. 1 und Tom. 2, fasc. 1—5. 1904—05.
Mémoires. Collection in 4°:
a) Classe des Sciences, Tom. 1, fasc. 1. 2.
b) Classe des Lettres, Tom. 1, fasc. 1. 1904—05.
Biographie nationale Tome XVIII, fasc. 1.
Annuaire. 71e année 1905.
Bulletin. a) Classe des lettres 1904, No. 12; 1905, No. 1—5.
b) Classe des sciences 1904, No. 12; 1905, No. 1—5.
Table chronologique des chartes et diplômes imprimés concernant l'histoire de Belgique, par A. Wauters. Tom. X. 1904. 4°.

Observatoire Royale in Brüssel:

Annales. Nouv. Sér. Annales astronomique. Tom. VIII. IX fasc. 1.
Nouv. Sér. Physique du globe. Tom. I. II. 1904.
Annuaire astronomique pour 1906. 1905.

Société des Bollandistes in Brüssel:

Analecta Bollandiana. Tom. 24, fasc. 1. 2. 1905.

Société entomologique de Belgique in Brüssel:

Annales. Tom. 48. 1904.

Société Belge de géologie in Brüssel:

Bulletin. Tome 18, fasc. 4; Tome 19, fasc. 1. 2. 1905.

Société Royale zoologique et malacologique de Belgique in Brüssel:

Annales. Tome 38, Année 1903; Tome 39, Année 1904.

Société scientifique in Brüssel:

Revue des questions scientifiques. Table analyptiques des 50 premiers volumes 1877—1901. 1904.
Annales. Table analytique des 25 premiers volumes 1875—1901. 1904.

K. Ungar. Geologische Anstalt in Budapest:

Mitteilungen aus dem Jahrbuche. Bd. XV, 1. 1904.
Földtani Közlöny. Bd. XXXIV, 11. 12; XXXV, 1—3. 1904/05. gr. 8°.
Jahresbericht für 1902. 1904.
Erläuterungen zur geologischen Spezialkarte: Umgebungen von Kismarton (mit 1 Karte). 1905.
Übersichtskarte der auf dem Gebiete der Länder der ungar. Krone vorkommenden Dekorations- und Baugesteine. 1902.

Dirección general de estadistica de la Provincia de Buenos Aires:

Demografia anno 1901. La Plata 1904. 4°.

Departement de l'Agriculture in Buitenzorg:

Plantae Bogorienses exsiccatae. 1904. 4°.

Botanischer Garten in Buitenzoorg (Java):

Verslag 1903. Batavia 1904. 4°.
Mededeelingen. No. LXXIII. LXXIV. Batavia 1904. 4°.
Bulletin. No. XX. 1904. 4°.

Société Linnéenne de Normandie in Caen:

Mémoires. Vol. XXI, 1. 1902—04. 4⁰.
Bulletin. V. Série, Vol. 7, Année 1903. 1904.

Institut Égyptien in Cairo:

Bulletin. IV. Série, No. 4, fasc 5. 6; No. 5, fasc. 1. 2. 1904.

Meteorological Department of the Government of India in Calcutta:

Monthly Weather Review 1904, July-Dezember and Summary 1903. 1905. fol.
Indian Meteorological Memoirs. Vol. XVI, 2. 1905. fol.
Rainfall in India. XIIth year 1902. 1903. fol.

Geological Survey of India in Calcutta:

Records. Vol. 31, part 3. 4; Vol. 32, part 1. 1903—04. 4⁰.
Memoirs. Vol. 32, part 4. 1904. 4⁰.

Royal Asiatic Society of Bengal in Calcutta:

Bibliotheca Indica. New Ser., No. 1099—1111. 1904—05.

Board of scientific Advice for India in Calcutta:

Annual Report for the year 1903—04. 1905. fol.

Museum of comparative Zoology at Harvard College in Cambridge, Mass.:

Bulletin. Vol. 42, No. 6; Vol. 45, No. 4; Vol. 46, No. 3. 4. 5; Vol 47. 1904—05.
Memoirs. Vol. 31, Text and Plates 1904; Vol. 25, No. 2. 1905. 4⁰.

Astronomical Observatory of Harvard College in Cambridge, Mass.:

Annals. Vol. 56, No. 2; Vol. 58, part I. 1904. 4⁰.
Circulars No. 86—92. 1904. 4⁰.
59th annual Report. 1904.

Harvard University in Cambridge, Mass.:

The Harvard Oriental Series. Vol. 5. 6. 1904.

Philosophical Society in Cambridge:

Proceedings. Vol. XIII, 1. 2. 1905.

Geological Survey in Capetown:

Index to the Annual Reports of the Geological Commission for 1896—1903. 1904. 4⁰.

Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania:

Atti. Anno 80. Serie IV, Vol. 16. 1903—04. 4⁰. Anno 81. Serie IV, Vol. 17.
Bollettino mensile. Nuova Ser., No. 83—85. 1905.

Società di storia patria per la Sicilia Orientale in Catania:

Archivio storico. Anno I, fasc. 1—3. 1904. Anno II, fasc. 1. 1905.

Physikalisch-technische Reichsanstalt in Charlottenburg:

Wissenschaftliche Abhandlungen. Bd. IV, Heft 2. Berlin 1905. 4⁰.
Die Tätigkeit der physikalisch-technischen Reichsanstalt 1904. Berlin 1905. 4⁰.

Field Columbian Museum in Chicago:

Publications. No. 93. 94. 1904.

Yerkes Observatory of the University of Chicago:

Publications. Vol. 2. 1904. 4⁰.

University of Chicago:

The Decennial Publications. 10 Vols. 1904. 4⁰.

Zeitschrift „Astrophysical Journal" in Chicago:

Vol. XIX, 1, XX, 1—5, XXI, 1—5. 1904—05. gr. 8.

Videnskabsselskabet in Christiania:

Forhandlinger. Aar 1904.
Skrifter. 1904 in 2 Bden. 1905. 4⁰.

Norsk Folkemuseum in Christiania:

Aarsberetning. 1904.

Fridtjof Nansen Fund for the advancement of science in Christiana:

The Norwegian North Polar-Expedition 1893—1896. Scientific Results. Vol. VI. 1905. 4⁰.

Lloyd Library in Cincinnati:

Bulletin. No. 7. 8. 1903—05.

University in Cincinnati:

University Studies. Ser. II, Vol. I, No. 1. 2. 1905.
Record. Ser. I, Vol. I, No. 3. 5. 8. 9 and Cataloque 1904—05. 1905.

Naturhistorische Gesellschaft in Colmar:

Mitteilungen. Bd. VII, Jahrg. 1903 u. 1904.

University of Missouri in Columbus.

Bulletin. Vol. 5, No. 11. 12. 1904. Vol. 6, No. 1. 1905.

Naturforschende Gesellschaft in Danzig:

Schriften. N. F. Bd. XI, 1. 2. 1904.
Katalog der Gesellschaftsbibliothek. Heft 1. 1904.

Kaiserl. Gouvernement von Deutsch-Ostafrika in Dar-es-Salam:

Berichte über Land- und Forstwirtschaft in Deutsch-Ostafrika. Bd. II, 4. Heidelberg 1905.

Academy of sciences in Davenport:

Proceedings. Vol. IX. 1904.

Historischer Verein in Dillingen:

Jahrbuch. 17. Jahrg. 1904.

Union géographique du Nord de la France in Douai:

Bulletin. Tom. 27. 2ᵉ trimestre. 1904.

Verein für Erdkunde in Dresden:

Mitteilungen. Heft 1. 1905.
Büchereiverzeichnis. 1905.

Royal Irish Academy in Dublin:

Proceedings. Vol. XXV, Section A, No. 3; Section B, No. 1—5; Section C, No. 5—10. 1904/05.

Royal Society in Dublin:

The economic Proceedings. Vol. I, part 5. 1904.
The scientific Proceedings. Vol. X, part 2. 1904.
Transactions. Vol. 8, part 6—16 and Index, Vol. 9, part 1. 1904—05. 4⁰.

American Chemical Society in Easton, Pa.:

The Journal. Vol. 27, No. 6. June 1905.

Royal College of Physicians in Edinburgh:

Reports from the Laboratory. Vol. IX. 1905.

Royal Society in Edinburgh:

Proceedings. Vol. XXV, No. 5—8. 1905.

Royal Physical Society in Edinburgh:

Proceedings. Vol. 16, Nr. 1—3 1904—05.

Naturforschende Gesellschaft in Emden:

88. Jahresbericht. 1902—03. 1904.

Reale Accademia dei Georgofili in Florenz:

Atti. V. Serie. Vol. I, disp. 4., Vol. II, disp. 1. 1904—05.

Società Asiatica Italiana in Florenz:

Giornale. Vol. 17, parte 2. 1904.

Verein für Geschichte und Altertumskunde in Frankfurt a/M.:

Archiv für Frankfurts Geschichte. III. Folge, Bd. VIII. 1905. gr. 8⁰.

Physikalische Gesellschaft in Frankfurt a/M.:

Jahresbericht für 1903—04. 1905.

Kirchengeschichtlicher Verein in Freiburg i. Br.:

Freiburger Diözesan-Archiv. Bd. 32. 1904.

Universität Freiburg in der Schweiz:

Collectanea Friburgensia. Nouv. Série. Fasc. 6. 7. 1905. gr. 8⁰.

Institut national in Genf:

Le 50me anniversaire de la fondation de l'Institut Genevois. 1904.
Bulletin. Tome 36. 1905.

Observatoire in Genf:

Resumé météorologique de l'année 1903 pour Genève. 1904.
Observations météorologiques faites aux fortifications de Saint-Maurice pendant l'année 1903.

Société d'histoire et d'archéologie in Genf:

Mémoires et Documents. Tom. VIII, 2. 1904.
Bulletin. Tom. 2, livr. 9. 1904.

Société de physique et d'histoire naturelle in Genf:

Mémoires. Vol. 34, fasc. 3, Vol. 35, fasc. 1. 1905. 4⁰.

R. Biblioteca Universitaria in Genua:

Atti. Vol. XVIII. 1904. 4⁰.

Società Ligure di storia patria in Genua:

Giornale storico. Anno 5. 1904 fasc. 1—4. Anno 6 1905 fasc. 1—3.

K. Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen:

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1905, No. 1—6. gr. 8⁰.
Abhandlungen. N. F.
a) Philol.-hist. Klasse. Bd. VIII, Heft 4. 5.
b) Mathem.-physikal. Klasse. Bd. III, Heft 3; Bd. IV, Heft 1. 2.
Berlin. 4⁰.
Nachrichten. a) Philol.-hist. Klasse. 1904, Heft 4. 5; 1905, Heft 1. 2.
b) Mathem.-phys. Klasse. 1904, Heft 6; 1905, Heft 1. 2.
c) Geschäftliche Mitteilungen. 1904, Heft 2. gr. 8⁰.

Scientific Laboratories of Denison University in Granville, Ohio:

Bulletin. Vol. XII, 9—11 and Index zu vol. 1—10. 1904.

Historischer Verein für Steiermark in Graz:

Steirische Zeitschrift für Geschichte. Jahrg. II, Heft 1—4. 1904.

Naturwissenschaftlicher Verein für Steiermark in Graz:

Mitteilungen. Jahrg. 1904, Heft 41. 1905.

K. Instituut voor de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch Indië im Haag:

Bijdragen. VII. Reeks. Deel IV afl. 1. 2. 1905.

Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen in Haarlem:

Natuurkundige Verhandelingen. III. Verzameling. Deel VII, 1. 1905. 4⁰.

Musée Teyler in Haarlem:

Archives. Ser. II, Vol. 9, partie I. 1904. 4⁰.

Société Hollandaise des Sciences in Haarlem:

Oeuvres complètes de Christiaan Huygens. Tom. 10. 1905. 4⁰.
Archives Néerlandaises des sciences exactes. Série II, Tom. 10, livr. 1. 2. 1905.

Station franco-scandinave de sondages aériens in Hald:

Travaux de la Section à Hald 1902—03. Viborg 1904. 4⁰.

Kaiserl. Leopoldinisch-Carolinische Deutsche Akademie der Naturforscher in Halle:

Leopoldina. Heft 40, No. 12; Heft 41, No. 1—5. 1904—05.

Deutsche morgenländische Gesellschaft in Halle:

Zeitschrift. Bd. 58, Heft 4; Bd. 59, Heft 1. 2. Leipzig 1904—05.

Mathematische Gesellschaft in Hamburg:

Mitteilungen. Bd. IV, 5. Leipzig 1905.

Deutsche Seewarte in Hamburg:

27. Jahresbericht. 1905. gr. 8⁰.
VI. Nachtrag zum Katalog 1904. 1905.

Naturwissenschaftlicher Verein in Hamburg:

Verhandlungen 1904. III. Folge 12. 1905.

Historischer Verein für Niedersachsen in Hannover:

Zeitschrift. Jahrg. 1904, Heft 3. 4; 1905, Heft 1.

Naturhistorische Gesellschaft in Hannover:

50. bis 54. Jahresbericht. 1905.

Reichslimeskommission in Heidelberg:

Der obergermanisch-raetische Limes. Lief. XXIV. 1905. 4°.

Grossherzogl. Sternwarte in Heidelberg:

Veröffentlichungen. Bd. III. Karlsruhe 1904. 4°.

Historisch-philosophischer Verein in Heidelberg:

Neue Heidelberger Jahrbücher. Jahrg. XIII, 2. 1905.

Naturhistorisch-medicinischer Verein in Heidelberg:

Verhandlungen. N. F. Bd. VIII, 1. 1904.

Finländische Gesellschaft der Wissenschaften in Helsingfors:

Öfversigt XLVI. 1903—04.

Institut Météorologique central in Helsingfors:

Observations météorologiques 1891—94. 1904. fol.
Observations. Vol. XVIII. 1899. 1904. fol.
Observations météorologiques. État des glaces et des neiges pendant l'hiver 1893—1895. 1904. fol.

Societas pro Fauna et Flora Fennica in Helsingfors:

Acta. Vol. 26. 1904.
Meddelanden. Heft 30. 1904.

Verein für siebenbürgische Landeskunde in Hermannstadt:

Archiv. N. F., Bd. 32, Heft 3. 1905.

Siebenbürgischer Verein für Naturwissenschaften in Hermannstadt:

Verhandlungen. 53. Bd. Jahrg. 1903. 1905.

Verein für Sachsen-Meiningische Geschichte in Hildburghausen:

Schriften. 50. u. 51. Heft. 1904—05. gr. 8°.

Vogtländischer Altertumsforschender Verein in Hohenleuben:

74 u. 75. Jahresbericht. 1905.

Ungarischer Karpathen-Verein in Igló:

Jahrbuch. 32. Jahrg. 1905.

Historischer Verein in Ingolstadt:

Sammelblatt. 28. Heft. 1904.

Journal of Physical Chemistry in Ithaca, N.Y.:

The Journal. Vol. IX, No. 1—5. 1905. gr. 8°.

American Chemical Society in Ithaka:

The Journal. Vol. 27, No. 1—5 u. Supplem. — Number 1905.

Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft in Jena:

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd. 39, Heft 2—4. 1904—05.

Badische Historische Kommission in Karlsruhe:

Oberrheinische Stadtrechte. II. Abteilung. 1. Heft. Heidelberg 1905.
Zeitschrift für die Geschichte des Oberrheins. N. F., Bd. XX, Heft 1. 2. Heidelberg 1905.

Zentralbureau für Meteorologie etc. in Karlsruhe:

Jahresbericht für das Jahr 1904. 1905. 4°.

Société physico-mathématique in Kasan:

Bulletin. II. Série, Tome 14, No. 2—4. 1904.

Universität Kasan:

Utschenia Sapiski. Bd. 71, Heft 12; Bd. 72, Heft 1—5. 1904—05.
Godischny. Akt 1904.

Société de médecine in Kharkow:

Traveaux. 1900 – 1901 et 1902—1903. 1904.

Société des sciences physico-chimique à l'Université de Kharkow:

Travaux. Tom. XXXI. Ottschet (Bericht) über d. J. 1903. Supplements fasc. XVX—VII. 1904.

Université Impériale in Kharkow:

Annales 1904. kniga 1. 1905. gr. 8°.
Uebersicht über die kinetische Theorie der chemischen Lösungen von G. E. Timofeev. 1905.

Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere in Kiel:

Wissenschaftliche Meeresuntersuchungen. N. F. Bd. VII. Abteilung Helgoland Heft 1. Bd. VIII. Abteilg. Kiel. 1905. gr. 4°

Naturwissenschaftlicher Verein für Schleswig-Holstein in Kiel:

Schriften. Register zu Band I—XII. 1904.

Universität in Kiew:

Iswestija. Bd. 44, No. 11—12. Bd. 45 No. 1 – 4. 1904—05. gr. 8°.

Geschichtsverein für Kärnten in Klagenfurt:

Jahresbericht für 1903. 1904.
Carinthia I. 94. Jahrg. No. 1—6. 1904.

Naturhistorisches Landesmuseum in Klagenfurt:

Carinthia II. 95. Jahrg. 1905, No. 1. 2.

Medic.-naturwissenschaftl. Sektion des Museumsvereins in Klausenburg:

Értesitö. 4 Hefte. 1904.

Stadtarchiv in Köln:

Mitteilungen. Heft 32. 1904.

Physikalisch-ökonomische Gesellschaft in Königsberg:

Schriften. 45 Jahrg. 1904. 4°.

K. Akademie der Wissenschaften in Kopenhagen:

Julius Thomsen, Termokemiske Undersögelser. 1905.
Oversigt. 1904 No. 6; 1905 No. 1—3.

Gesellschaft für nordische Altertumskunde in Kopenhagen:

Aarböger, 1904. II. Raekke 19. Bd.
Mémoires. Nouv. Sér. 1903

Conseil permanent international pour l'exploration de la mer in Kopenhagen:

Bulletin. Année 1904—05, No. 1. 2. 4⁰.
Publications de circonstance, No. 21.—23. 1905.

Akademie der Wissenschaften in Krakau:

Bulletin. Classe de philologie 1905 No. 1. 2.
Classe des sciences mathématiques 1905. No. 1—4.
Atlas geologiczny Galicyi. Zesyt. Lief. 11. 15. 16 mit erklärendem Text. 1903.
Katalog literatury naukowej polskiej Tom. III, 4, Tom. IV, 1—3. 1904—05

Société Vaudoise des sciences naturelles in Lausanne:

Bulletin. IV. Série, Vol. 40, No. 151. 1904.

Maatschappij van Nederlandsche Letterkunde in Leiden:

Tijdschrift. N. Serie, Deel XXII, 3. 4. 1903—04.
Handelingen en Mededeelingen, jaar 1903—04. 1904.
Levensberichten. 1903—1904. 1904.
Cartularium der Abdij Marienweerd. 's Gravenh. 1890. 4⁰.
D. C. Hesseling, Het Negerhollands. 1905.

Sternwarte in Leiden:

Verslag 1902—1904. 1905.

Fürstlich Jablonowski'sche Gesellschaft in Leipzig:

Preisschriften. No. XXXVII. 1905.
Jahresbericht. 1905.

Cuerpo de Ingenieros de Minas del Peru in Lima:

Boletín No. 5. 10. 15—23. 1903—05.

Sociedade de geographia in Lissabon:

Boletim. 1904 No. 11. 12; 1905, No. 1—4.

Literary and philosophical Society in Liverpool:

Proceedings. No. 57. 1904.

Université Catholique in Loewen:

Programme des cours. Année 1904—05. 1904.
Schriften der Universität aus dem Jahre 1904.

Royal Institution of Great Britain in London:

Proceedings. Vol. 17 part 2. 1905.

National physical Laboratory in London:

Report fo the year 1904. 1905. 4⁰.

The English Historical Review in London:

Historical Review. Vol. XX, No. 77. 78. 1905.

Royal Society in London:

Report to the Government of Ceylon on the Pearl Oyster Fisheries of the Gulf of Manaar. Part II. 1904. 4⁰.
Reports to the Evolution Committee Report II. 1905.
Proceedings. Vol. 74. No. 503—506. Ser. A. Vol. 76. No. 507—509; Ser. B. Vol. 76. No. 507—509. 4⁰. 1905.

Philosophical Transactions. Series A. Vol. 202. 1904. 4⁰.
List of Members. Obituary Notices. Part IV. 1905.
Year-Book 1905.

R. Astronomical Society in London:

Monthly Notices. Vol. 65, No. 2—7. 1904—05.

Chemical Society in London:

Journal. No. 507—512. 1905.
Proceedings. Vol. 21, No. 288—298. 1905.

Linnean Society in London:

The Journal. Zoology. Vol. 29 No. 191. 1905.

R. Microscopical Society in London:

Journal 1905. Part I—III.

Zoological Society in London:

Proceedings. 1904. Vol. I, 2; Vol. II, 1. 2.

Zeitschrift „Nature" in London:

Nature. No. 1835—1861. 4⁰.

Secretary of State for India in Council zu London:

Census of India. 1901. Vol. I India Part 1 Report. Part II Tables. Nebst: Ethnographic Appendices. Calcutta 1903 fol.

Museums-Verein für das Fürstentum Lüneburg in Lüneburg:

Museumsblätter. Heft 2. 1905.

Société géologique de Belgique in Lüttich:

Annales. Tome 32 livr. 1. 1904—05.

Universität in Lund:

Acta Universitatis Lundensis. Bd. 39. 1903 in 2 Abteilungen. 1904. 4⁰.
Sveriges offentliga bibliothek Accessionskatalog 17. 1902. Stockholm 1904.

Wisconsin Academy of Sciences in Madison:

Transactions. Vol. XIV, 2. 1903. 1904.

Kodaikánal and Madras Observatories in Madras:

Annual Report for 1904 1904 fol.
Bulletin. No. 1. 1905. 4⁰.

R. Academia de ciencias exactas in Madrid:

Revista. Tomo I, No. 6—8. Tomo II, No. 1—4. 1904—05.
Anuario. 1905.

R. Academia de la historia in Madrid:

Boletín. Tom. 46, cuad. 1—6. 1905.

R. Istituto Lombardo di scienze in Mailand:

Rendiconti. Ser. II, Vol. 37, fasc. 17—20; Vol. 38, fasc. 1—8. 1904—05.
Memorie. Classe di scienze matematiche. Vol. XX, fasc. 3. 4. 1904—05 4⁰.

Società Italiana di scienze naturali in Mailand:

Atti. Vol. 43, fasc. 4. Vol. 44, fasc. 1. 1905.

Società Storica Lombarda in Mailand:

Archivio Storico Lombardo. Serie IV, Anno 31 fasc. 4. Anno 32 fasc. 5 1904—05.

Literary and philosophical Society in Manchester:

Memoirs and Proceedings. Vol. 49, part 1. 2. 1905.

Philippine Weather Bureau in Manila:

Bulletin. 1904 July—November. 4⁰.
Annual Report for the year 1903. Part I. 1905. 4⁰.

Ethnological Survey for the Philippine Islands in Manila:

Negritos of Zambales. Vol. II part 1. 1904 4⁰.

Altertumsverein in Mannheim:

Mannheimer Geschichtsblätter 1905, No. 2—7. 4⁰.

Abbaye de Maredsous:

Revue Bénédictine. Année XX No. 3. 4. 1903. Année XXII No. 1—3. 1905.
Anecdota Maredsolana Vol. I. II. III pars 1—3. 1893—1903. 4⁰.
D. Ursmer Berlière, Inventaire analytique des libri obligationum et solationum des Archives Vaticanes. Rom 1904.
D. Ursmer Berlière, Les Evêques auxiliaires de Cambrai et de Tournai Bruges 1905.

Faculté des sciences in Marseille:

Annales. Tom. XIV. Paris. 1904. 4⁰.

Hennebergischer altertumsforschender Verein in Meiningen:

Neue Beiträge zur Geschichte deutschen Altertums. Liefg. 19. 1904 gr. 8⁰.

Royal Society of Victoria in Melbourne:

Proccedings. Vol. XVII, 2. 1905.

Académie in Metz:

Mémoires. Année 1902-03. 1905.

Gesellschaft für Lothringische Geschichte in Metz:

Jahrbuch. 16. Jahrg. 1904. gr. 8⁰.

Instituto geológico in Mexico:

Parergones. Vol. I No. 6—8. 1904—05.

Observatorio meteorológico-magnético central in Mexico:

Boletín mensual. Agosto 1902. 1902. fol.

Sociedad cientifica „Antonio Alzate" in Mexico:

Memorias y revista. Tom. 19, No. 11—12; Tom. 20, No. 11—12. 1903—04.

Musée océanographique in Monaco:

Bulletin No. 21, 23—41. 1905.
Résults fasc. XXIX. 1905 fol.

Museo nacional in Montevideo:

Geografia física y esferica del Paraguay por Rodolfo R. Schuller. 1904.
Annales. Flora Uruguaya. Tomo II (continuacion). 1905. 4⁰.

Académie de sciences et lettres in Montpellier:

Mémoires. Section des sciences 2ᵉ Sér. Tome 3 No. 4 1904.

Oeffentliches Museum in Moskau:

Ottschet. Jahrg 1904. 1905.

Société Impériale des Naturalistes in Moskau:

Nouveaux Mémoirs. Tom. XXI, 3. 4. 1901—04. fol.
Bulletin. Année 1904, No. 1—3. 1905.

Mathematische Gesellschaft in Moskau:

Matematitscheskij Sbornik. Bd. XXIV, 4. 1904. 4⁰.

Lick Observatory in Mount Hamilton, California:

Bulletin. No. 65—76. 1905. 4⁰.

Ornithologische Gesellschaft in München:

Verhandlungen. Bd. IV 1903. 1904.

Hydrotechnisches Bureau in München:

Jahrbuch. 6. Jahrg. 1904 Heft 4; 1905 Heft 1. 4⁰.
Adolf Specht, Grösste Regenfälle in Bayern. Nebst Anhang. 1905. 4⁰.
Flächenverzeichnis Heft VIII. 1905 fol.

Generaldirektion der K. B. Posten und Telegraphen in München:

Verzeichnis der erscheinenden Zeitungen. Nachträge zu den Zeitungspreisverzeichnissen zu 1904 und 1905. fol.

K. Flurbereinigungskommission in München:

Geschäftsbericht für die Jahre 1897—1905. 1905. 4⁰.

Verlag der „Hochschul-Nachrichten" in München:

Hochschul-Nachrichten 1905 No. 172—177. 4⁰.

Metropolitan-Kapitel München-Freising in München:

Schematismus der Geistlichkeit für das Jahr 1905.
Amtsblatt der Erzdiözese München und Freising. 1905. No. 1—16.

Redaktion des „Thesaurus Linguae Latinae" in München:

Thesaurus L. L. Vol. I, fasc. VIII. Leipzig 1905. 4⁰.

Kaufmännischer Verein in München:

31. Jahresbericht. 1904—05. 1905.

Historischer Verein in München:

Oberbayerisches Archiv. Bd. 51 Heft 3. 1904
Altbayerische Monatsschrift. Jahrg. 4, Heft 6; Jahrg. 5, Heft 1—3. 1904 bis 1905. 4⁰.

Verein für Geschichte und Altertumskunde Westfalens in Münster:

Zeitschrift. Bd. 62 und Register zu Bd. 1—50, Liefg. 4—6. 1905.

Société des sciences in Nancy:

Bulletin. Série III, Tom. V, fasc. 2. Paris 1904.

Reale Accademia di scienze morali et politiche in Neapel:

Atti. Vol. 35. 1905.
Rendiconto. Anno 42 1903; Anno 43; 1904. 1905.

Accademia delle scienze fisiche e matematiche in Neapel:

Rendiconto. Serie 3, Vol. 10, fasc. 8—12; Vol. 11, fasc. 1—3 und Indice generale 1737—1903. 1904—05.

Zoologische Station in Neapel:

Mitteilungen. Bd. XVI, 4. Berlin 1904.

Gesellschaft Philomathie in Neisse:

32. Bericht. 1902—1904.

Institute of Mining and Mechanical Engineers in Newcastle-upon-Tyne.

Transactions. Vol. 55, part 7; Vol. 55, part 2. 3. 1905.

The American Journal of Science in New-Haven:

Journal. 4th Series. Vol. XIX, No. 109—115. 1905.

Observatory of the Yale University in New-Haven:

Transactions. Vol I. Preface and Parts VII. VIII. 1904. 4⁰.

Academy of Sciences in New-York:

Memoirs. Vol. II, part 4. 1905. 4⁰.
Annals. Vol. XIV. XV. XV, 3; Vol. XVI, 1. 1901—04.

American Jewish Historical Society in New-York:

Publications. Nr. 12. 1904.

American Museum of Natural History in New-York:

Bulletin. Vol. XX. 1904.
Journal. Vol. V, No. 1. 2. 1905.
Album of Philippine Types. 1904. 4⁰.
Memoirs. Vol. III. 1904. 4⁰.
Decorative Art of the Sioux Indians. By Clark Wissler. 1904.
Funeral Urns from Oaxaca. By Marshall H. Saville. 1904.

American Geographical Society in New-York:

Bulletin. Vol. 36, No. 12; Vol. 37, No. 1—5 u. 7. 1905.

Nederlandsche botanische Vereenigung in Nijmegen:

Recueil de travaux botanique. No. 2—4. 1904.

Archaeological Institut of America in Norwood, Mass.:

American Journal of Archaeology. Vol. VIII, No. 4 und Supplement to Vol. VIII; Vol. IX, No. 1. 2. 1904—05.

Naturhistorische Gesellschaft in Nürnberg:

Abhandlungen. Bd. XV, 2. 1904.

Germanisches Nationalmuseum in Nürnberg:

Anzeiger. Jahrg. 1904, Heft 1—4. 1904.

Neurussische naturwissenschaftliche Gesellschaft in Odessa:

Sapiski. Bd. 26. 27. 1904—05.

Verein für Geschichte und Landeskunde in Osnabrück:

Mitteilungen. 29. Bd., 1904. 1905.

Geological Survey of Canada in Ottawa:

Contributions to Canadian Palaeontology. Vol. III. 1904. 4⁰.

Accademia scientifica Veneto-Trentino-Istriana in Padua:

Atti. Ser. II, Anno 1, fasc. 2. 1905. gr. 8⁰.

R. Accademia di scienze in Padua:

Atti e Memorie. Nuova Serie. Vol. 20, 1903—04. 1904.

Redaction der Zeitschrift „Rivista di storica antica" in Padua:

Rivista. N. S., Anno IX, fasc. 2—4. 1905.

Circolo matematico in Palermo:

Annuario. 1905.
Rendiconti. Tom. 19, fasc. 1—6. 1905. gr. 8⁰.

Collegio degli Ingegneri in Palermo:

Atti 1904. 1905. gr. 8⁰.

Académie de médecine in Paris:

Rapport annuel de la commission de l'hygiéne pour les années 1902 et 1903. 1903—04.
Rapport sur les vaccinations pour les années 1901 et 1902. 1903-04.
Bulletin. 1904, No. 43; 1905, No. 1—27.

Académie des Sciences in Paris:

Comptes rendus. Tom. 140, No. 1—26; Tom. 141, No. 1. 1905. 4⁰.

Moniteur Scientifique in Paris:

Moniteur. Livr. 758—763 (fébrier—juillet 1905). 4⁰.

Musée Guimet in Paris:

Revue de l'histoire des réligions. XXVe année. Tom. 49, No. 3; Tom. 50, No. 1. 2. 1904.

Muséum d'histoire naturelle in Paris:

Nouvelles Archives. IVe Série. Tom. VI, 1. 2. 1904. 4⁰.

Société d'anthropologie in Paris:

Bulletin. V. Série. Tom. 5, fasc. 2. 3. 1903.

Société des études historiques in Paris:

Revue. 71e année. 1905, Janvier-Juin.

Société de géographie in Paris:

La Géographie. Année 1904, No. 2—5. 4⁰.

Société géologique de France in Paris:

Paléontologie. Tom. XII, 1. 1904. 4⁰.

Société mathématique de France in Paris:

Bulletin. Tom. 32, fasc. 4; Tom. 33, fasc. 1—2. 1904—05.

Comité géologique in St. Petersburg:

Bulletins. Tom. 23, No. 1—6. 1904.
Mémoires. Nouv. Série. Livr. 14 15. 17. 1904. 4⁰.

Explorations géologiques dans les régions aurifères de la Sibèrie in St. Petersburg:

Jénisséi. Livre 5.
Amour. Livre 4. 1904.
Léna. Feuille II. 6 avec texte explicativ.
Jénisséi. Feuille K. 7. 8, L. 6. 8. 9 avec texte explicativ.

Kaiserl. Botanischer Garten in St. Petersburg:

Acta horti Petropolitani. Vol. XV, 3; XXIII, 3; XXIV, 1. 1904. 4⁰.

Permanente Seismische Zentralkommission in St. Petersburg:

Iswestija. Bd. II, Lief. 1. 1905. 4⁰.

Kaiserl. mineralogische Gesellschaft in St. Petersburg:

Verhandlungen. II. Serie, Bd. 42, Lief. 1. 1904.

Physikal.-chem. Gesellschaft an der Kais. Universität St. Petersburg:

Schurnal. Tom. 36, Heft 9; Tom. 37, Heft 1—4. 1904—05.

Kaiserl. Universität in St. Petersburg:

Schurnal. 1904, No. 60. 1905.
Schriften aus d. J. 1904—05.

Academy of natural Sciences in Philadelphia:

Journal. 2d Series Vol. XIII, 1. 1905. fol.
Proceedings. Vol. 56, part II. III. 1904—05.

Historical Society of Pennsylvania in Philadelphia:

The Pennsylvania Magazine of History. Vol. 28, No. 3; Vol. 29, No. 113 und 114. 1904—05.

American Philosophical Society in Philadelphia:

Proceedings. Vol. 43, No. 177. 178. 1904.
Transactions. Vol. XXI, New Series, Part. 1. 1905. 4⁰.

R. Scuola normale superiore di Pisa:

Annali. Filosofia e filologia. Vol. XVIII. 1905.

Società Toscana di scienze naturali in Pisa:

Atti. Processi verbali. Vol. 14, No. 6—8. 1905. 4⁰.

Società Italiana di fisica in Pisa:

Il nuovo Cimento. Serie V, 1904, Dicembre; 1905 Gennaio-Aprile. 1904—05.

Historische Gesellschaft in Posen:

Zeitschrift. XIX. Jahrg., 1. u. 2. Halbband. 1904.
Historische Monatsblätter. 1904. Januar—Dezember.

Zentralbureau der internationalen Erdmessung in Potsdam:

Verhandlungen der 14. allgemeinen Konferenz der internationalen Erdmessung. Berlin 1905. 4⁰.

Böhmische Kaiser Franz Josef-Akademie in Prag:

Památky archaeologické. Díl 21, Heft 3. 4. 1904. 4⁰.
Historický Archiv. Číslo V. 1904. gr. 8⁰.
Věstník. Bd. XIII. 1904. gr. 8⁰.
Bulletin international Classe des sciences mathématiques IXe année, 1904, Heft 1. gr. 8⁰.
Almanach. Ročník XV. 1905.
Archiv pro Lexikographie. Číslo V. 1904. gr. 8⁰.
Bibliografie České Historie. Tom. 3, svazek 1. 1904. gr. 8⁰.

Landesarchiv des Königreichs Böhmen in Prag:

Monumenta Vaticana. Tom. I. V. 1903. 4⁰.
Codex diplomaticus regni Bohemiae. Tom. I, 1. 1904. 4⁰.
Archiv český. Díl XXVII. 1904. 4⁰.

Gesellschaft zur Förderung deutscher Wissenschaft, Kunst und Litteratur in Prag:

Beiträge zur deutsch-böhmischen Volkskunde. Bd. V, 2. 1904.
Rechenschaftsbericht für das Jahr 1904. 1905.

Mathematisch-physikalische Gesellschaft in Prag:

Časopis. Band 33, No. 4. 5; Bd. 34. No. 1—3. 1904—05.

Lese- und Redehalle der deutschen Studenten in Prag:

56. Bericht 1904. 1905.

Museum des Königreichs Böhmen in Prag:

Bericht für das Jahr 1904. 1905.
Časopis. Bd. 78, Heft 5. 6; Bd. 79, Heft 1. 2. 1905.

Deutscher naturwissenschaftlich-medizinischer Verein für Böhmen „Lotos" in Prag:

Sitzungsberichte. Jahrg. 1904, Bd. 52. 1904.

Transval Meteorological Department in Pretoria:

Observations 1903—04. First Report. 1905. fol.

Biblioteca Nacional in Rio de Janeiro:

Annaes. Vol. XXIII. XXIV. XXV, 1901—03. 1904.
Reorganisação naval. 1904.
Annuario commercial do Estado de S. Paulo. 1904. 4°.
J. J. de Fonseca, Synopse de Neologismos. 1901.

Observatorio in Rio de Janeiro:

Boletim mensal 1904 Janeiro-Sept. 1904—05. 4°.

Geological Society of America in Rochester:

Bulletin. Vol. 15. 1904.

Reale Accademia dei Lincei in Rom:

Annuario 1905.
Rendiconti. Classe di scienze morali. Serie V, vol. 13, fasc. 9—12. 1904.
Atti. Serie V, Rendiconti. Classe di scienze fisiche. Vol. 13, semestre 2, fasc. 12; Vol. 14, semestre 1, fasc. 1—11. 1904—05. 4°.
Atti. Serie V. Notizie degli scavi. Vol. I, fasc 4—12. 1904—05. 4°.
Memorie. Classe di scienze fisiche. Serie V, Vol. 5, fasc. 1. 2. 1904. 4°.

Biblioteca Apostolica Vaticana in Rom:

Studie Documenti di storia e diritto. Anno XXV, 1—4. 1904. 4°.

R. Comitato geologico d'Italia in Rom:

Bollettino. Anno 1904, No. 4; 1905, No 1.

Kaiserl. Deutsches Archäologisches Institut (röm. Abt.) in Rom:

Mitteilungen. Bd. XIX, 3. 4. 1905. gr. 8°.

R. Ministero della Instruzione pubblica in Rom:

Opere di Galileo Galilei. Vol. 15. Firenze 1904. 4°.

Ufficio centrale meteorologico italiano in Rom:

Annali. Serie II, Vol. XIV, 2. 1892; XXI, 1. 1889; Vol. XX, 1. 1898; Vol. XXII, 1. 1900. 1904. fol.

R. Società Romana di storia patria in Rom:

Archivio. Vol. 27, fasc. 3. 4. 1904.

Bataafsch Genootschap der Proefondervindelijke Wijsbegeerte in Rotterdam:

Nieuwe Verhandelingen. II. Reeks, Deel VI, stuk 1. 1905 4°.

R. Accademia di scienze degli Agiati in Rovereto:

Atti. Serie III, Vol. 10, fasc. 3. 4; Vol. XI, fasc. 1. 1904—05.

Museo Civico in Rovereto:

Regesto dell' Archivio comunale della città di Rovereto. fasc. 1. 1904.

École française d'Extrême-Orient in Saigon:

Bulletin. Tom. IV, No. 4. Hanoi 1904. 4°.

Naturwissenschaftliche Gesellschaft in St. Gallen:

Jahrbuch 1903. 1904.

Californio Academy of Sciences in San Francisco:

Memoirs. Vol. IV. 1904. 4°.

Proceedings. Zoology, Vol. 3, No. 7—13; Botany, Vol. 2, No. 11; Geology. Vol. 1, No. 10. 1904.

Università in Sassari:

Studj Sassaresi. Anno III, Sez. I, fasc. 2; Sez. II, fasc. 2. 1903—04.

R. Accademia dei fisiocritici in Siena:

Atti. Anno 1904, No. 7—10. 1904—05.

K. K. Archäologisches Museum in Spalato:

Bullettino di Archeologia. Anno XXVII, 1904, No. 9—12. 1904.

Historischer Verein der Pfalz in Speyer:

Mitteilungen. XXVII. 1904.

K. Akademie der Wissenschaften in Stockholm:

Arkiv för matematik. Bd. I, No. 3. 4. 1904.
Arkiv för kemi. Bd. I, No. 3. 4. 1904.
Arkiv för botanik. Bd. III, No. 4. 1904.
Arkiv för zoologi. Bd. II, No. 1. 2. 1904.
Handlingar. N. F., Bd. 37, No. 3. 1903. 4°.

K. öffentliche Bibliothek in Stockholm:

Le prix Nobel 1902. 1905.

Geologiska Förening in Stockholm:

Förhandlingar. Bd. 26, Heft 7; Bd. 27, Heft 1—4. 1904—05.

Institut Royal géologique in Stockholm:

Sveriges geologiska undersökning. Serie Aa No. 119. 121. 124. 127. 128; Serie Ac 5. 8; Serie Aa No. 1. 2; Serie C No. 195. 196. 1904 nebst Karten.

Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften in Strassburg:

Monatsbericht. Bd. 38, Heft 10. 11; Bd. 39, Heft 1—4. 1904—05.

K. Landesbibliothek in Stuttgart.

Hermann Fischer, Schwäbisches Wörterbuch. Liefg. 2—10. Tübingen 1901—04. 4°.

Württemberg. Kommission für Landesgeschichte in Stuttgart:

Württemberg. Geschichtsquellen. Bd. VIII. 1904

K. Württemb. Statistisches Landesamt in Stuttgart:

Württemberg. Jahrbücher für Statistik. Jahrg. 1904, Hft. I. II. 1905. 4°.

West Hendon House Observatory in Sunderland:

Publications. No. 3. 1905. 4°.

Department of Mines and Agriculture of New-South-Wales in Sydney:

Annual Report for the year 1904. 1905. fol.
Palaeontology No. 13. 1904. 4°.

Geological Survey of New-South-Wales in Sydney:

Records. Vol. VII, 4; Vol. VIII, 1. 1904—05. 4°.

Linnean Society of New-South-Wales in Sydney:

Proceedings. Vol. XXIX, part 3. 4. 1904.

Observatorio astronómico nacional in Tacubaya:

Observationes meteorológicas año 1896. 1905. 4°.
Anuario. Año de 1905. Mexico 1904.

Earthquake Investigation Committee in Tokio:

Publications. No. 19. 20. 1904—05. 4°.

Deutsche Gesellschaft für Natur- u. Völkerkunde Ostasiens in Tokio:

Mitteilungen. Bd. X, 1. 1905.

Kaiserl. Universität in Tokio:

The Journal of the College of Science. Vol. XIV; Vol. XX, 3. 4. 1904. 4°.
Mitteilungen aus der medizinischen Fakultät. Bd. V, 3. 1904. 4°.
The Bulletin of the College of Agriculture. Vol. VI, 4. 1905. 4°.

Université in Toulouse:

Annales du Midi. XVe année. 1904. No. 63. 64.
Annales de la faculté des sciences. IIe Série, Tome VI, Année 1904. Paris 1904. 4°.

Biblioteca e Museo comunale in Trient:

Archivio Trentino. Anno XIX, 2. 1904.

R. Accademia delle scienze in Turin:

Osservazioni meteorologiche nell' anno 1904. 1905.
Atti. Vol. 40, disp. 1—5. 1905.

Accademia d'agricultura in Turin:

Annali. Vol. 47. 1904.

Verein für Kunst und Altertum in Ulm:

Mitteilungen. Heft 11. 12. 1904—05. 4°.

Meteorolog. Observatorium der Universität Upsala:

Bulletin mensuel. Vol. 36, Année 1904. 1904—05. fol.

Historisch Genootschap in Utrecht.

Willelmi Procuratoris Egmondensis Chronicon. Amsterdam 1904.
Bijdragen en Mededeelingen. Deel XXV. Amsterdam. 1904.

Provincial Utrechtsch Genootschap in Utrecht.

Crania ethnica Philippinica. Haarlem 1901—04. 4°.
Aanteekeningen 1904. 1904.
Verslag 1904. 1904.

Institut Royal Météorologique des Pays-Bas in Utrecht:

No. 90 Études des phénomènes de marée. II. 1905.
Annuaire, 55e année 1903. No. 97 A) Météorologie. No. 98 B) Magnétisme terrestre. 1904. 4°.
Observations des nuages en 1896—97. 1904. 4°.

Physiologisch Laboratorium der Hoogeschool in Utrecht:

Onderzoekingen. 5de Reeks. Deel 5, aflev. 2. 1905.

Accademia Olimpica in Vicenza:

Atti. Annate 1903—04. Vol. 34. 1904.

Commissioner of Education in Washington:

Report for the year 1903. Vol. I. 1905.

Bureau of American Ethnology in Washington:

17. annual Report. XXI; XXII, 1. 2. 1903—04. 4°.

Department of Commerce and Labor in Washington:

Bulletin. Vol. I, No. 1. 2. 1904—05.

Carnegie Institution of Washington:

Contributions. No. 1. 2. 1905.

Smithsonian Institution in Washington:

A Select Bibliography of Chemistry by J. C. Bolton, IId Supplement. 1904.
Jos. Leidy, Researches in Helminthology and Parasitology. 1904.
Annual Report for the year ending, June 30, 1903. 1904.
Miscellaneous Collections. Vol. 46, No. 1543. 1544; Vol. 47, No. 1478. 1548. 1904—05.
Henry Draper, On the Construction of a silvered Glass Telescope. Part of Vol. 34 of the Smithsonian Contributions to Knowledge. 1904. 4°.

U. S. National-Museum in Washington:

Bulletin. No. 50. 1904.
Contributions from the U. S. National Herbarium. Vol. IX. 1905.

U. S. Coast and Geodetik Survey in Washington:

Report 1903—04 und Appendix No. 3—9. 1904. 4°.

Harzverein für Geschichte in Wernigerode:

Zeitschrift. 37. Jahrg., Heft 2. 1904.

Western Australian Government Offices in Westminster:

Western Australian Geological Survey. Bulletin No. 2. 3. 5—13. 15 Parth 1898—1904.

Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien:

Sitzungsberichte. Mathem.-naturwissenschaftl. Klasse. 1904—05.
Abt. I Bd. 113, Heft 5—10; Bd. 114, Heft 1. 2.
IIa Bd. 113, Heft 8—10; Bd. 114, Heft 1—4.
IIb Bd. 113, Heft 7—9; Bd. 114, Heft 1—3.
III Bd. 113, Heft 8—10.
Denkschriften. Mathem.-naturwissenschaftl. Klasse. Bd. 77. 1905. 4°.

K. K. Geologische Reichsanstalt in Wien:

Mitteilungen der Erdbebenkommission. N. F., XXV. XXVI. 1904.
Jahrbuch. Jahrg. 1904, Bd. 54, Heft 2—4 und Generalregister zu Bd. 41—50 1904—05. 4°.
Verhandlungen. 1904, No. 13—18; 1905, No. 1—5. 4°.

K. K. Zentralanstalt für Meteorologie in Wien:

Jahrbücher. Jahrg. 1903, (N. F., Bd. 40 nebst Anhang. 1905. 4°.

K. K. Gradmessungs-Bureau in Wien:

Astronomische Arbeiten. Bd. XIII. 1903. 4°.

K. K. Gesellschaft der Ärzte in Wien:

Wiener klinische Wochenschrift. 1905. No. 1—27. 4°.

Zoologisch-botanische Gesellschaft in Wien:

Verhandlungen. Bd. 55, Heft 1—4. 1905.
Abhandlungen. Bd. III, Heft 1. 1905. 4°.

K. K. Militär-geographisches Institut in Wien:

Ergebnisse der Triangulierungen. Bd. I—III. 1901—05. 4°.

K. K. Naturhistorisches Hofmuseum in Wien:

Annalen. Bd. XIX, 2. 3. 1904. 4°.

Verein zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse in Wien:

Schriften. Bd. 44. Jahrg. 1903/04. 1904.

Verein für Nassauische Altertumskunde etc. in Wiesbaden:

Annalen. 34. Bd. 1904. 1905.

Physikalisch-medizinische Gesellschaft in Würzburg:

Verhandlungen. N. F., Bd. 37, No. 3—7. 1904—05.
Sitzungsberichte. 1904, No. 4—9.

Allgemeine geschichtsforschende Gesellschaft der Schweiz in Zürich:

Jahrbuch. 30. Bd. 1905.

Antiquarische Gesellschaft in Zürich:

Mitteilungen. Bd. XXVI, 3. 1905. 4°.

Naturforschende Gesellschaft in Zürich:

Neujahrsblatt auf das Jahr 1905. 4°.
Vierteljahrsschrift. Jahrg. 49. 1904, Heft 3. 4. 1905.

Schweizerisches Landesmuseum in Zürich:

Anzeiger für Schweizerische Altertumskunde. N. F. Bd. VI, No. 2—4. 1905. 4°.

Von folgenden Privatpersonen:

Fürst Albert I. von Monaco:

Résultats des campagnes scientifiques. No. XXVIII. 1904. fol.

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig:

Beiblätter zu den Annalen der Physik. 1904, No. 24; 1905, No. 1—13.
Journal für prakt. Chemie. N. F., Bd. 70, Heft 12; Bd. 71, Heft 1—12. 1904—05.

Renward Brandstetter in Luzern:

Rätoromanische Forschungen I. 1905.

Bruno in Porto:

Théorie exacte et notation finale de la musique. 1902. 4⁰.

Antonio Cabreiro in Lissabon:

Sur les Mathematiques en Portugal. 1905.

Arthur J. Evans in Oxford:

The Palace of Knossos. Athen 1903—04. 4⁰.

Verlagsbuchhandlung Gustav Fischer in Jena:

Naturwissenschaftliche Wochenschrift. 1905, No. 8—28. 4⁰.

H. Fritsche in Riga:

Die jährliche und tägliche Periode der Erdmagnetischen Elemente. 1905.

W. Gallenkamp in München:

Über den Verlauf des Regens. Aus der Meteorolog. Zeitschrift. 1905.

Mme Vve J. B. André Godin in Guise (Aisne):

Le Devoir. Tom. 29. Janvier-Juin. 1905. Paris

Ferdinand Güterbock in Berlin:

Gesammelte Schriften von Paul Scheffer-Boichorst. 2 Bände. 1904—05.

G. N. Hatzidakis in Athen:

Ἀπάντησις εἰς τον K. Krumbacher. 1905.

F. R. Helmert in Potsdam:

Über die Genauigkeit der Kriterien des Zufalls bei Beobachtungsreihen. Berlin 1905. gr. 8⁰.

O. Holder-Egger in Potsdam:

Jahresbericht über die Herausgabe der Monumenta Germaniae historica. 1905. gr. 8⁰.

Konrad Keller in Zürich-Oberglatt:

Das elektro-pneumatische Motorsystem der Atmosphäre. Zürich 1904.

Franz Kerntler in Budapest:

Die Ermittlung des richtigen elektrodynamischen Elementargesetzes. 1905.

Karl Krumbacher in München:

Byzantinische Zeitschrift. Bd. XIV, Heft 1 u. 2. Leipzig 1905. 8⁰.

Ernst Kuhn in München:

Nachrichten über die Familie Kuhn. 2 Hefte. 1890—1903.

Ernst Leyst in Moskau:

Ein Faszikel meteorologischer Schriften v. 1901—04.

Wilhelm Ludowici in München:

Stempelnamen römischer Töpfer. Rheinzabern 1901—04 in 4⁰.

C. Mehlis in Neustadt a/H.:

Das neolithische Dorf „Wallböhl" bei Neustadt a/H. Braunschweig 1905. 4⁰.

Wilhelm Meyer in Berlin:

Gesammelte Abhandlungen zur mittellateinischen Rythmik. 2 Bände. 1905.

Basilio Modestov in Rom:

In che stadio si trovi oggi la questione etrusca. 1905.

Ernesto Monaci in Rom:

Archivio palaegrafico Italiano. fasc. XX. 1905. fol.

Gabriel Monod in Versailles:

Revue historique. 30ᵉ année, tom. 87, No. I. II, Janvier-Avril; tom. 88, No. I. II, Mai-Aoutc. 1905. Paris.

Graf Robert de Montessus in Lille:

Sur les fractions continues algébriques. Palermo 1905.

Oechsner de Coninck in Montpellier:

Contribution à l'étude des acides organiques. fasc. 1. 1905.

Edouard Piette in Rumigny:

Études d'ethnographie préhistorique Nr. VI. VII und sechs andere Schriftchen ethnogr. Inhalts. Paris 1902—04.

Carlos Prince in Lima:

Idiomas y dialectos indigenas del Continente Hispano-Sud-Americans. 1905. 4⁰.

H. Rosenbusch in Heidelberg:

Mikroskopische Physiographie der Mineralien. Bd. I, 2. Hälfte. Stuttgart 1905.

Heinrich Rudolph in Coblenz:

Luftelektrizität und Sonnenstrahlung. Leipzig 1903.

Paul Sabatier in Toulouse:

Nouvelles méthodes d'hydrogénation. Paris 1905.

Frederico Sacco in Turin:

I Molluschi dei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria. 1904. 4⁰.

Arnold Samuelson in Hamburg:

Luftwiderstand und Flugfrage. 1904.

Verlag von Seitz & Schauer in München:

Deutsche Praxis. Jahrg. 1905. No. 1—12. 4⁰.

Siemens-Schuckertwerke in Berlin:

Nachrichten. Heft 4. 1904. fol.

Lucian Scherman in München:

Orientalische Bibliographie. 17. Jahrg. (1903). Berlin 1904.

Max Schlosser in München:

Die fossilen Cavicornia von Samos. Wien 1904. 4⁰.

Hugo Schuchardt in Graz:

Hugo Schuchardt an Adolf Mussafia. 1905. fol.

Vincenzo Strazzulla in Messina:

Dopo lo Strabone Vaticano del Cozza-Luzi. 1901.
Sulle fonti epigrafiche della prima guerra punica. Teramo 1902.
I Persiani di Eschilo volgarizzati in prosa. 1904.

Verlagsbuchhandlung B. G. Teubner in Leipzig:

Archiv der Mathematik und Physik. 3. Reihe, 8. Bd., 4. Heft; 9. Bd., 1. u. 2. Heft. 1905.

N. Wecklein in München:

Studien zu Ilias. Halle 1905.

Gustav Wepfer in Stuttgart:

Welche Kräfte haben die Kettengebirge gefaltet und aufgerichtet? Zürich 1905.

Georg Wilke in Hellmitzheim:

Georg Karg (Parsimonius). Scheinfeld 1904.

Ed. v. Wölfflin in München:

Archiv für lateinische Lexikographie. Bd. XIV, 1. 2. Leipzig 1905.

Bruno Wolff-Beckh in Steglitz:

Kaiser Titus und der jüdische Krieg. Berlin 1905.

Verzeichnis der eingelaufenen Druckschriften

Juli mit Dezember 1905.

Die verehrlichen Gesellschaften und Institute, mit welchen unsere Akademie in Tauschverkehr steht, werden gebeten, nachstehendes Verzeichnis zugleich als Empfangsbestätigung zu betrachten.

Das Format ist, wenn nicht anders angegeben, 8⁰.

Von folgenden Gesellschaften und Instituten:

Südslavische Akademie der Wissenschaften in Agram:

Ljetopis. Jahrg. 1904.
Rad. Bd. 160. 1905.
Zbornik. Bd. X, 1. 1905.
Starine. Bd. 31. 1905.

K. kroat.-slavon.-dalmatinisches Landesarchiv in Agram:

Vjestnik. Bd. VII, 1—4. 1905. gr. 8⁰.

Faculté de droit et des lettres in Aix:

Annales Tom 1, No. 1—3. Paris 1905.

New-York State Library in Albany:

Annual Report 1903.
State Museum Report No. 56 (4 vols). 1902.
State Museum Bulletin No. 63; 69—72; 74—76; 78—82. 1904—05.
College Department. Sixth annual Report 1903.

Naturforschende Gesellschaft des Osterlandes in Altenburg:

Mitteilungen aus dem Osterlande. N. F. Bd. XI. 1905.

Société de Antiquaires de Picardie in Amiens:

Bulletin. Année 1904, No. 2—4.

K. Akademie der Wissenschaften in Amsterdam:

Verhandelingen. Afd. Natuurkunde II. Sectie. Deel XI u. XII, 2. 1905. 4⁰.
Niuve Recks. Deel VI, 1, IX, 1.
Fanum Apollinis, carmen. 1905.
Jaarboek voor 1904.
Verslag. Wis-en natuurkundige Afdeeling 1904—05. Deel XIII, 1. 2.

Historischer Verein in Ansbach:

52. Jahresbericht. 1905. 4⁰.

Redaktion der Zeitschrift „Athena" in Athen:

Athena. Bd. 17, Heft 3. 4. 1905.

École française in Athen:

Bulletin de correspondance hellénique. 29ᵉ année 1905, No. 9—12 (Sept. bis Dez. Paris 1905.

Johns Hopkins University in Baltimore:

J. H. Hollander, The financial History of Baltimore. 1899.
Circulars. 1905, No. 3—7.
American Journal of Mathematics. Vol. 27, No. 2. 3. 1905. 4⁰.
The American Journal of Philology. Vol. 26, No. 1. 2. 1905.
American Chemical Journal. Vol. 33, No. 4—6; Vol. 34 No. 1. 2. 1905.
Johns Hopkins University Studies. Ser. XXIII, No. 3—10. 1905.
Bulletin of the Johns Hopkins Hospital. Vol. 16, No. 172—175. 177. 1905. 4⁰.

Peapody Institute in Baltimore:

38. annual Report, June 1., 1905.

Historischer Verein in Bamberg:

63. Bericht für das Jahr 1904.

Naturforschende Gesellschaft in Basel:

Verhandlungen. Bd. XVIII, 1. 1905.

Historisch-antiquarische Gesellschaft in Basel:

Basler Zeitschrift für Geschichte. Bd. V, Heft 1. 1905. 4⁰.

Universität in Basel:

Schriften der Universität aus dem Jahre 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.

Société des sciences in Bastia:

Bulletin Année 23 trimestre 3. 4. (1903) = fasc. 271—276.

R. Observatory in Batavia:

Observations. Vol. 26. 1903. 1905. fol.

Kgl. natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch Indië zu Batavia:

Natuurkundig Tijdschrift. Deel 64 (= Xᵉ Serie Deel 8) Weltevreden 1905.

K. Serbische Akademie der Wissenschaften in Belgrad:

Glas. No. 69. 1905.
Srpske etnografike Sbornik. Bd. III. 1905.

Museum in Bergen (Norwegen):

Aarbog für 1904, Heft 2. 3. 1905, Heft 1.
G. O. Sars, An Account of the Crustacea. Vol. 5, parts 9 u. 10. 1905. 4⁰.

University of California in Berkeley:

The Department of Anthropology of the University of California. 1905. gr. 8⁰.

K. Preuss. Akademie der Wissenschaften in Berlin:

Sitzungsberichte. 1905. No. 23—38. 4°.

K. geolog. Landesanstalt in Berlin:

Jahrbuch für 1902. Bd. XXIII. 1905. gr. 8°.
Abhandlungen. N. F. Heft 43. 44. 1904—05. 4°.

Deutsche Chemische Gesellschaft in Berlin:

Berichte. 38. Jahrg., No. 11—17. 1905.

Deutsche Geologische Gesellschaft in Berlin:

Zeitschrift. Bd. 56, Heft 4, 1904; Bd. 57, Heft 1 u. 2. 1905.

Deutsche Physikalische Gesellschaft in Berlin:

Die Fortschritte dér Physik im Jahre 1904. Abteilg. I. II. III. Braunschweig 1905.

Physiologische Gesellschaft in Berlin:

Zentralblatt für Physiologie. Bd. 18 Registerheft; Bd. 19 No. 8—20. 1905.
Verhandlungen. Jahrg. 1904—05, No. 5—15.
Bibliographia physiologica. 3. Serie, Vol. I, No. 1. u. 2. 1905.

Kaiserlich Deutsches Archäologisches Institut in Berlin:

Jahrbuch. Bd. XX. 1905. Heft 2 u. 3. 4°.
Die Enneakrunos von Friedrich Gräber. Athen 1905.
Bericht über die Fortschritte der römisch-germanischen Abteilung im Jahre 1904. Frankfurt 1905. 4°.

K. Preuss. Geodätisches Institut in Berlin:

Veröffentlichungen. N. F., No. 20—24. 1905/06. 4°.

K. Preuss. Meteorologisches Institut in Berlin:

Anleitung zur Anstellung meteorologischer Beobachtungen. Teil I. II. 1904/05. 4°.
Ergebnisse der Arbeiten am Äronautischen Observatorium 1903—04. 1905. 4°.
Bericht über das Jahr 1904.
Deutsches Meteorologisches Jahrbuch für 1904, Heft 1. 1905. 4°.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik in Berlin:

Jahrbuch. Bd. 34, Heft 1 u. 2. 1905.

Verein für Geschichte der Mark Brandenburg in Berlin:

Forschungen zur Brandenburgischen und Preussischen Geschichte. Bd. 18 erste und zweite Hälfte. Leipzig 1905.

Allgemeine Elektrizitätsgesellschaft in Berlin:

Geschäftsjahr 1. Juli 1904 bis 30. Juni 1905. 4°.

Zeitschrift für Instrumentenkunde in Berlin:

Zeitschrift. 25. Jahrg., 1905, Heft 7—12. 4°.

Allgemeine geschichtsforschende Gesellschaft der Schweiz in Bern:

Quellen zur Schweizer Geschichte. 24. Band. Basel 1905.

Schweizerische Naturforschende Gesellschaft in Bern:

Verhandlungen. 87. Jahresversammlung 1904 in Winterthur.

Historischer Verein in Bern:

Archiv. Bd. 18, Heft 1. 1905.
Festgabe zur 60. Jahresversammlung. Bern 4./5. Sept. 1905.

Société d'Émulation du Doubs in Besançon:

Mémoires. Série VII, Tom. 8. 1905.

R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna:

Memorie. Serie 5, Tom. 10; Serie 6, Tome 1 e Indice 1890-93. 1902-04. 4⁰.
Renticonto. N. Ser. Vol. 7. 8. 1903—04.

R. Deputazione di storia patria per le Provincie di Romagna in Bologna:

Atti e Memorie. Serie III, Vol. 23, fasc. 1—3. 1905. gr. 8⁰.

Niederrheinische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde in Bonn:

Sitzungsberichte 1904, 2. Hälfte; 1905, 1. Hälfte.

Universität in Bonn:

Schriften aus dem Jahre 1904/05 in 4⁰ und 8⁰.

Naturhistorischer Verein der preussischen Rheinlande in Bonn:

Verhandlungen. 61. Jahrg. 1904, 2. Hälfte; 62. Jahrg. 1905, 1. Hälfte.

Société des sciences physiques et naturelles in Bordeaux:

Procès-verbaux des séances Année 1903—04. Paris 1904.
Mémoires. VIe Série, tom 2, cahier 2. Paris 1904.
Observations pluviométriques 1903—04.

Société Linnéenne in Bordeaux:

Actes. Vol. 59 (= VII. Série, tom 9). 1904.

Société de géographie commerciale in Bordeaux:

Bulletin. 1905, No. 14—24.

American Academy of Arts and Sciences in Boston:

Proceedings. Vol. 40, No. 23 24; Vol. 41, No. 1—13. 1905.
The Rumford Fund of the American Academy of Arts and Sciences. 1905.

American Philological Association in Boston:

Transactions and Proceedings. Vol. 35. 1904.

Magistrat der Stadt Braunschweig:

Urkundenbuch der Stadt Braunschweig. Bd. III, Abtlg. 1—3. Berlin 1901—05. 4⁰.

Meteorologisches Observatorium in Bremen:

Meteorologisches Jahrbuch der Hansestadt Bremen. XV. Jahrg. 1904. 1905 fol.

Schlesische Gesellschaft für vaterländische Kultur in Breslau:

82. Jahresbericht 1904 und Ergänzungsheft zum 81. Jahresbericht.

Mährisches Landesarchiv in Brünn:

Aug. Prokop, Die Markgrafschaft Mähren in kunstgeschichtlicher Beziehung. 4 Bände. Wien 1904. fol.
Libri citationum et sententiarum ed. V. Brandl. Vol. 1—6 1872—1895.

Mährisches Landesmuseum in Brünn:

Zeitschrift. Bd. V, Heft 2 u. 4. 1905.

Deutscher Verein für die Geschichte Mährens u. Schlesiens in Brünn:

Zeitschrift. IX. Jahrg., Heft 3. 1905. gr. 8⁰.

Académie Royale de médecine in Brüssel:

Bulletin. IV. Série, tom 19, No. 6—8. 1905.

Académie Royale des sciences in Brüssel:

Bulletin. a) Classe des lettres 1905, No. 6—8.
b) Classe des sciences 1905, No. 6—8.

Jardin botanique de l'état in Brüssel:

Bulletin. Vol. I, fasc. 5. 6. 1904—05. 4⁰.

Société des Bollandistes in Brüssel:

De codicibus hagiographicis Johannis Gielemans. 1895.
Hippolyte Delehaye, Les Légendes hagiographiques. 1905.
Analecta Bollandiana. Tome XXIV, fasc. 3 u. 4. 1905.

Société géologique de Belgique in Brüssel:

Annales. Vol. 31, livre 4; vol. 32, livre 2. Liège 1905.

K. Ungarische Akademie der Wissenschaften in Budapest:

Die im Jahre 1904—05 erschienenen Schriften der Akademie.

K. Ungar. Geologische Anstalt in Budapest:

Mitteilungen. Bd. XIV, 2. 3. 1905.
Földtani Közlöny. Bd. 35, Heft 4—7. 1905.

Statistisches Bureau der Haupt- und Residenzstadt Budapest:

Statistisches Jahrbuch. VI. Jahrg. 1903. 1905. 4⁰.

K. Ungarische naturwissenschaftliche Gesellschaft in Budapest:

Ornithologische Fragmente aus den Handschriften von Johann Salamon von Petényi. 1905.
Ráth Arnold, Könyveinek Czímjegyzéke. 1901.
Kurt Lampert, Az édesvizek étete. 1904.

Academia nacional de ciencias in Buenos Aires:

Boletin. Tom. XVII, No. 4. 1904.

Museo nacional in Buenos Aires:

Anales. Serie III, tomo 4. 1905. 4⁰.

Deutsche akademische Vereinigung in Buenos Aires:

Veröffentlichungen. 1. Band, Heft 8. 1904.

Botanischer Garten in Buitenzoorg (Java):

Mededeelingen van het Departement von Landbouw I. Batavia 1904. 4⁰.
Mededeelingen. No. LXXV. 1904. 4⁰.
Observations météorologiques 1901. 1902. 1904—05. fol.
Verslag Jaar 1904. 1905. 4⁰.

Meteorological Department of the Government of India in Calcutta:

Monthly Weather Review. January—April 1905. fol.
Report on the Administration 1904/05. 1905. fol.

Royal Asiatic Society of Bengal in Calcutta:

Bibliotheca Indica. New Ser., No. 1113—1127. 1905.
Journal. No. 421—430. 1904.
Proceedings. No. 6—10. No. 11 extra No. 1904.
Journal and Proceedings. Vol. I, No. 1—4. 1905.

Geological Survey of India in Calcutta:

Records. Vol. 32, part 2 u. 3 1905, 4⁰.
Paläontologica Indica. N. Series, Vol. II, Memoir No. 2. 1905. 4⁰.

Museum of comparative Zoology at Harvard College in Cambridge, Mass.:

Bulletin. Vol. 46, No. 6—10; Vol. 48, No. 1; Vol. 49, No. 1. 2. 1905.
Annual Report for 1904—05. 1905.
Memoirs. Vol. 26, No. 5; Vol. 30, No. 2; Vol. 32. 1905.

Astronomical Observatory of Harvard College in Cambridge, Mass.:

Circular. No. 76—78, 93—104. 1905. 4⁰.
Annual Report for 1904—05. 4⁰.
Annals. Vol. 53, No. 5—9; Vol. 56, No. 3 und Appendix zu No. 2. 1905. 4⁰.
Harvard Oriental. Series Vol. 9. 1905.

Philosophical Society in Cambridge:

Proceedings. Vol. XIII, 3. 1905.
Transactions. Vol. XX, No. 1—6. 1905. 4⁰.

Geological Kommission, Colony of the Cape of Good Hope in Cape Town:

9th Annual Report for 1904. 1905. 4⁰.

Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania:

Bollettino mensile. Nuova Ser., fasc. 86. 1905.

Società di Storia patria in Catania:

Archivio storico per la Sicilia orientale. Anno II, fasc. 2. 1905. gr. 8⁰.

Société des sciences naturelles in Cherburg:

Mémoires. Tom. 34. Paris 1904.

Academy of sciences in Chicago:

Special Publication No. I. 1902.
Bulletin. No. III, 2, IV, V. 1902.

Field Columbian Museum in Chicago:

Publications. No. 96—101. 103. 1905.

Yerkes Observatory of the University of Chicago:

Report for the period July 1, 1899 to June 30, 1904. 1904. 4⁰.

Zeitschrift „Astrophysical Journal" in Chicago:

Journal. July 1905.

Historisch-antiquarische Gesellschaft für Graubünden in Chur:

34. Jahresbericht. Jahrg. 1904.

Naturforschende Gesellschaft Graubündens in Chur:

Jahresbericht. Neue Folge. Bd. 47. 1905.

Observatory in Cincinnati:

Publications. No. 15. 1905. 4°.

University in Cincinnati:

Studies. Series II, Vol. 1, No. 3. 1905.
Record. Ser. I, Vol. 1, No. 7. 10. 11; Vol. 2, No. 1. 1905.
Record. Annual Reports 1904.

Archaeological Institute of America in Cleveland, Ohio:

Supplementary Papers to the American School of classical studies in Rome. Vol. I. 1905. New-York. 4°.
American Journal of Archaeology. Vol. IX, No. 4 and Supplement zu Vol. IX. Norwood 1905.

University of Missouri in Columbus.

Studies. Social Science Series. Vol. 1. 1905.
Laws Observatory. Bulletin No. 2—5. 1905. 4°.

Academia nacional de ciencias in Cordaba (Republik Argentinien):

Boletin. Tom. 18, entr. 1. Buenos Aires 1905.

Naturforschende Gesellschaft in Danzig:

Schriften. N. F. Bd. XI, Heft 3. 1905.

Westpreussischer Geschichtsverein in Danzig:

Mitteilungen. Jahrg. 4, No. 1—4. 1905.
Geschichte der Stadt Deutsch Eglau. Von J. Kaufmann. 1905.
Zeitschrift. Heft 48. 1905. 4°.

Kaiserl. Gouvernement von Deutsch-Ostafrika in Dar-es-Salam:

Berichte über Land- und Forstwirtschaft in Deutsch-Ostafrika. Bd. II Heft 5 u. 6. Heidelberg 1905.

Historischer Verein für das Grossherzogtum Hessen in Darmstadt:

Archiv für Hessische Geschichte. Neue Folge. Bd. 2, Heft 3. 1905.
Quartalblätter. N. Folge. Bd. 3, No. 13—16. 1904.

Colorado Scientific Society in Denver, Colorado:

Proceedings. Vol. VII, S. 341—346 und Index zu Vol. VII u. VIII, S. 1—30 und 39—54 u. LXXV—XC. 1904—05.

Verein für Anhaltische Geschichte in Dessau:

Mitteilungen. Bd. X, 2. 1905.

Académie des Sciences in Dijon:

Mémoires. IV. Serie. Tome 9, 1903—04. 1905.

Union géographique du Nord de la France in Douai:

Bulletin. Tom. 29. trimestre 3. 4. 1904.

K. Sächsischer Altertumsverein in Dresden:

Jahresbericht 1904—05 1905.
Neues Archiv für sächsische Geschichte. Bd. 26. 1905.

Verein für Erdkunde in Dresden:

Carl Ribbe, Muschelgeld-Studien. 1905. 4⁰.

Royal Irish Academy in Dublin:

Proceedings. Vol. XXV, Section B, No. 6; Section C, Part 2 u. No. 12. 1905.

Royal Society in Dublin:

The economic Proceedings. Vol. I, part 6. 1906.
The scientific Proceedings. Vol. X, part 3; Vol. XI, No. 1—5. 1905.

Pollichia in Dürkheim:

Mitteilungen. Heft 20. 21. 1904—05. 4⁰.

American Chemical Society in Easton, Pa.:

The Journal. Vol. 27, No. 7—12. (July—Dec.) 1905.

Royal Society in Edinburgh:

Proceedings. Vol. XXV, No. 9—12. 1905.

Verein für Geschichte der Grafschaft Mansfeld in Eisleben:

Mansfelder Blätter. 19. Jahrg. 1905.

Gesellschaft für bildende Kunst u. vaterländische Altertümer in Emden:

Jahrbuch. Bd. 15, Heft 2. 1905.

K. Akademie gemeinnützìger Wissenschaften in Erfurt:

Jahrbücher. N. F. Heft 31. 1905.

K. Universitätsbibliothek in Erlangen:

Schriften aus d. J. 1904/05 in 4⁰ und 8⁰.

Reale Accademia dei Georgofili in Florenz:

Atti. Serie V, vol. 2, disp. 2. 1905.

Senckenbergische naturforschende Gesellschaft in Frankfurt a/M.:

Abhandlungen. Bd. XXVII, 4. 1905. 4⁰.
Bericht. 1905.

Naturwisssenschaftlicher Verein in Frankfurt a. O.:

Helios. Bd. XXII. 1905.

Breisgau-Verein Schau-ins-Land in Freiburg i. Br.:

„Schau-ins-Land". 31. Jahrlauf. 1904. fol.

Kirchengeschichtlicher Verein in Freiburg i. Br.:

Freiburger Diöcesan-Archiv. N. F. Bd. VI. 1905.

Universität in Freiburg i. Br.:

Schriften aus d. J. 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.

Universität in Genf:

Schriften aus d. J. 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.

Museo civico di storia naturale in Genua:

Annali. Serie 3a, Vol. 1 (41). 1904.

Società Ligure di storia patria in Genua:

Giornale storico. Anno VI, fasc. 4—12. 1905.

Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde in Giessen:

34 Bericht. 1905.

Universität in Giessen:

Schriften aus d. J. 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.

Oberhessischer Geschichtsverein in Giessen:

Mitteilungen. N. F. Bd. 13. 1905.

Stadsbibliothek in Göteborg:

Göteborgs Högskolas Arsskrift. Bd. 10. 1904.

K. Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen:

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1905, No. 7—11. Berlin. gr. 8⁰.
Abhandlungen. N. F.
a) Philol.-hist. Klasse. Bd. VIII, No. 3 u. 6.
b) Mathem.-physikal. Klasse. Bd. III, No. 4; Bd. IV, No. 3. u. 4. Berlin 1905. 4⁰.
Nachrichten. a) Philol.-hist. Klasse. 1905, Heft 3.
b) Mathem.-phys. Klasse. 1905, Heft 3.
c) Geschäftliche Mitteilungen. 1905, Heft 1. gr. 8⁰.

Rügisch-Pommerscher Geschichtsverein in Greifswald:

Pommersche Jahrbücher. Bd. VI. 1905.

Naturwissenschaftlicher Verein für Neu-Vorpommern in Greifswald:

Mitteilungen. 36. Jahrg. 1904. Berlin 1905.

K. Instituut voor de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch Indië im Haag:

Bijdragen. VII. Reeks. Deel IV afl. 3. 4. 1905.

Teylers Genootschap in Haarlem:

Archives. Ser. II, Vol. IX, partie 2—4. 1904—05. 4⁰.

Société Hollandaise des Sciences in Haarlem:

Archives Néerlandaises des sciences exactes. Série II, Tom. 10, livr. 3, 4 et 5. La Haye 1905.

Kaiserl. Leopoldinisch-Carolinische Deutsche Akademie der Naturforscher in Halle:

Leopoldina. Heft 41, No. 6—11. 1905. 4⁰.

Deutsche morgenländische Gesellschaft in Halle:

Zeitschrift. Bd. 59, Heft 3. Leipzig 1905.

Universität Halle:

Schriften aus 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.

Naturwissenschaftlicher Verein für Sachsen und Thüringen in Halle:

Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd. 77, Heft 3—6. Stuttgart 1905.

Thüringisch-sächsischer Verein zur Erforschung des vaterländischen Altertums in Halle:

Neue Mitteilungen. Bd. XXII, 2. 1905.

Stadtbibliothek in Hamburg:

Schriften der wissenschaftl. Anstalten Hamburgs i. J. 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.

Verein für Hamburgische Geschichte in Hamburg:

Mitteilungen. 1904. 24. Jahrg. 1905.
Zeitschrift. Bd. XII, 2. 1905.

Historischer Verein für Niedersachsen in Hannover:

Atlas vorgeschichtlicher Befestigungen in Niedersachsen v. Carl Schuchardt. Heft VIII. 1905. fol.
Zeitschrift. Jahrg. 1905, Heft 1—3. 1905.

Grossherzogl. Sternwarte in Heidelberg:

Mitteilungen. No. 5. 6. Karlsruhe 1905.

Reichslimeskommission in Heidelberg:

Der obergermanisch-raetische Limes des Römerreiches. Lief. XXV. 1905. 4⁰

Commission géologique de Finlande in Helsingfors:

Bulletin. No. 15. 1905.

Institut Météorologique central in Helsingfors:

Observations météorologiques faites en 1900. fol.

Universität in Helsingfors:

Schriften aus d. J. 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.

Verein für siebenbürgische Landeskunde in Hermannstadt:

Archiv. N. F., Bd. 31, Heft 3. 1905.
Jahresbericht für das Jahr 1904.

Verein für Sachsen-Meiningische Geschichte in Hildburghausen:

Schriften. 34. Heft. 1899. gr. 8⁰.

Ferdinandeum in Innsbruck:

Zeitschrift. 3. Folge, Heft 49. 1905.

Journal of Physical Chemistry in Ithaca, N.Y.:

The Journal. Vol. IX, No. 6—9. 1905.

Université de Jassy:

Annales scientifiques. Tom. III, fasc. 2 u. 3. 1905.

Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft in Jena:

Denkschriften. Liefg. 24 u. 25. 1905. fol.
Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd. 40, Heft 1—4. 1905.

Botanisches Institut in Jena.

Bericht über die Schleiden-Gedächtnisfeier an der Universität Jena am 18. Juni 1904. 4⁰.

Verein für Thüringische Geschichte und Altertumskunde in Jena:

Zeitschrift. Neue Folge. Bd. 15, Heft 2; Bd. 16, Heft 1. 1905.

South African Association for the Advancement of sciences in Johannesburg:

Report. Second Meeting 1904.

Gelehrte Estnische Gesellschaft in Jurjew (Dorpat):

Verhandlungen. Bd. 21, Heft 2. 1904.
Sitzungsberichte. 1904.

Naturforschende Gesellschaft bei der Universität Jurjew (Dorpat):

Archiv für Naturkunde. Serie II, Bd. XII, 3. 1905.
Sitzungsberichte. Bd. 13, Heft 3. 1905.
Schriften. No. XIV. XV. 1904. 4⁰.

Universität Jurjew (Dorpat):

Schriften aus dem Jahre 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.

Naturwissenschaftlicher Verein in Karlsruhe:

Verhandlungen. 18. Bd., 1904—05. 1905.

Badische Historische Kommission in Karlsruhe:

Zeitschrift für die Geschichte des Oberrheins. N. F., Bd. XX, Heft 3 und 4. 1905.
Bericht über die 24. Plenarsitzung. Heidelberg 1905.
Topographisches Wörterbuch des Grossherzogtums Baden. Bd. II, 2. Halbband. Heidelberg 1905.

Universität Kasan:

Utschenia Sapiski. Bd. 72, Heft 7 u. 9—12. 1905.

Verein für hessische Geschichte und Landeskunde in Kassel:

Lud. Armbrust, Geschichte der Stadt Melsungen. 1905.

Verein für Naturkunde in Kassel:

Abhandlungen und Bericht XLIX für 1903—05. 1905.

Gesellschaft für Schleswig-Holsteinsche Geschichte in Kiel:

Zeitschrift. Bd. 35. 1905.

Sternwarte in Kiel:

Astronomische Beobachtungen. Bd. 1. Leipzig 1905. 4⁰.

K. Universität in Kiel:

Schriften aus dem Jahre 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.

Naturwissenschaftlicher Verein in Kiel:

Schriften. Bd. XIII, Heft 1. gr. 8⁰.

Universität in Kiew:

Iswestija. Bd. 45, No. 5—10. 1905.

Naturhistorisches Landesmuseum in Klagenfurt:

Jahrbuch. Heft 27. 1905.
Carinthia II. 95. Jahrg. 1905, No. 3 u. 4.

Universität in Königsberg:

Schriften aus dem Jahre 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.

K. Akademie der Wissenschaften in Kopenhagen:

Oversigt. 1905, No. 4. 5.
Mémoires. Section des sciences. Serie VII, Tom. 1, No. 4; Tom. 2, No. 4; Tom. 6, No. 3. 1905. 4⁰.

Conseil permanent international pour l'exporation de la mer in Kopenhagen:

Bulletin. Année 1904—05, No. 3. 4°.
Rapports et Procès verbaux. Vol. III. 1905. 4°.
Publications de circonstance, No. 13 B, 24—27. 1905.

Akademie der Wissenschaften in Krakau:

Rozprawy. Filolog. tom. 25. hist. tom. 22. 1905.
Biblioteka pisarzow polskich. No. 50—53. 1905.
Sprawozdanie komisyi fizyograficznej. tom. 38. 1905.
Katalog literatury naukowej polskiej. Tom. 4, Heft 4. 1905.
Anzeiger a) Philol. Klasse. 1905, No. 3—7.
b) Math. Klasse. 1905, No. 5—7. 1905

College of Science and Engineering in Kyōto:

Memoirs. Vol. I, No. 2. 1905.

Historischer Verein in Landshut:

Verhandlungen. Bd. 41. 1905.

Direction de statistique de la Province de Buenos Aires in La Plata:

Demografía. Anno 1900. 1902. 1905. 4°.

Société Vaudoise des sciences naturelles in Lausanne:

Bulletin. 5e Série, tom. 41, No. 152. 153. 1905.

Maatschappij van Nederlandsche Letterkunde in Leiden:

Handelingen. 1904—05. 1905.
Levensberichten. 1904—1905. 1905.

K. Gesellschaft der Wissenschaften in Leipzig:

Abhandlungen der philol.-hist. Klasse. Bd. XXIII, 1. 2. 1905. 4°.
Abhandlungen der mathem.-physikal. Klasse. Bd. XXIX, 3. 4. 1905. 4°.
Berichte der philol.-hist. Klasse. Bd. 56, No. 4. 5; Bd. 57, No. 1—4. 1905.
Berichte der math.-physik. Klasse. Bd. 56, No. 5; Bd. 57, No. 1—4. 1905.

Fürstlich Jablonowski'sche Gesellschaft in Leipzig:

Preisschriften. No. 39. 1905. 4°.

Verein für Erdkunde in Leipzig:

Mitteilungen. 1904.

Cuerpo de Ingenieros de Minas del Peru in Lima:

Boletín. No. 24 u. 25. 1905.

Museum Francisco-Carolinum in Linz:

63. Jahresbericht. 1905.

Sociedade de geographia in Lissabon:

Boletim. 1905. No. 5—10.

Zeitschrift „La Cellule" in Loewen:

La Cellule. Tom XXII, fasc. 1. 1905. 4°.

The English Historical Review in London:

Historical Review. Vol. XX, No. 79 u. 80. 1905.

Royal Society in London:

Reports of the sleeping sickness commission, No. 5. 6. 1905.
Proceedings. Series A. Vol. 76, No. 510—513. Vol. 77, No. 514.
" B. Vol. 76, No. 510—513. Vol. 77, No. 514. 515. 1905. gr. 8°.
Philosophical Transactions. Series A, Vol. 204. 1905. 4°.

R. Astronomical Society in London:

Monthly Notices. Vol. 65, No. 8 u. 9; Vol. 66, No. 1. 1905.
Memoirs. Vol. 57, part 1. 2. 1904—05. 4°.

Chemical Society in London:

Journal. No. 603. 604. 515—518. (July—Dec.). 1905.
Proceedings. Vol. 21, No. 299 u. 230. 1905.

Geological Society in London:

The quarterly Journal. Vol. 55. 56. 60, part 1—4; Vol. 61, part 1—3. 1899—1905.

Linnean Society in London:

Proceedings. Oktober. 1905
The Journal. a) Botany. Vol. 36, No. 255—256; Vol. 37, No. 258. 259; b) Zoology. Vol. 29, No. 102. 1905.
The Transactions. a) Zoology Vol. IX, part 6—9, Vol. X, part 1—3; b) Botany Vol. VI, part 10. 11; Vol. VII, part 1. 2; 1904—05. 4°.
List of the Linnean Society 1905—06. 1905.

R. Microscopical Society in London:

Journal. 1905, part 4—6.

Zoological Society in London:

Proceedings. 1905. Vol. I, part 1 u. 2.

Société géologique de Belgique in Lüttich:

Annales. Tom 32, livr. 3. 1905.

Historischer Verein der fünf Orte in Luzern:

Der Geschichtsfreund. Bd. 60. Stans. 1905.

Académie des sciences in Lyon:

Mémoires. Sciences et Lettres. IIIe Série, Tom 8. 1905. gr. 8°.

Société d'agriculture, science et industrie in Lyon:

Annales. VIII. Sér., Tome 2, 1904. 1905. gr. 8°.

Société Linnéenne in Lyon:

Annales. Année 1904, Tom 51. 1905. gr. 8°.

Université in Lyon:

Annales. Nouv. Sér. II. Droit, lettres. fasc. 14. 1905.

Kodaikánal Observatory in Madras:

Bulletin No. 2. 3. 1905. fol.

R. Academia de ciencias exactas in Madrid:

Revista. Tom 2, No. 5. Tom 3, No. 1. 2. 1905.
Anuario. Tom 22. 1905. 4°.

R. Academia de la historia in Madrid:

Boletín. Tom. 47, cuad. 1—6. 1905. 4⁰.

Museum für Natur- und Heimatkunde in Magdeburg:

Abhandlungen und Berichte. Bd. I, Heft 1. 1905.

Fondazione scientifica Cagnola in Mailand:

Atti. Vol. XIX. 1905.

R. Istituto Lombardo di scienze in Mailand:

Rendiconti. Serie II, Vol. 38, fasc. 5—16. 1905.
Memorie. a) Classe di lettere Vol. 21, fasc. 5; Classe di scienze Vol. 20, fasc. 5. 6. 1905. 4⁰.

Società Italiana di scienze naturali in Mailand:

Atti. Vol. 44, fasc. 2. 1905.

Società Storica Lombarda in Mailand:

Archivio Storico Lombardo. Serie IV, Anno 32, fasc. 6 u. 7. 1905.

Verein zur Erforschung der rheinischen Geschichte in Mainz:

Zeitschrift. Band 4, No. 4. 1905.

Literary and philosophical Society in Manchester:

Memoirs and Proceedings. Vol. 49, part 3. 1905.

Philippine Weather Bureau in Manila:

Bulletin. Dec. 1904; Jan.—June 1905. 4⁰.
Annual Report for the year 1903. Part 2. 1905. 4⁰.

Ethnological Society in Manila:

The Bontoc Igorot, by A. E. Jenks. 1905.

Altertumsverein in Mannheim:

Mannheimer Geschichtsblätter. 6. Jahrg. 1905, No. 8—12; 1906, No. 1. 4⁰.

Universität in Marburg:

Schriften aus dem Jahre 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.

Abbaye de Maredsous:

Revue Bénédictine. Année 22, No. 4. 1905.

Royal Society of Victoria in Melbourne:

Proccedings. Vol. XVIII, part 1. 1905.

Accademia Peloritana in Messina:

Atti. Vol. XX, fasc. 1. 1905.

Académie in Metz:

Mémoires. 1903—04. 3ᵉ Série. Année 33. 1905.

Instituto geológico in Mexico:

Boletín. No. 20. 1905. 4⁰.

Observatorio meteorológico in Mexico:

Boletín mensual. Sept. 1902, Mayo 1904. fol.

Sociedad científica „Antonio Alzate“ in Mexico:

Memorias y revista. Tom. 13, No. 9. 10; Tom. 21, No. 1—8. 1904.

Musée océanographique in Monaco:

Résultats. Fasc. XXX. 1905. fol.
Bulletin. No. 42. 43. 45—55. 1905.

Museo nacional in Montevideo:

Annales. Tom II. Flora Uruguaya p. 293—375. 1905. 4⁰.

Académie de sciences et lettres in Montpellier:

Mémoires. Section de médecine. 2ᵉ Sér. Tom 2 No. 2. 1905.

Mathematische Gesellschaft in Moskau:

Matematitscheskij Sbornik. Tom XXV, 1. 2. 1904—05. gr. 8⁰.

Lick Observatory in Mount Hamilton, California:

Bulletin. No. 77—87. 1905.

Statistisches Amt der Stadt München:

Münchener Statistische Jahresübersichten für 1904. 1905. 4⁰.

Hydrotechnisches Bureau in München:

Flächenverzeichnis Heft V. 1905. 4⁰.
Jahrbuch. 1904 Heft 5; 1905 Heft 2 u. 3. 4⁰.

Generaldirektion der K. B. Posten und Telegraphen in München:

Verzeichnis der erscheinenden Zeitungen. Preisverzeichnis der Zeitungen. I. Abteilung; II. Abteilung 1905. fol.

K. Belgisches Generalkonsulat in München:

Annales du Musée du Congo. gr. 4⁰.
Zoologie. Série I, Tom. 1, fasc. 3—6. 1899—1900.
„ II, „ 1, „ 1. 2. 1898.
„ III, „ 1. 2. 1903—05.
Botanique. Série I, Tom. 1, fasc. 1—8. 1898—1902.
„ II, „ 1, „ 1. 2, part 1. 2. 1899—1900.
„ III, „ 1, „ 1. 2. 1901.
„ IV, „ 1—3. 1902—03.
„ V, Vol. 1, „ 1. 2. 1903—04.
„ VI, „ 1. 1904.
Ethnographie et Anthropologie.
Série III, Tom 1, fasc. 1. 1902.
„ IV, „ 1—5. 1903—04.
G. A. Boulenger, Les Poissons du Bassin du Congo. Bruxelles 1901.
Émile de Wildemann, Notices sur les plantes utiles ou intéressantes de la Flore du Congo. Partie I. II. III. Bruxelles 1903—05.

K. Bayer. Technische Hochschule in München:

Personalstand im Wintersemester 1905/06.
Programm im Wintersemester 1905/06.

Metropolitan-Kapitel München-Freising in München:

Amtsblatt der Erzdiözese München und Freising. 1905. No. 17—31.

K. Oberbergamt München:

Geognostische Jahreshefte. 16. Jahrg. 1905. 4⁰.

Universität in München:

Schriften aus dem Jahre 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.
Amtliches Verzeichnis des Personals. Wintersemester 1905/06.
Verzeichnis der Vorlesungen im Wintersemester 1905/06.

Aerztlicher Verein in München:

Sitzungsberichte. Bd. XIV. 1904.

Historischer Verein in München:

Altbayerische Monatsschrift. Jahrg. 5, 1905, Heft 4—6; Jahrg. 6, 1906, Heft 1 u. 2. 4⁰.

Verlag der Hochschul-Nachrichten in München:

Hochschul-Nachrichten. 1905. No. 178—183. 4⁰.

Société des sciences in Nancy:

Bulletin. Série III, tom. 5, fasc. 3. 4; tom. 6, fasc. 1. 2. Paris 1904—05. gr. 8⁰.

Accademia delle scienze fisiche e matematiche in Neapel:

Atti. Serie II, Vol. 12. 1905. 4⁰.

Zoologische Station in Neapel:

Mitteilungen. Bd. 17, Heft 3. Berlin 1905. gr. 8⁰.

Historischer Verein in Neuburg a/D.:

Neuburger Kollektaneen-Blatt. 66. u. 67. Jahrg. 1902 u. 03. 1905.

Académie in Neuchatel:

Recueil de Travaux de la faculté des lettres, fasc. 1. 1905.

Société des sciences naturelles in Neuchatel:

Bulletin. Tom. 29, année 1900—01; tom. 30, année 1901—02.

Institute of Engineers in New-Castle (upon-Tyne):

Transactions. Vol. 52, No. 8; vol. 53, No. 5; vol. 54, No. 8; vol. 55, No. 4. 1905.

The American Journal of Science in New-Haven:

Journal. IV. Ser. Vol. 20, No. 116—120. 1905.

American Oriental Society in New-Haven:

Journal. Vol. XXVI, first half. 1905.

Academy of Sciences in New-York:

Annals. Vol. 16, part 2. 1905.

American Museum of Natural History in New-York:

Bulletin. Vol. 17, part 3, p. 119—346. 1905.
Annual Report for the year 1904.
Journal. Vol. V, No. 3. 4. 1905.

American Geographical Society in New-York:

Bulletin. Vol. 37, No. 8—12. 1905.

Archaeological Institut of America in Norwood, Mass.:

American Journal of Archaeology. II. Series, Vol. IX, 3. 1905.

Mines Branch, Department of the Interior in Ottawa:

Mica, its Occurrence, Exploitation and Uses. 1905.
Asbestos, ts Occurrence, Exploitation and Uses. 1905.

Royal Society of Canada in Ottawa:
Proceedings and Transactions. II. Series, Vol. 10, part 1. 2. 1905.

Accademia scientifica Veneto-Trentino-Istriana in Padua:
Atti. N. Ser., Anno II, fasc. 1. 1905.

Redaction der Zeitschrift „Rivista di storica antica" in Padua:
Rivista. N. Ser., Anno X, fasc. 1. 1905.

Circolo matematico in Palermo:
Rendiconti. Tom. 20, fasc. 1 u. 2. 1905. 4⁰.

Collegio degli Ingegneri in Palermo:
Atti 1905. Gennaio—Giugno. 1905. 4⁰.

Società di scienze naturali ed economiche in Palermo:
Giornale. Vol. XXV, Anno 1905. 4⁰.

Académie de médecine in Paris:
Bulletin. 1905, No. 28—43.

Académie des Sciences in Paris:
Comptes rendus. Tom. 141, No. 2—26.

École polytechnique in Paris:
Journal. II. Série. Cahier 10. 1905. 4⁰.

Comité international des poids et mesures in Paris:
Procès-verbaux. IIe Série, Tom. 3. Session de 1905.

Moniteur Scientifique in Paris:
Moniteur. Livr. 764—768 (Août—Dec. 1905.) 4⁰.

Musée Guimet in Paris:
Annales. Bibliothèque d'études. Tom. 16. 17. Paris 1904—05.
Revue de l'histoire des réligions. Tom. 50, No. 3; Tom. 51, No. 1. 2. 1904—05.

Muséum d'histoire naturelle in Paris:
Bulletin. Année 1904, No. 6—8; 1905, No. 1—5.

Société d'anthropologie in Paris:
Bulletins. 1904, fasc. 4—6; 1905, fasc. 1. 2. gr. 8.

Société des études historiques in Paris:
Revue. Année 71, Juillet—Décembre 1905.

Société de géographie in Paris:
La Géographie. Tom. X, No. 6; tom. XI, No. 1—6; tom. XII, No. 1. 2. 1904—05. 4⁰.

Société mathématique de France in Paris:
Bulletin. Tom. 33, fasc. 3 u. 4. 1905.

Société zoologique de France in Paris:
Bulletin. Tom. XXIX. 1904.
Tables du Bulletin et des Mémoires. Année 1876 à 1895. 1905.
Mémoires. Tome XVII. 1904.

Western Australia Geological Survey in Perth:

Bulletin. No. 16—18. 20. 1904.

Académie Impériale des sciences in St. Petersburg:

Byzantina Chronika. Tom. XI, No. 1—4. 1904. 4°.
Mémoires. a) Classe historico-philologique. Vol. VI, No. 7; Vol. VII, No. 1. 2. b) Classe physico-mathém. Vol. XVI, No. 4–10. 1904. 4°.
Bulletin. Tom. 17, No. 5; 18, No. 1—5; 19, No. 1—5; 20, No. 1—5; 21, No. 1–4. 1902—04. 4°.

Kaiserl. Botanischer Garten in St. Petersburg:

Acta horti Petropolitani. Tom. XXIV, 2. 1905. 4°.

Kaiserl. Russische archäologische Gesellschaft in St. Petersburg:

Sapiski. a) Orientalische Abteilung, Tom. XV, 2. 3. b) Russische und slavische Abteilung, Tom. V, 2, VI. c) Klassische Abteilung, Tom. I. III. 1904. 4°.

Kaiserl. mineralogische Gesellschaft in St. Petersburg:

Materialien zur Geologie Russlands. Bd. XXII, Liefg. 2. 1905.
Verhandlungen II. Serie, Bd. 42, Liefg. 2. 1905.

Physikal.-chem. Gesellschaft an der Kais. Universität St. Petersburg:

Schurnal. Tom. 37, Heft 5—7. 1905.

Academy of natural Sciences in Philadelphia:

Proceedings. Vol. 57, part 1 u. 2. 1905.

Historical Society of Pennsylvania in Philadelphia:

The Pennsylvania Magazine of History. Vol. XXIX, No. 115 u. 116. July. 1905.

American Philosophical Society in Philadelphia:

Proceedings. Vol. 44, No. 179. 180. 1905.

Società Italiana di fisica in Pisa:

Il nuovo Cimento. Serie V, Maggio—Settembre. 1905.

Gesellschaft zur Förderung deutscher Wissenschaft, Kunst und Literatur in Prag:

Beiträge zur deutsch-böhmischen Volkskunde. Bd. 5, Heft 3; Bd. 6. 1905.
Bibliothek deutscher Schriftsteller aus Böhmen. Bd. 16. 1905.

K. Böhmische Gesellschaft der Wissenschaften in Prag:

Catalogus codicum manuscriptorum latinorum. Pars I 1905.

Mathematisch-physikalische Gesellschaft in Prag:

Prace matematyczno-fizyczne. Tom. 16. Warschau 1905.

Landesarchiv des Königreichs Böhmen in Prag:

Monumenta Vaticana res gestas bohemicas illustrantia. Vol. V, 2. 1905. 4°.

Museum des Königreichs Böhmen in Prag:

Časopis. Bd. 79, Heft 3. 4. 1905.

K. K. Sternwarte in Prag:

Magnetische u. meteorologische Beobachtungen im Jahre 1904. 1905. 4°.

Verein böhmischer Mathematiker in Prag:

Sbornik. Bd. 9. 1904.
Časopis. Bd. 34, Heft 4. 5. 1905.

Verein für Geschichte der Deutschen in Böhmen in Prag:

Mitteilungen. 43. Jahrg., No. 1—4. 1904.

Kgl. Botanische Gesellschaft in Regensburg:

Denkschriften. Bd. IX. 1905.

Historischer Verein in Regensburg:

Verhandlungen. Bd. 56. 1904.

Bibliotheca Nacional in Rio de Janeiro:

Calogeras, As Minas do Brasil I. 1904.

Observatorio in Rio de Janeiro:

Annuario. XXI. 1905.
Boletim mensal. Octubro à Dezembro 1904. 1905. 4⁰.

Reale Accademia dei Lincei in Rom:

Atti. Serie V. Notizie degli scavi. Vol. 1. Indice. Vol. 2, fasc. 1—7. 1905. 4⁰.
Atti. Serie V, Rendiconti. Classe di scienze fisiche. Vol. 14, 1⁰ semestre, fasc. 12; Vol. 14, 2⁰ semestre, fasc. 1—11. 1905. 4⁰.
Rendiconti. Classe di scienze morali. Serie V, vol. 14, fasc. 1—6. 1905.
Rendiconto dell' adunanze solenne del 4 Giugno 1905. 1905. 4⁰.

R. Comitato geologico d'Italia in Rom:

Bollettino. Anno 1905, No. 2.

Kaiserl. Deutsches Archäologisches Institut (röm. Abt.) in Rom:

Mitteilungen. Bd. XX, fasc. 1 u. 2. 1905.

R. Ministero della Instruzione pubblica in Rom:

Opere di Galileo Galilei. Vol. XVI. Firenze 1905. 4⁰.
Cataloghi dei codici orientali fasc. 7. Firenze. 1904.

Società Italiana delle scienze in Rom:

Memorie. Ser. III, tom. 13. 1905. 4⁰.

R. Società Romana di storia patria in Rom:

Archivio. Vol. 28, fasc. 1. 2. 1905.

Universität Rostock:

Schriften aus dem Jahre 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.

Académie des sciences in Rouen:

Précis analytique des travaux. Année 1903—04. 1904.

R. Accademia di scienze degli Agiati in Rovereto:

Atti. Serie III, Vol. 11, fasc. 2. 1905.

École française d'Extrême-Orient in Saigon:

L'Art gréce-bouddhique de Gandhâra par A. Foucher. Tom. 1. Paris 1905. gr. 8.
Bulletin. Tom. 5, No. 1. 2. Hanoi 1905. 4⁰.

Gesellschaft für Salzburger Landeskunde in Salzburg:

Mitteilungen. 45. Vereinsjahr 1905.

Historischer Verein in St. Gallen:

Neujahrsblatt 1904/05. 4⁰.
Mitteilungen zur vaterländischen Geschichte. Bd. 29, 2. Hälfte. 1905.
Urkundenbuch der Abtei Sankt Gallen. Teil V, Lief. 1. 1904. 4⁰.
Festschrift. 1904.

Missouri Botanical Garden in St. Louis:

XVIth annual Report. 1905.

Instituto y Observatorio de marina de San Fernando (Cadiz):

Almanaque náutico para el año 1907. 1905. 4⁰.

Sociedade scientifica di São Paulo in S. Paulo:

Revista. No. 1 u. 2. (Junho u. Sept.) 1905.

Verein für mecklenburgische Geschichte in Schwerin:

Jahrbücher u. Jahresberichte. 70. Jahrg. 1905.

China Branch of the R. Asiatic Society in Shanghai:

Journal. Vol. 35 u. 36. 1903—05.

R. Accademia dei fisiocritici in Siena:

Atti. Ser. IV, vol. 17, No. 1—4. 1905.

K. K. Archäologisches Museum in Spalato:

Bullettino di Archeologia. Anno 28, No. 1—8. 1905.

K. Akademie der Wissenschaften in Stockholm:

Arkiv för matematik. Bd. II, 1. 2.
" " zoologi. Bd. II, 3.
" " botanik. Bd. IV, 1—4.
" " kemi. Bd II, 1.
Decompositions of water by radium, by W. Ramsay. Upsala 1905.
Handlingar. N. F., Bd. 39, No. 1—5. 1904—05. 4⁰.

K. öffentliche Bibliothek in Stockholm:

Astronomiska iakttagelser. Bd. 8, No. 2. 1905. 4⁰.

Geologiska Förening in Stockholm:

Förhandlingar. Bd. 27, Heft 5 u. 6. 1905.

Nordiska Museet in Stockholm:

Meddelanden 1903. 1905.

Schwedischer Touristenverein in Stockholm:

Årsskrift 1905.

Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften in Strassburg:

Monatsbericht. 1905, Tom. 39, No. 5—9.

Kais. Universität Strassburg:

Schriften aus dem Jahre 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.

Württemberg. Kommission für Landesgeschichte in Stuttgart:

Württembergische Geschichtsquellen. Bd. VII. 1905.
Vierteljahreshefte für Landesgeschichte. 14. Jahrg. 1905, Heft 1—4.
Mitteilungen 1905.

Department of Mines and Agriculture of New-South-Wales in Sydney:

Palaeontology No. 14. 1905. 4⁰.

Linnean Society of New-South-Wales in Sydney:

The Proceedings. Vol. XXX, part 2 and part with a Supplement 1905.

Earthquake Investigation Committee in Tokyo:

Publications. No. 21. 1905. 4⁰.

Deutsche Gesellschaft für Natur- u. Völkerkunde Ostasiens in Tokyo:

Mitteilungen. Bd. X, 2. 1905.

Kaiserl. Universität Tokyo (Japan):

The Journal of the College of Science. Vol. XX, article 5—7. 1905. 4⁰.
Mitteilungen aus der medizinischen Fakultät. Bd. VI, 3. 1905. 4⁰.

Canadian Institute in Toronto:

Transactions. No. 16, Vol. VIII, 1. 1905.

Université in Toulouse:

Annales du Midi. XVIIe année, No. 65—67. 1905. Paris.
Annales de la faculté des sciences. IIe Série, Tom. VI, fasc. 3. 4; Tom. VII, fasc. 1. 2. Paris 1904—05. 4⁰.
Bibliothèque méridionale. Sér. I, tom. 9. 1904.

Biblioteca e Museo comunale in Trient:

Archivio Trentino. Anno XX, fasc. 1. 1905.

Universität Tübingen:

Theodor Haering, Das Verständnis der Bibel. 1905. 4⁰.

R. Accademia delle scienze in Turin:

Atti. Vol. 40, disp. 6—15. 1905.
Memorie. Serie II, tom. 55. 1905. 4⁰.

K. Gesellschaft der Wissenschaften in Upsala:

Nova Acta. Ser. IV, Vol. I, fasc 1. 1905. 4⁰.

Meteorolog. Observatorium der Universität Upsala:

Rapport sur les observations internationales des nages par H. Hildebrand Hildebrandsson. Pars II. 1905.

K. Universität in Upsala:

Schriften aus dem Jahre 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.
Årsskrift 1904.

Provincial Utrechtsch Genootschap in Utrecht:

Aanteekeningen 1905.
Verslag 1905.

Institut Royal Météorologique des Pays-Bas in Utrecht:

No. 81 Opweders in Nederland. Deel XXIV. 1903. 1905.
No. 90 Études des phénomènes de marée. III. 1905.

Physiologisch Laboratorium der Hoogeschool in Utrecht:

Onderzoekingen. V. Reeks, Bd. VI, 1 u. 2. 1905.

Accademia di Scienze in Verona:

Atti e Memorie. Ser. IV, vol. 5, fasc. 1, coll'append. al Vol. 4. 1904—05. 8⁰.

Commissioner of Education in Washington:

Report for the year 1903. Vol. 2. 1905.

U. S. Department of Agriculture in Washington:

Yearbook 1904. 1905.

Department of Commerce and Labor in Washington:

Bulletin of the Bureau of Standards. Vol. I, No. 2. 1905.

Smithsonian Institution in Washington:

Miscellaneous Collections. No. 1444. 1571—1574 u. 1584. 1905.

U. S. National-Museum in Washington:

Report for the year 1902—03. 1905.
Bulletin. No. 53, part I. 1905.

U. S. Naval Observatory in Washington:

Report for the year 1904—05. 1905.

Philosophical Society in Washington:

Bulletin. Vol. 14, p. 277—316. 1905.

United States Geological Survey in Washington:

Bulletins. No. 234—240; 242—246; 248—250; 252—255; 257—261; 264 268. 1905.
Monographs. No. XLVII. 1904. 4⁰.
25th annual Report 1903—04. 1904. 4⁰.
Mineral Resources of the U. S. 1903.
Professional Paper. No. 29—33. 35. 39. 1904—05. 4⁰.
Water Supply Paper. No. 99. 100. 103. 105—122. 124. 126. 128. 130. 1905.

K. Akademie für Landwirtschaft und Brauerei in Weihenstephan:

Bericht für das Jahr 1904/05. Freising 1905.

Grossherzogliche Bibliothek in Weimar:

Zuwachs in den Jahren 1902—04. 1905.

Harzverein für Geschichte in Wernigerode:

Zeitschrift. 38. Jahrg. 1905, Heft 1. 1905.

Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien:

Sitzungsberichte. Philos.-hist. Klasse. Bd. 149. Jahrg. 1904.
Mathem.-naturwissenschaftl. Klasse.
Abt. I 1905, Bd. 114, Heft 3—5.
IIa. 1905, Bd. 114, Heft 5—7.
IIb. 1905, Bd. 114, Heft 4—6.
III. 1905, Bd. 114, Heft 3. 4.
Almanach. 54. Jahrg. 1904.
Mitteilungen der Erdbebenkommission. N. F., No. 27, 28 u. 29. 1905. 4⁰.

K. K. Geologische Reichsanstalt in Wien:

Jahrbuch. Jahrg. 1905, Bd. 55, Heft 1—4. 4⁰.
Verhandlungen. 1905, No. 6—12. 4⁰.
Geologische Karte der im Reichsrate vertretenen Königreiche. Lief. VI. 1905. fol.

K. K. Gesellschaft der Ärzte in Wien:

Wiener klinische Wochenschrift. 1905, No. 28—52. 4⁰.

Zoologisch-botanische Gesellschaft in Wien:

Verhandlungen. Bd. 55, Heft 5—8. 1905.
Abhandlungen. Bd. 3, Heft 2. 1905. 4⁰.

K. K. Österr. Kommission der internationalen Erdmessung in Wien:

Wilh. Tinter, Die Schlussfehler der Dreiecke. Nebst Fortsetzung. 1904—05.

K. K. Universitäts-Sternwarte in Wien:

Annalen. Bd. XV. XVIII. 1905. 4⁰.

Verein zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse in Wien:

Schriften. Bd. 45. 1905.

Nassauischer Verein für Naturkunde in Wiesbaden:

Jahrbücher. Jahrg. 58. 1905.

Geschichtsverein für das Herzogtum Braunschweig in Wolfenbüttel:

Jahrbuch. 3. Jahrg. 1904.
Braunschweigisches Magazin. Bd. X, Jahrg. 1904. 4⁰.

Physikalisch-medizinische Gesellschaft in Würzburg:

Verhandlungen. N. F., Bd. 37, No. 8—10; Bd. 38, No. 1.
Sitzungsberichte. 1904, No. 10; 1905, No. 1. 2.

Historischer Verein von Unterfranken in Würzburg:

Archiv. Bd. 46. 1904.
Jahresbericht für 1903.

Schweizerische Meteorologische Zentralanstalt in Zürich:

Annalen 1903. 1905. 4⁰.

Naturforschende Gesellschaft in Zürich:

Vierteljahrsschrift. 50. Jahrg. 1905, Heft 1. 2.

Schweizerische Geologische Kommission in Zürich:

Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz. N. F., Liefg. XVI mit Atlas. XVII—XIX. Bern 1905. 4⁰.

Schweizerisches Landesmuseum in Zürich:

Anzeiger f. Schweiz. Altertumskunde. N.F., Bd. VII, No. 1—3. 1905. gr. 8⁰.
13. Jahresbericht 1904.

Eidgenössisches Polytechnikum in Zürich:

Festschrift zur Feier des 50jähr. Bestehens. 2 Bde. 1905. 4⁰.

Sternwarte in Zürich:

Astronomische Mitteilungen der Sternwarte. No. 96. 1905.

Universität in Zürich:

Schriften aus dem Jahre 1904/05 in 4⁰ u. 8⁰.

Von folgenden Privatpersonen:

Fürst Albert I. von Monaco:

Résults des campagnes scientifiques. Fasc. 31. 1905. fol.

Fernando Alsina in Barcelona:

Nouvelles Orientations scientifiques. Paris 1905.

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig:

Journal für prakt. Chemie. N. F., Bd. 71, Heft 9. 10; Bd. 72, Heft 1—10. 1905.
Beiblätter zu den Annalen der Physik. 1905, No. 14—24.

M. Berthelot in Paris:

Traité pratique de calorimétrie chimique. 1905.

Verlag von Hermann Böhlaus Nachfolger in Weimar:

Zeitschrift der Savigny-Stiftung für Rechtsgeschichte. Romanistische und germanistische Abteilung zu Bd. XXVI. 1905.

Carl de Boor in Berlin:

Excerpta historica. Vol. III. 1905.

Pièrre de Coubertin in Paris:

La Cronique de France. 5e année 1904.

Verlag von Gustav Fischer in Jena:

Naturwissenschaftliche Wochenschrift 1905, No. 29—52. 4⁰.

R. von Fischer-Treuenfeld in Braunschweig:

Paraguay. 1905.

Victor Geisler in Friedenau:

Was ist Philosophie? Was ist Geschichte der Philosophie? Berlin 1905.

Mme Ve J. B. André Godin in Guise (Aisne):

Le Devoir. 1905, Juli-Novembre.

Friedrich Goppelsroeder in Basel:

Anregung zum Studium der auf Capillaritäts- u. Absorptionserscheinungen beruhenden Capillaranalyse. 1905.

Georgios N. Hatzidakis in Athen:

Die Sprachfrage in Griechenland. 1905.

Henricus van Herwerden in Utrecht:

Vindiciae Aristophaneae. 1906.

Gustavus Hinrichs in St. Louis, Me.:

Amana Meteorites. 1905.

Friedrich Hirth in New-York:

Seraps from a Collectors Note Book. Leiden 1905.

Ulrico Hoepli in Mailand:

Catalogo completo delle edizioni Hoepli 1871—1905.

Charles Janet in Limoges:

Observations sur les guêpes. Paris 1903.
Observations sur les fourmis. 1904.
Description du matériel d'une petite installation scientifique. Partie I. 1903.

Die Relikten des Ippolito G. Isola in Genua:

Storia delle lingue e litterature romanze. Parte III, disp. 3. 1905.

M. Kiseljak in Fiume:

Grundlage einer Zahlentheorie eines speziellen Systems von komplexen Grössen mit 3 Einheiten. Rom 1905.

Georg Friedrich Knapp in Strassburg:

Staatliche Theorie des Geldes. Leipzig 1903.

Karl Krumbacher in München:

Byzantinische Zeitschrift. Bd. 14, Heft 3 u. 4. Leipzig.

A. Manouvries in Paris:

Mines de houille rendues réfractaires à l'ankylostome 1905.

C. Marti in Nidau, Schweiz:

The weather forces of the planetary atmospheres. 1905.

C. Mehlis in Dürkheim:

Neue neolithische Funde aus mittelrheinischen Niederlassungen. Braunschweig 1905. 4°.

E. A. Mitscherlich in Kiel:

Bodenkunde für Land- u. Forstwirte. Berlin 1905.

Gabriel Monod in Versailles:

Revue historique. 30e année, tom. 89, No. I Sept.-Oct., No. II Nov.-Dez. 1905; 31e année, tom. 90, No. 1. 1906. Paris.

Heinrich Ostermair in Ingolstadt:

Die Ostermair. I. Teil (Fortsetzung). 1905.

Emanuel Pochmann in Linz:

Wärme ist nicht Kälte u. Kälte ist nicht Wärme. 1890.
Über zwei neue und zwar dynamische Eigenschaften der atmosphärischen Luft. 1896.

Verlag von Seitz & Schauer in München:

Deutsche Praxis. 1905, No. 14—15, 17—24. 4°.

Siemens-Schuckert-Werke in Berlin:

Nachrichten. Heft 5 u. 6. 1905. fol.

Frau E. Spengel in München:

Die Komödien des Terentius. Erklärt von A. Spengel. 2. Bändchen. Adelphae. Berlin 1905.

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig:

Archiv der Mathematik und Physik. 3. Reihe, Bd. 9, Heft 3; Bd. 10, Heft 1. 1905.

Thesaurus linguae latinae. Vol. I, fasc. 9. 4⁰.

Enzyklopädie der mathemat. Wissenschaften. Bd. V, 1, Heft 2; Bd. VI, 2, Heft 1. 1905. gr. 8⁰.

Julius Thomsen in Kopenhagen:

Termokemiske Undersögelsers. 1905.

Amrein-Troller in Luzern:

Der Gletschergarten in Luzern. 1905.

A. Voeltzkow in Berlin:

Abhandlungen der Senkenbergischen naturforschenden Gesellschaft. Bd. 27, Heft 2—4. Frankfurt. 1905. 4⁰.

Heinrich Wehner in Frankfurt a/M.:

Über die Kenntnis der magnetischen Nordweisung im frühen Mittelalter. Berlin 1905. 4⁰.

Ed. v. Wölfflin in München:

Archiv für lateinische Lexikographie. Bd. XIV, 3. Leipzig 1905.

Firma Carl Zeiss in Jena:

Ernst Abbe, Gesammelte Abhandlungen. Bd. 2. 1906.



Inhalt.

Die mit * bezeichneten Abhandlungen werden in den Sitzungsberichten nicht abgedruckt.

Sitzung vom 4. November 1905.

Seite

A. Pringsheim: Über einige Konvergenz-Kriterien für Kettenbrüche mit komplexen Gliedern 359

S. Günther und S. Dannbeck: Die Vorgeschichte des barischen Windgesetzes 381

Öffentliche Sitzung zu Ehren Seiner Königlichen Hoheit des Prinzregenten am 18. November 1905.

K. Th. v. Heigel: Ansprache 427

Wahlen 437

Sitzung vom 2. Dezember 1905.

O. Knoblauch und M. Jakob: Über die spezifische Wärme C_p des überhitzten Wasserdampfes für Drucke bis 8 Atmosphären und Temperaturen bis 350° C. (mit Tafel II) . 441

A. Endrös: Die Seiches des Waginger-Tachingersees (mit Tafel III) 447

S. Günther: Neue Beiträge zur Theorie der Erosionsfiguren . 477

O. Perron: Über die Konvergenz periodischer Kettenbrüche . 495

*W. Koenigs: Über die Konstitution der China-Alkaloide . . 440

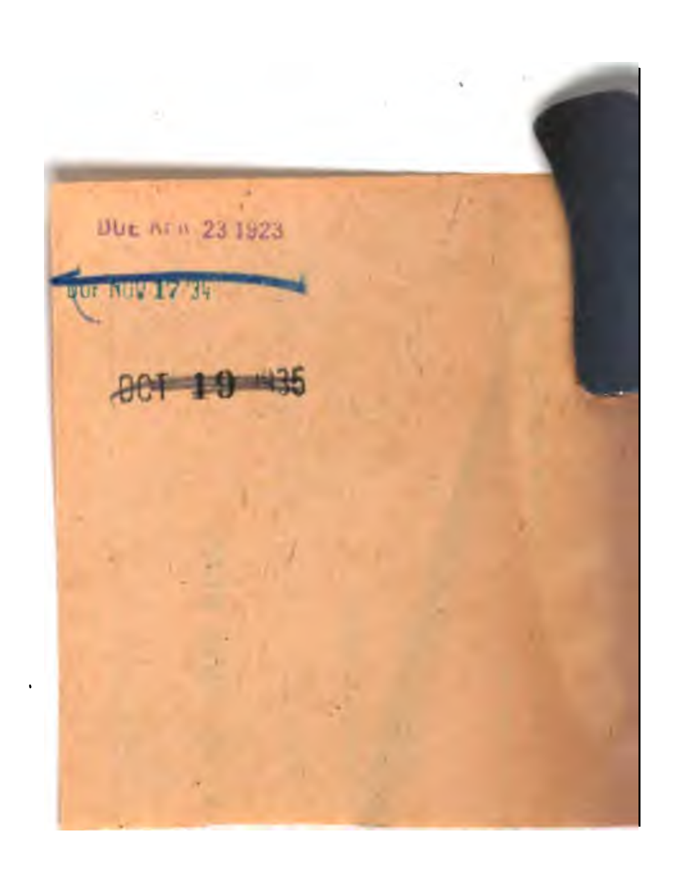
*H. Keidel und P. St. Richards: Ein Profil durch den nördlichen Teil des zentralen Tian-Schan 440

Einsendung von Druckschriften . . . . 1*—26*

Akademische Buchdruckerei von F. Straub in München.






23 1923
17 '34
OCT 19 1935